

## M.01

O polinômio  $p(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx - 8$ , em que  $a$ ,  $b$ ,  $c$  são números reais, tem o número complexo  $1 + i$  como raiz, bem como duas raízes simétricas.

- Determine  $a$ ,  $b$ ,  $c$  e as raízes de  $p(x)$ .
- Subtraia 1 de cada uma das raízes de  $p(x)$  e determine todos os polinômios com coeficientes reais, de menor grau, que possuam esses novos valores como raízes.

### Resolução

- Se  $1 + i$ ,  $1 - i$ ,  $\alpha$  e  $-\alpha$  forem as raízes do polinômio  $p(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx - 8$ , de coeficientes reais, então:

$$(1 + i)(1 - i) \cdot \alpha \cdot (-\alpha) = -8 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2\alpha^2 = 8 \Leftrightarrow \alpha^2 = 4 \Leftrightarrow \alpha = \pm 2$$

O polinômio na forma fatorada é:

$$p(x) = 1 \cdot (x - 2)(x + 2)(x - 1 + i)(x - 1 - i) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow p(x) = (x^2 - 4)(x^2 - 2x + 2) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow p(x) = x^4 - 2x^3 - 2x^2 + 8x - 8$$

Assim,  $a = -2$ ,  $b = -2$ ,  $c = 8$  e as raízes são:

$$1 + i, 1 - i, 2 \text{ e } -2.$$

- O novo polinômio  $P(x)$  tem raízes  $i$ ,  $-i$ ,  $1$  e  $-3$  e, portanto:

$$P(x) = k(x - i)(x + i)(x - 1)(x + 3), \forall k \in \mathbb{R}^* \Leftrightarrow$$

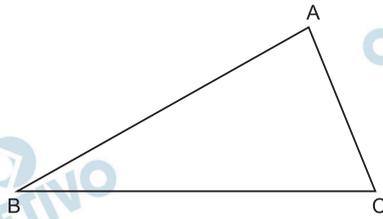
$$\Leftrightarrow P(x) = k(x^2 + 1)(x^2 + 2x - 3), \forall k \in \mathbb{R}^* \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow P(x) = k(x^4 + 2x^3 - 2x^2 + 2x - 3), \forall k \in \mathbb{R}^*$$

Respostas:

- $a = -2$ ;  $b = -2$ ;  $c = 8$  e as raízes são:  $1 + i$ ,  $1 - i$ ,  $2$  e  $-2$ .
- $P(x) = k(x^4 + 2x^3 - 2x^2 + 2x - 3)$ ,  $\forall k \in \mathbb{R}^*$

## M.02



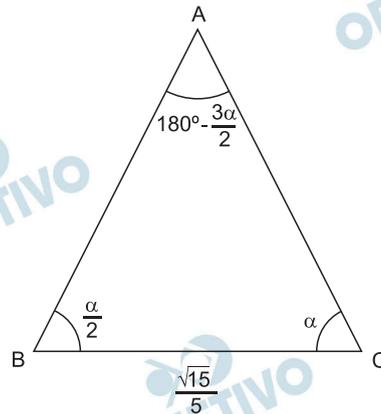
No triângulo acutângulo ABC, ilustrado na figura, o comprimento do lado  $\overline{BC}$  mede  $\sqrt{15}/5$ , o ângulo interno de vértice C mede  $\alpha$ , e o ângulo interno de vértice B mede  $\alpha/2$ . Sabe-se, também, que

$$2 \cos(2\alpha) + 3 \cos \alpha + 1 = 0.$$

Nessas condições, calcule

- o valor de  $\sin \alpha$ ;
- o comprimento do lado  $\overline{AC}$ .

### Resolução



Se  $\alpha$  um ângulo agudo, temos:

a) I)  $2 \cos(2\alpha) + 3 \cos \alpha + 1 = 0 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow 2[2\cos^2\alpha - 1] + 3 \cos \alpha + 1 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 4 \cos^2\alpha + 3 \cos \alpha - 1 = 0 \Rightarrow \cos \alpha = \frac{1}{4}$$

II)  $\sin^2\alpha = 1 - \cos^2\alpha = 1 - \left(\frac{1}{4}\right)^2 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \sin^2\alpha = \frac{15}{16} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{\sqrt{15}}{4}$$

b) I)  $\cos \alpha = 2 \cos^2 \frac{\alpha}{2} - 1 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{1}{4} = 2 \cos^2 \frac{\alpha}{2} - 1 \Leftrightarrow \cos^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{5}{8} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \cos \frac{\alpha}{2} = \frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{2}}$$

II)  $\cos \alpha = 1 - 2 \sin^2 \frac{\alpha}{2} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{1}{4} = 1 - 2 \operatorname{sen}^2 \frac{\alpha}{2} \Leftrightarrow \operatorname{sen}^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{3}{8} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \operatorname{sen} \frac{\alpha}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$$

$$\text{III) } \operatorname{sen} \left( 180^\circ - \frac{3\alpha}{2} \right) = \operatorname{sen} \left( \frac{3\alpha}{2} \right) =$$

$$= \operatorname{sen} \left( \alpha + \frac{\alpha}{2} \right) = \operatorname{sen} \alpha \cdot \cos \frac{\alpha}{2} + \operatorname{sen} \frac{\alpha}{2} \cdot \cos \alpha =$$

$$= \frac{\sqrt{15}}{4} \cdot \frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{4} = \frac{3\sqrt{3}}{4\sqrt{2}}$$

IV) Aplicando a lei dos senos no triângulo, temos:

$$\frac{BC}{\operatorname{sen} \hat{A}} = \frac{AC}{\operatorname{sen} \hat{B}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{BC}{\operatorname{sen} \left( 180^\circ - \frac{3\alpha}{2} \right)} = \frac{AC}{\operatorname{sen} \frac{\alpha}{2}} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{\frac{\sqrt{15}}{5}}{\frac{3\sqrt{3}}{4\sqrt{2}}} = \frac{AC}{\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{4} AC = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{15}}{5} \Leftrightarrow AC = \frac{2\sqrt{15}}{15}$$

Respostas: a)  $\frac{\sqrt{15}}{4}$

b)  $\frac{2\sqrt{15}}{15}$

## M.03

- a) Dez meninas e seis meninos participarão de um torneio de tênis infantil. De quantas maneiras distintas essas 16 crianças podem ser separadas nos grupos A, B, C e D, cada um deles com 4 jogadores, sabendo que os grupos A e C serão formados apenas por meninas e o grupo B, apenas por meninos?
- b) Acontecida a fase inicial do torneio, a fase semifinal terá os jogos entre Maria e João e entre Marta e José. Os vencedores de cada um dos jogos farão a final. Dado que a probabilidade de um menino ganhar de uma menina é  $\frac{3}{5}$ , calcule a probabilidade de uma menina vencer o torneio.

### Resolução

Considerando as 10 meninas e os 6 meninos, temos:

- a)  $C_{10;4}$  formas de escolher as quatro meninas do grupo A

$C_{6;4}$  formas de escolher as quatro meninas do grupo C

$C_{6;4}$  formas de escolher os quatro meninos do grupo B

No grupo D ficarão as crianças que sobrarem.

Desta forma, admitindo-se que A e C sejam grupos distintos, pelo menos pelo nome, o número de maneiras de separar estas crianças nos quatro grupos é

$$C_{10;4} \cdot C_{6;4} \cdot C_{6;4} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot \frac{6 \cdot 5}{2 \cdot 1} \cdot \frac{6 \cdot 5}{2 \cdot 1} = 47250$$

- b) Se a probabilidade de um menino ganhar de uma menina é  $\frac{3}{5}$  então, a probabilidade de uma meni-

na ganhar de um menino é  $\frac{2}{5}$ .

Uma menina será vencedora do torneio nos seguintes casos:

- 1) Na semifinal ambas as meninas ganham e a probabilidade disso ocorrer é

$$\frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5} = \frac{4}{25}$$

- 2) Nas semifinais Maria e José vencem e na final Maria vence. A probabilidade disso ocorrer é

$$\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{5} = \frac{12}{125}$$

- 3) Nas semifinais Marta e João vencem e na final Marta vence. A probabilidade disso ocorrer é

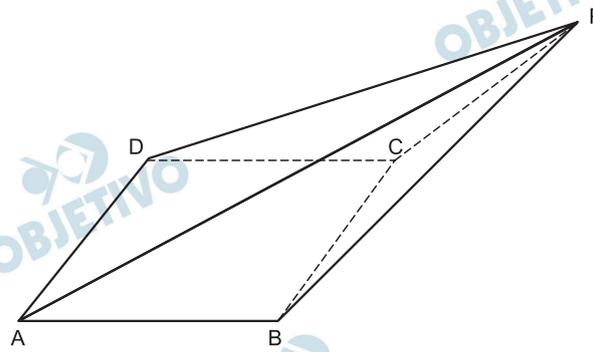
$$\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{5} = \frac{12}{125}$$

Assim, a probabilidade de uma menina vencer o

$$\text{torneio é } \frac{4}{25} + \frac{12}{125} + \frac{12}{125} = \frac{44}{125}.$$

Respostas: a) 47250      b)  $\frac{44}{125}$

# M.04

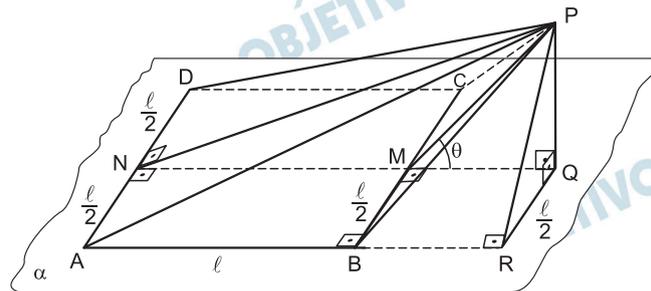


A base do tetraedro PABCD é o quadrado ABCD de lado  $\ell$ , contido no plano  $\alpha$ . Sabe-se que a projeção ortogonal do vértice P no plano  $\alpha$  está no semiplano de  $\alpha$  determinado pela reta  $\overleftrightarrow{BC}$  e que não contém o lado  $\overline{AD}$ . Além disso, a face BPC é um triângulo isósceles de base  $\overline{BC}$  cuja altura forma, com o plano  $\alpha$ , um ângulo  $\theta$ , em que  $0 < \theta < \pi/2$ . Sendo  $PB = \ell\sqrt{2}/2$ , determine, em função de  $\ell$  e  $\theta$ ,

- o volume do tetraedro PABCD;
- a altura do triângulo APB relativa ao lado  $\overline{AB}$ ;
- a altura do triângulo APD relativa ao lado  $\overline{AD}$ .

### Resolução

Conforme a figura, o sólido representado é uma *pirâmide* de vértice P e base quadrada ABCD de lado  $\ell$  e não um tetraedro, pois um tetraedro possui quatro faces todas triangulares.



Sejam:

Q a projeção ortogonal de P sobre  $\alpha$

R a projeção ortogonal de P sobre  $\overleftrightarrow{AB}$

M a projeção ortogonal de P sobre  $\overleftrightarrow{BC}$  (ponto médio de  $\overline{BC}$ )

N a projeção ortogonal de P sobre  $\overleftrightarrow{AD}$  (ponto médio de  $\overline{AD}$ )

I) No triângulo retângulo MPB, tem-se:

$$(MP)^2 + (MB)^2 = (PB)^2$$

$$\text{Assim: } (MP)^2 + \left(\frac{\ell}{2}\right)^2 = \left(\frac{\ell\sqrt{2}}{2}\right)^2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (MP)^2 = \frac{\ell^2}{4} \Leftrightarrow MP = \frac{\ell}{2}$$

II) No triângulo retângulo QMP, tem-se:  $\text{sen } \theta = \frac{PQ}{MP}$

$$\text{Assim: } \text{sen } \theta = \frac{PQ}{\frac{\ell}{2}} \Leftrightarrow PQ = \frac{\ell \text{ sen } \theta}{2}$$

III) O volume da pirâmide quadrangular PABCD é:

$$V = \frac{(AB)^2 \cdot PQ}{3}$$

$$\text{Assim: } V = \frac{\ell^2}{3} \cdot \frac{\ell \text{ sen } \theta}{2} \Leftrightarrow V = \frac{\ell^3 \text{ sen } \theta}{6}$$

IV) No triângulo retângulo QRP, tem-se:

$$(PR)^2 = (PQ)^2 + (QR)^2$$

$$\text{Assim: } (PR)^2 = \left(\frac{\ell \text{ sen } \theta}{2}\right)^2 + \left(\frac{\ell}{2}\right)^2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow PR = \frac{\ell \sqrt{1 + \text{sen}^2 \theta}}{2}$$

V) No triângulo retângulo QMP, tem-se:  $\text{cos } \theta = \frac{MQ}{MP}$

$$\text{Assim: } \text{cos } \theta = \frac{MQ}{\frac{\ell}{2}} \Leftrightarrow MQ = \frac{\ell \text{ cos } \theta}{2}$$

VI) No triângulo retângulo QNP, tem-se:

$$(PN)^2 = (NQ)^2 + (PQ)^2$$

$$\text{Assim: } (PN)^2 = \left(\ell + \frac{\ell \text{ cos } \theta}{2}\right)^2 + \left(\frac{\ell \text{ sen } \theta}{2}\right)^2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (PN)^2 = \ell^2 \left(1 + \text{cos } \theta + \frac{\text{cos}^2 \theta}{4} + \frac{\text{sen}^2 \theta}{4}\right) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (PN)^2 = \ell^2 \left(1 + \text{cos } \theta + \frac{1}{4}\right) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow PN = \frac{\ell \sqrt{5 + 4 \cos \theta}}{2}$$

Respostas: a)  $\frac{\ell^3 \operatorname{sen} \theta}{6}$

b)  $\frac{\ell \sqrt{1 + \operatorname{sen}^2 \theta}}{2}$

c)  $\frac{\ell \sqrt{5 + 4 \cos \theta}}{2}$

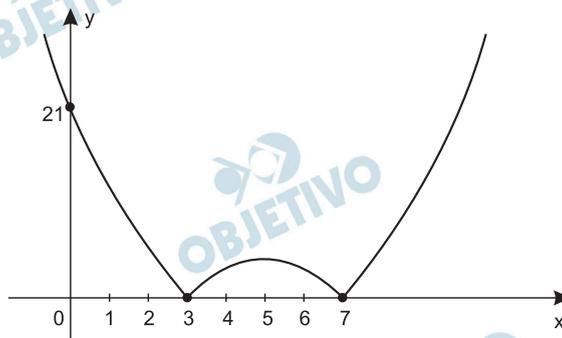
## M.05

Determine para quais valores reais de  $x$  é verdadeira a desigualdade

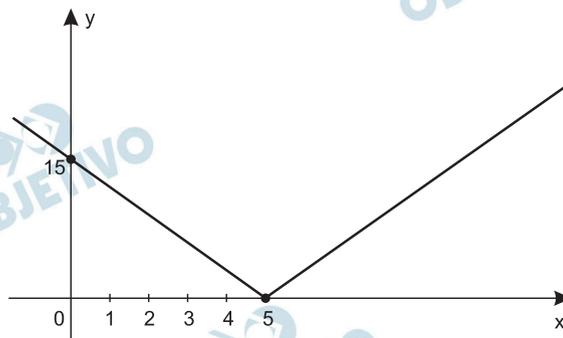
$$|x^2 - 10x + 21| \leq |3x - 15|.$$

### Resolução

I) O gráfico de  $f(x) = |x^2 - 10x + 21|$  é do tipo



II) O gráfico de  $g(x) = |3x - 15|$  é do tipo



III)  $f(x) = g(x) \Rightarrow |x^2 - 10x + 21| = |3x - 15| \Leftrightarrow$

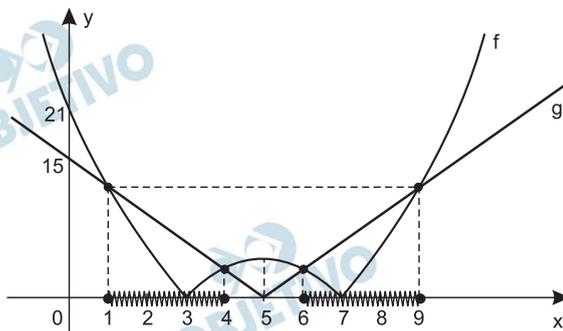
$$\Leftrightarrow x^2 - 10x + 21 = 3x - 15 \text{ ou}$$

$$x^2 - 10x + 21 = -3x + 15 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 13x + 36 = 0 \text{ ou } x^2 - 7x + 6 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = 4 \text{ ou } x = 9 \text{ ou } x = 1 \text{ ou } x = 6$$

IV) Os gráficos de  $f$  e  $g$ , num mesmo sistema de coordenadas cartesianas, são:

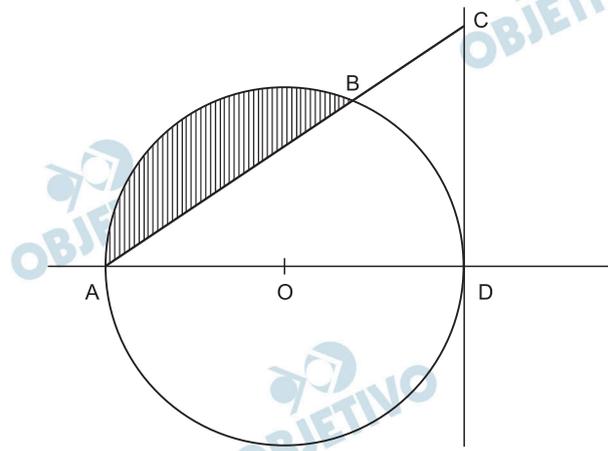


V)  $|x^2 - 10x + 21| \leq |3x - 15| \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow f(x) \leq g(x) \Leftrightarrow 1 \leq x \leq 4 \text{ ou } 6 \leq x \leq 9$$

Resposta:  $\{x \in \mathbb{R} \mid 1 \leq x \leq 4 \text{ ou } 6 \leq x \leq 9\}$

# M.06

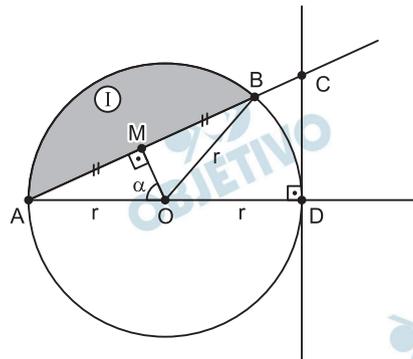


Na figura, a circunferência de centro  $O$  é tangente à reta  $\overleftrightarrow{CD}$  no ponto  $D$ , o qual pertence à reta  $\overleftrightarrow{AO}$ .

Além disso,  $A$  e  $B$  são pontos da circunferência,  $AB = 6\sqrt{3}$  e  $BC = 2\sqrt{3}$ . Nessas condições, determine

- a medida do segmento  $\overline{CD}$ ;
- o raio da circunferência;
- a área do triângulo  $AOB$ ;
- a área da região hachurada na figura.

## Resolução



Sendo  $AB = 6\sqrt{3}$ ,  $BC = 2\sqrt{3}$ ,  $M$  o ponto médio de  $\overline{AB}$  e  $\widehat{AOM} = \alpha$ , temos:

$$\text{a) } (CD)^2 = BC \cdot AC \Rightarrow (CD)^2 = 2\sqrt{3} \cdot 8\sqrt{3} = 48 \Rightarrow \\ \Rightarrow CD = 4\sqrt{3}$$

b) Sendo  $AD = 2r$ , tem-se, no triângulo  $ADC$ :

$$(AC)^2 = (AD)^2 + (CD)^2 \Rightarrow \\ \Rightarrow (8\sqrt{3})^2 = (AD)^2 + (4\sqrt{3})^2 \Rightarrow AD = 12 \Rightarrow r = 6$$

$$\text{c) } \sin \alpha = \frac{AM}{OA} = \frac{3\sqrt{3}}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \alpha = 60^\circ$$

Assim, a área do triângulo  $AOB$  é

$$S_{\triangle AOB} = \frac{OA \cdot OB \cdot \sin(2\alpha)}{2} = \\ = \frac{6 \cdot 6 \cdot \sin 120^\circ}{2} = 9\sqrt{3}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } S_I &= S_{\text{setorAOB}} - S_{\Delta\text{AOB}} = \\ &= \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 6^2 - 9\sqrt{3} = 12\pi - 9\sqrt{3} \end{aligned}$$

Respostas: a)  $4\sqrt{3}$

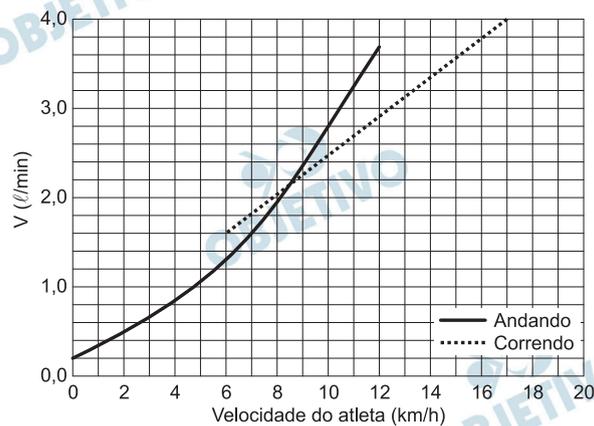
b) 6

c)  $9\sqrt{3}$

d)  $12\pi - 9\sqrt{3}$

# F.01

A energia que um atleta gasta pode ser determinada pelo volume de oxigênio por ele consumido na respiração. Abaixo está apresentado o gráfico do volume  $V$  de oxigênio, em litros por minuto, consumido por um atleta de massa corporal de 70 kg, em função de sua velocidade, quando ele anda ou corre.

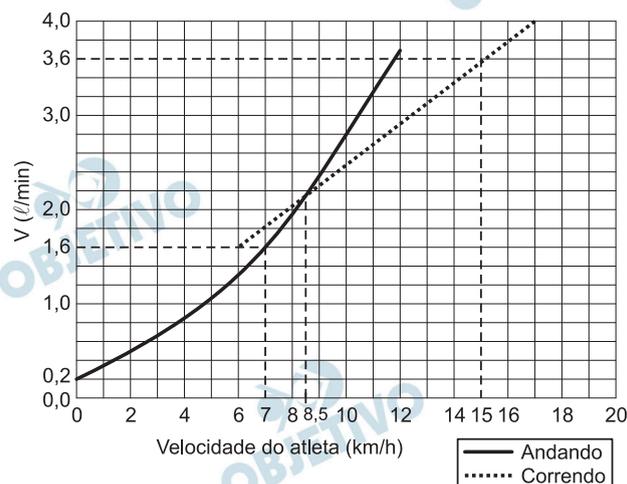


Considerando que para cada litro de oxigênio consumido são gastas 5 kcal e usando as informações do gráfico, determine, para esse atleta,

- a) a velocidade a partir da qual ele passa a gastar menos energia correndo do que andando;
- b) a quantidade de energia por ele gasta durante 12 horas de repouso (parado);
- c) a potência dissipada, em watts, quando ele corre a 15 km/h;
- d) quantos minutos ele deve andar, a 7 km/h, para gastar a quantidade de energia armazenada com a ingestão de uma barra de chocolate de 100 g, cujo conteúdo energético é 560 kcal.

NOTE E ADOTE  
 $1 \text{ cal} = 4 \text{ J}$ .

## Resolução



- O consumo de oxigênio torna-se maior no ato de caminhar em relação ao ato de correr a partir do ponto de cruzamento dos gráficos.**

Leitura do gráfico:  $v = 8,5\text{km/h}$

- b) Quando parado ( $v = 0$ ), o consumo de oxigênio é de  $0,2\ell/\text{min}$ .

1 min \_\_\_\_\_  $0,2\ell$

$$\Rightarrow \text{Vol} = 144\ell$$

12h = 720 min \_\_\_\_\_ Vol

1ℓ de  $\text{O}_2 \rightarrow 5\text{kcal} = 20\text{kJ} = 2,0 \cdot 10^4\text{J}$

144ℓ de  $\text{O}_2 \rightarrow E$

$$E = 288 \cdot 10^4\text{J} \Rightarrow E = 2,88 \cdot 10^6\text{J} \text{ ou}$$

$$E = 7,2 \cdot 10^2 \text{ kcal}$$

- c) 1) Correndo a  $15\text{km/h}$ , o consumo é dado por  $3,6\ell/\text{min}$  (leitura do gráfico).

1ℓ de  $\text{O}_2$  \_\_\_\_\_  $2,0 \cdot 10^4\text{J}$

$$\Rightarrow E_1 = 7,2 \cdot 10^4\text{J}$$

3,6ℓ de  $\text{O}_2$  \_\_\_\_\_  $E_1$

$$2) P = \frac{E_1}{\Delta t} = \frac{7,2 \cdot 10^4\text{J}}{60\text{s}} \Rightarrow P = 1,2 \cdot 10^3\text{W}$$

- d) Andando a  $7\text{km/h}$ , o consumo é de  $1,6\ell/\text{min}$  (leitura do gráfico).

1ℓ de  $\text{O}_2$  \_\_\_\_\_ 5 kcal

Vol \_\_\_\_\_ 560 kcal

$$\text{Vol} = 112\ell \text{ de } \text{O}_2$$

1min \_\_\_\_\_  $1,6\ell$  de  $\text{O}_2$

$$T \text{ _____ } 112\ell \text{ de } \text{O}_2 \Rightarrow T = 70\text{min}$$

Respostas: a)  $v = 8,5\text{km/h}$

b)  $E = 2,88 \cdot 10^6\text{J}$  ou  $E = 7,2 \cdot 10^2\text{kcal}$

c)  $P = 1,2 \cdot 10^3\text{W}$

d)  $T = 70\text{min}$

## F.02

Nina e José estão sentados em cadeiras, diametralmente opostas, de uma roda gigante que gira com velocidade angular constante. Num certo momento, Nina se encontra no ponto mais alto do percurso e José, no mais baixo; após 15 s, antes de a roda completar uma volta, suas posições estão invertidas. A roda gigante tem raio  $R = 20$  m e as massas de Nina e José são, respectivamente,  $M_N = 60$  kg e  $M_J = 70$  kg. Calcule

- o módulo  $v$  da velocidade linear das cadeiras da roda gigante;
- o módulo  $a_R$  da aceleração radial de Nina e de José;
- os módulos  $N_N$  e  $N_J$  das forças normais que as cadeiras exercem, respectivamente, sobre Nina e sobre José no instante em que Nina se encontra no ponto mais alto do percurso e José, no mais baixo.

NOTE E ADOTE

$$\pi = 3$$

$$\text{Aceleração da gravidade } g = 10 \text{ m/s}^2$$

### Resolução

- a) 1) O tempo para meia volta é 15s e, portanto, o período é  $T = 30$ s.

$$2) v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{2\pi R}{T}$$

$$v = \frac{2 \cdot 3 \cdot 20\text{m}}{30\text{s}} \Rightarrow v = 4,0\text{m/s}$$

- b) Sendo o movimento circular e uniforme, a aceleração radial ou centrípeta é dada por:

$$a_R = \frac{v^2}{R} = \frac{(4,0)^2}{20} \text{ (m/s}^2\text{)} \Rightarrow a_R = 0,8\text{m/s}^2$$

- c)



Sendo o movimento circular e uniforme, a força resultante é centrípeta.

1) Para Nina:

$$P_N - N_N = \frac{m_N v^2}{R}$$

$$600 - N_N = \frac{60 \cdot 16}{20}$$

$$N_N = 552\text{N}$$

$$2) \text{ Para José: } N_J - P_J = \frac{m_J v^2}{R}$$

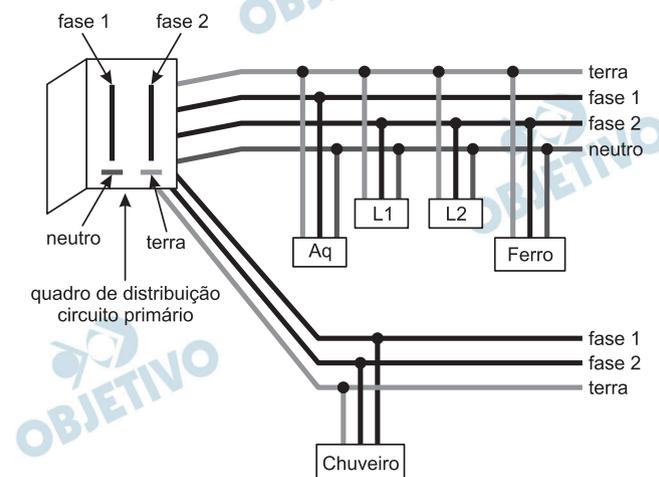
$$N_J - 700 = \frac{70 \cdot 16}{20}$$

$$N_J = 756\text{N}$$

- Respostas:
- a)  $v = 4,0\text{m/s}$
  - b)  $a_R = 0,8\text{m/s}^2$
  - c)  $N_N = 552\text{N}$  e  $N_J = 756\text{N}$

## F.03

A figura a seguir representa, de forma esquemática, a instalação elétrica de uma residência, com circuitos de tomadas de uso geral e circuito específico para um chuveiro elétrico. Nessa residência, os seguintes equipamentos permaneceram ligados durante 3 horas a tomadas de uso geral, conforme o esquema da figura: um aquecedor elétrico (Aq) de 990 W, um ferro de passar roupas de 980 W e duas lâmpadas, L1 e L2, de 60 W cada uma. Nesse período, além desses equipamentos, um chuveiro elétrico de 4400 W, ligado ao circuito específico, como indicado na figura, funcionou durante 12 minutos. Para essas condições, determine



- a) a energia total, em kWh, consumida durante esse período de 3 horas;
- b) a corrente elétrica que percorre cada um dos fios fase, no circuito primário do quadro de distribuição, com todos os equipamentos, inclusive o chuveiro, ligados;
- c) a corrente elétrica que percorre o condutor neutro, no circuito primário do quadro de distribuição, com todos os equipamentos, inclusive o chuveiro, ligados.

### NOTE E ADOTE

A tensão entre fase e neutro é 110 V e, entre as fases, 220 V.

Ignorar perdas dissipativas nos fios.

O símbolo ● representa o ponto de ligação entre dois fios.

### Resolução

- a) A energia elétrica consumida em cada aparelho é dada por:

$$E_{el} = P \cdot \Delta t$$

No aquecedor:

$$E_a = (990\text{W}) \cdot (3\text{h}) = 2\,970\text{Wh} = 2,97\text{kWh}$$

No ferro elétrico:

$$E_f = (980\text{W}) \cdot (3\text{h}) = 2\,940\text{Wh} = 2,94\text{kWh}$$

Nas duas lâmpadas:

$$E_L = 2 \cdot (60\text{W}) \cdot (3\text{h}) = 360\text{Wh} = 0,36\text{kWh}$$

No chuveiro:

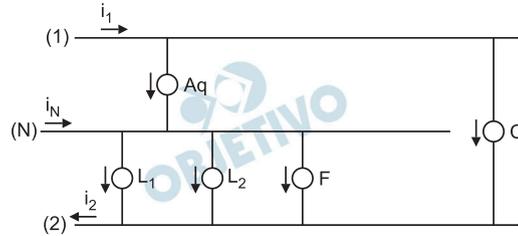
$$E_C = (4\,400\text{W}) \cdot \left(\frac{12}{60}\text{h}\right) = 880\text{Wh} = 0,88\text{kWh}$$

Concluimos que:

$$E_{\text{tot}} = 2,97\text{kWh} + 2,94\text{kWh} + 0,36\text{kWh} + 0,88\text{kWh}$$

$$E_{\text{tot}} = 7,15\text{ kWh}$$

- b) Vamos, inicialmente, mostrar o circuito omitindo o fio-terra, pois nele não circula corrente.



Aq = aquecedor; L<sub>1</sub> e L<sub>2</sub> = lâmpadas; F = ferro elétrico; C = chuveiro

**Cálculo das intensidades de corrente em cada aparelho:**

No aquecedor:

$$P = i \cdot U \Rightarrow i_a = \frac{990\text{W}}{110\text{V}} = 9,0\text{A}$$

No ferro elétrico:

$$i_f = \frac{980\text{W}}{110\text{V}} = \frac{98}{11}\text{A}$$

Nas lâmpadas:

$$i_{L_1} = i_{L_2} = \frac{60\text{W}}{110\text{V}} = \frac{6}{11}\text{A}$$

No chuveiro:

$$i_c = \frac{4400\text{W}}{220\text{V}} = 20,0\text{A}$$

No fio-fase 1, passam as correntes que alimentam o aquecedor e o chuveiro:

$$i_1 = 9,0\text{A} + 20,0\text{A} \Rightarrow i_1 = 29,0\text{A}$$

No fio-fase 2, passam as correntes que alimentam as duas lâmpadas, o ferro elétrico e o chuveiro:

$$i_2 = \left(2 \cdot \frac{6}{11} + \frac{98}{11} + 20,0\right)\text{A}$$

$$i_2 = 30,0\text{A}$$

- c) No fio-neutro, circula a diferença entre as intensidades de corrente dos fios 1 e 2:

$$i_N = i_2 - i_1$$

$$i_N = 30,0\text{A} - 29,0\text{A}$$

$$i_N = 1,0\text{A}$$

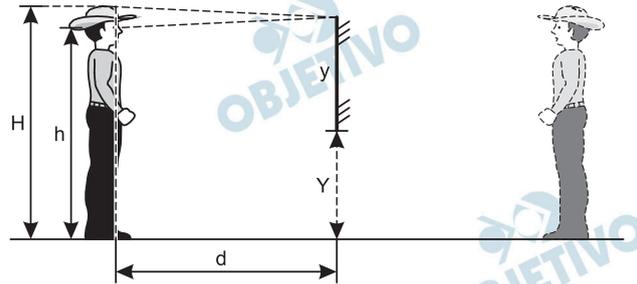
Respostas: a) 7,15 kWh

b) fase 1:  $i_1 = 29,0\text{A}$ ; fase 2:  $i_2 = 30,0\text{A}$

c)  $i_N = 1,0\text{A}$

## F.04

Um rapaz com chapéu observa sua imagem em um espelho plano e vertical. O espelho tem o tamanho mínimo necessário,  $y = 1,0$  m, para que o rapaz, a uma distância  $d = 0,5$  m, veja a sua imagem do topo do chapéu à ponta dos pés. A distância de seus olhos ao piso horizontal é  $h = 1,60$  m. A figura da página de resposta ilustra essa situação e, em linha tracejada, mostra o percurso do raio de luz relativo à formação da imagem do ponto mais alto do chapéu.



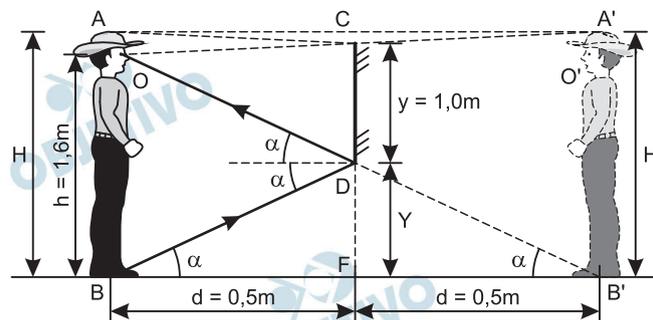
- Desenhe, na figura da página de resposta, o percurso do raio de luz relativo à formação da imagem da ponta dos pés do rapaz.
- Determine a altura  $H$  do topo do chapéu ao chão.
- Determine a distância  $Y$  da base do espelho ao chão.
- Quais os novos valores do tamanho mínimo do espelho ( $y'$ ) e da distância da base do espelho ao chão ( $Y'$ ) para que o rapaz veja sua imagem do topo do chapéu à ponta dos pés, quando se afasta para uma distância  $d'$  igual a 1 m do espelho?

NOTE E ADOTE

O topo do chapéu, os olhos e a ponta dos pés do rapaz estão em uma mesma linha vertical.

### Resolução

- O raio luminoso (em linha cheia) que parte do pé do homem e atinge seu globo ocular deve obedecer às leis da reflexão, conforme ilustra o esquema a seguir.



- Na figura-resposta do item *a*, os triângulos  $OCD$  e  $OA'B'$  são semelhantes. Logo:

$$\frac{H}{y} = \frac{2d}{d} \Rightarrow \frac{H}{1,0} = 2 \Rightarrow \boxed{H = 2,0\text{m}}$$

- c) Também na figura-resposta do item *a*, os triângulos DFB' e OBB' são semelhantes.

Daí:

$$\frac{Y}{h} = \frac{d}{2d} \Rightarrow Y = \frac{h}{2}$$

$$Y = \frac{1,6\text{m}}{2} \Rightarrow Y = 0,8\text{m}$$

- d) As relações de semelhança dos itens *b* e *c* mostram, respectivamente, que os valores de *y* e de *Y* não dependem da distância *d* entre o homem e o espelho. Logo:

$$y' = 1,0\text{m}$$

e

$$Y' = 0,8\text{m}$$

Respostas: a) Ver esquema

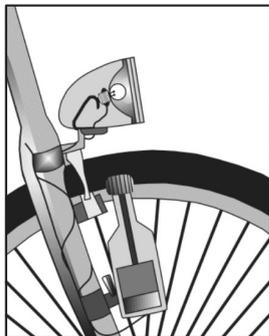
b)  $H = 2,0\text{m}$

c)  $Y = 0,8\text{m}$

d)  $y' = 1,0\text{m}$ ;  $Y' = 0,8\text{m}$

## F.05

Um ciclista pedala sua bicicleta, cujas rodas completam



uma volta a cada 0,5 segundo. Em contato com a lateral do pneu dianteiro da bicicleta, está o eixo de um dínamo que alimenta uma lâmpada, conforme a figura ao lado. Os raios da roda dianteira da bicicleta e do eixo do dínamo são, respectivamente,  $R = 50$  cm e  $r = 0,8$  cm. Determine

- os módulos das velocidades angulares  $\omega_R$  da roda dianteira da bicicleta e  $\omega_D$  do eixo do dínamo, em rad/s;
- o tempo  $T$  que o eixo do dínamo leva para completar uma volta;
- a força eletromotriz  $\mathcal{E}$  que alimenta a lâmpada quando ela está operando em sua potência máxima.

NOTE E ADOTE

$$\pi = 3$$

O filamento da lâmpada tem resistência elétrica de  $6\Omega$  quando ela está operando em sua potência máxima de 24 W.

Considere que o contato do eixo do dínamo com o pneu se dá em  $R = 50$  cm.

### Resolução

- a) A velocidade angular da roda será dada por:

$$\omega_R = \frac{2\pi}{T_R}$$

$$\omega_R = \frac{2 \cdot 3}{0,5} \text{ (rad/s)}$$

$$\omega_R = 12 \text{ rad/s}$$

A roda e o dínamo estão acoplados, assim:

$$V_R = V_D$$

$$\omega_R R = \omega_D r$$

$$12 \cdot 50 = \omega_D \cdot 0,8$$

$$\omega_D = 750 \text{ rad/s}$$

- b) O período do dínamo pode ser determinado por:

$$\omega_D = \frac{2\pi}{T}$$

$$750 = \frac{2 \cdot 3}{T}$$

$$T = 8,0 \cdot 10^{-3} \text{ s}$$

c) A força eletromotriz pode ser calculada por:

$$P = \frac{\epsilon^2}{R}$$

$$24 = \frac{\epsilon^2}{6}$$

$$\epsilon = 12 \text{ V}$$

Respostas: a) 12 rad/s e 750 rad/s

b)  $8,0 \cdot 10^{-3}\text{s}$

c) 12 V

## F.06

Em um laboratório de física, estudantes fazem um experimento em que radiação eletromagnética de comprimento de onda  $\lambda = 300 \text{ nm}$  incide em uma placa de sódio, provocando a emissão de elétrons. Os elétrons escapam da placa de sódio com energia cinética máxima  $E_c = E - W$ , sendo  $E$  a energia de um fóton da radiação e  $W$  a energia mínima necessária para extrair um elétron da placa. A energia de cada fóton é  $E = h f$ , sendo  $h$  a constante de Planck e  $f$  a frequência da radiação. Determine

- a frequência  $f$  da radiação incidente na placa de sódio;
- a energia  $E$  de um fóton dessa radiação;
- a energia cinética máxima  $E_c$  de um elétron que escapa da placa de sódio;
- a frequência  $f_0$  da radiação eletromagnética, abaixo da qual é impossível haver emissão de elétrons da placa de sódio.

NOTE E ADOTE

Velocidade da radiação eletromagnética:  $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$ .

$1 \text{ nm} = 10^{-9} \text{ m}$ .

$h = 4 \times 10^{-15} \text{ eV}\cdot\text{s}$ .

$W$  (sódio) = 2,3 eV.

$1 \text{ eV} = 1,6 \times 10^{-19} \text{ J}$ .

### Resolução

- a) Da equação fundamental da ondulatória, temos:

$$c = \lambda f$$

$$3 \cdot 10^8 = 300 \cdot 10^{-9} \cdot f$$

$$f = 1,0 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$$

- b) Da equação de Planck, temos:

$$E = h f$$

$$E = 4 \cdot 10^{-15} \cdot 1,0 \cdot 10^{15} \text{ (eV)}$$

$$E = 4,0 \text{ eV} \quad \text{ou} \quad E = 6,4 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

- c) Da equação do efeito fotoelétrico, temos:

$$E_c = E - W$$

$$E_c = 4,0 - 2,3 \text{ (eV)}$$

$$E_c = 1,7 \text{ eV} \quad \text{ou} \quad E_c = 2,72 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

$$\text{ou} \quad E_c \cong 2,7 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

- d) A frequência  $f_0$  da radiação eletromagnética, abaixo da qual o fotoelétron não é emitido, é obtida fazendo-se  $E_c = 0$ . Da equação do efeito fotoelétrico, temos:

$$h f_0 = W$$

$$f_0 = \frac{W}{h}$$

$$f_0 = \frac{2,3}{4 \cdot 10^{-15}} \text{ (Hz)}$$

$$f_0 = 5,75 \cdot 10^{14} \text{ Hz} \text{ ou } f_0 \cong 5,8 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

Respostas: a)  $f = 1,0 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$

b)  $E = 4,0 \text{ eV}$  ou  $E = 6,4 \cdot 10^{-19} \text{ J}$

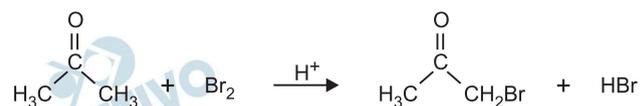
c)  $E_c = 1,7 \text{ eV}$  ou  $E_c = 2,72 \cdot 10^{-19} \text{ J}$  ou

$$E_c \cong 2,7 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

d)  $f_0 = 5,75 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$  ou  $f_0 \cong 5,8 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$

## Q.01

Ao misturar acetona com bromo, na presença de ácido, ocorre a transformação representada pela equação química



Dentre as substâncias presentes nessa mistura, apenas o bromo possui cor e, quando este reagente for totalmente consumido, a solução ficará incolor. Assim sendo, a velocidade da reação pode ser determinada medindo-se o tempo decorrido até o desaparecimento da cor, após misturar volumes definidos de soluções aquosas de acetona, ácido e bromo, de concentrações iniciais conhecidas. Os resultados de alguns desses experimentos estão na tabela apresentada na página de resposta.

a) Considerando que a velocidade da reação é dada por

$$\frac{\text{concentração inicial do Br}_2}{\text{tempo para desaparecimento da cor}},$$

complete a tabela apresentada na página de resposta.

Experimento	Concentração inicial de acetona (mol L <sup>-1</sup> )	Concentração inicial de H <sup>+</sup> (mol L <sup>-1</sup> )	Concentração inicial de Br <sub>2</sub> (mol L <sup>-1</sup> )	Tempo decorrido até o aparecimento da cor (s)	Velocidade da reação (mol L <sup>-1</sup> s <sup>-1</sup> )
1	0,8	0,2	6,6 x 10 <sup>-3</sup>	132	
2	1,6	0,2	6,6 x 10 <sup>-3</sup>	66	
3	0,8	0,4	6,6 x 10 <sup>-3</sup>	66	
4	0,8	0,2	3,3 x 10 <sup>-3</sup>	66	

b) A velocidade da reação é independente da concentração de uma das substâncias presentes na mistura. Qual é essa substância? Justifique sua resposta.

### Resolução

a) Vamos calcular a velocidade em cada experimento usando as informações fornecidas: a velocidade pode ser calculada dividindo-se a concentração inicial do bromo pelo tempo decorrido para ocorrer o descolorimento do bromo.

$$v = \frac{\text{concentração inicial do Br}_2}{\text{tempo}}$$

$$v_1 = \frac{6,6 \cdot 10^{-3} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}}{132 \text{ s}} = 5,0 \cdot 10^{-5} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$v_2 = \frac{6,6 \cdot 10^{-3} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}}{66 \text{ s}} = 1,0 \cdot 10^{-4} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$v_3 = \frac{6,6 \cdot 10^{-3} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}}{66 \text{ s}} = 1,0 \cdot 10^{-4} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$v_4 = \frac{3,3 \cdot 10^{-3} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}}{66 \text{ s}} = 5,0 \cdot 10^{-5} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$$

Com esses valores, completamos a tabela:

	$\begin{array}{c} \text{O} \\ \parallel \\ [\text{CH}_3 - \text{C} - \text{CH}_3] \\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1} \end{array}$	$[\text{H}^+] \\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$	$[\text{Br}_2] \\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$	tempo s	v $\text{mol} \cdot \text{L}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$
1	0,8	0,2	$6,6 \cdot 10^{-3}$	132	$5,0 \cdot 10^{-5}$
2	1,6	0,2	$6,6 \cdot 10^{-3}$	66	$1,0 \cdot 10^{-4}$
3	0,8	0,4	$6,6 \cdot 10^{-3}$	66	$1,0 \cdot 10^{-4}$
4	0,8	0,2	$3,3 \cdot 10^{-3}$	66	$5,0 \cdot 10^{-5}$

b) Verificamos por meio das experiências 1 e 2 que,

ao dobrar a concentração do  $\begin{array}{c} \text{O} \\ \parallel \\ \text{CH}_3 - \text{C} - \text{CH}_3 \end{array}$ , mantendo-se as concentrações de  $\text{H}^+$  e  $\text{Br}_2$  constantes, a velocidade da reação dobra.

A velocidade é diretamente proporcional à con-

centração do  $\begin{array}{c} \text{O} \\ \parallel \\ \text{CH}_3 - \text{C} - \text{CH}_3 \end{array}$  (ordem 1).

$$v = k_1 \left[ \begin{array}{c} \text{O} \\ \parallel \\ \text{CH}_3 - \text{C} - \text{CH}_3 \end{array} \right]^1$$

Nas experiências 1 e 3, percebemos que a concentração de  $\text{H}^+$  dobra e as concentrações de

$\begin{array}{c} \text{O} \\ \parallel \\ \text{CH}_3 - \text{C} - \text{CH}_3 \end{array}$  e  $\text{Br}_2$  são mantidas constantes.

A velocidade da reação dobra, portanto, depende da concentração de  $\text{H}^+$ .

A velocidade da reação também é diretamente proporcional à concentração de  $\text{H}^+$  (ordem 1).

$$v = k_2 \left[ \begin{array}{c} \text{O} \\ \parallel \\ \text{CH}_3 - \text{C} - \text{CH}_3 \end{array} \right]^1 \cdot [\text{H}^+]^1$$

Nas experiências 1 e 4, as concentrações de

$\begin{array}{c} \text{O} \\ \parallel \\ \text{CH}_3 - \text{C} - \text{CH}_3 \end{array}$  e  $\text{H}^+$  são mantidas constantes

e a concentração de  $\text{Br}_2$  é reduzida à metade. Verifica-se que a velocidade permaneceu constante.

Logo, podemos concluir que a velocidade da reação independe da concentração do  $Br_2$  (ordem zero em relação a  $Br_2$ ).

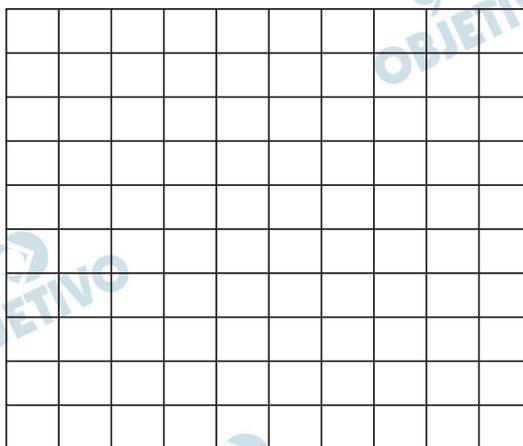
$$v = k \left[ \text{CH}_3 - \overset{\text{O}}{\parallel} \text{C} - \text{CH}_3 \right]^1 \cdot [\text{H}^+]^1 \cdot [\text{Br}_2]^0$$

## Q.02

Um aluno efetuou um experimento para avaliar o calor envolvido na reação de um ácido com uma base. Para isso, tomou 8 tubos de ensaio e a cada um deles adicionou 50 mL de uma mesma solução aquosa de HCl e diferentes volumes de água. Em seguida, acondicionou esses tubos em uma caixa de isopor, para minimizar trocas de calor com o ambiente. A cada um desses tubos, foram adaptados uma rolha e um termômetro para medir a temperatura máxima atingida pela respectiva solução, após o acréscimo rápido de volumes diferentes de uma mesma solução aquosa de NaOH. O volume final da mistura, em cada tubo, foi sempre 100 mL. Os resultados do experimento são apresentados na tabela.

Tubo	Volume de HCl (aq) (mL)	Volume de H <sub>2</sub> O (mL)	Volume de NaOH (aq) (mL)	Temperatura máxima (°C)
1	50	50	0	23,0
2	50	45	5	24,4
3	50	40	10	25,8
4	50	35	15	27,2
5	50	30	20	28,6
6	50	25	25	30,0
7	50	20	30	30,0
8	50	15	35	30,0

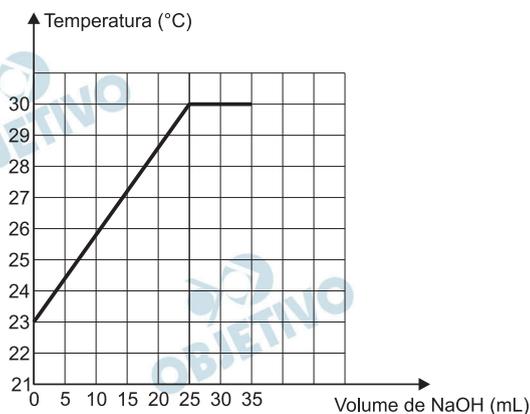
- a) Construa um gráfico, no quadriculado apresentado na página de resposta, que mostre como a temperatura máxima varia em função do volume de solução aquosa de NaOH acrescentado.



- b) A reação do ácido com a base libera ou absorve calor? Justifique sua resposta, considerando os dados da tabela.
- c) Calcule a concentração, em mol L<sup>-1</sup>, da solução aquosa de HCl, sabendo que a concentração da solução aquosa de NaOH utilizada era 2,0 mol L<sup>-1</sup>.

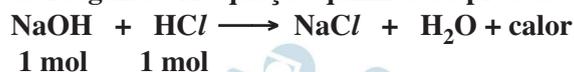
### Resolução

- a) De acordo com a tabela fornecida, teremos um aumento da temperatura do tubo 1 ao tubo 6. A partir do tubo 6, a temperatura permanece constante.



- b) No tubo 1, a temperatura é de 23°C, contendo 50 mL de solução de HCl e 50 mL de H<sub>2</sub>O. No tubo 2, a temperatura é de 24,4°C, contendo 50 mL de solução de HCl, 45 mL de H<sub>2</sub>O e 5 mL de solução de NaOH. Isso mostra que a reação de neutralização entre HCl e NaOH liberou calor, pois a temperatura do sistema aumentou.

- c) No tubo 6, temos a maior temperatura registrada, indicando que os reagentes HCl e NaOH reagiram estequiometricamente, isto é, não houve excesso de reagentes. A equação química do processo é:



Concluimos que:  $n_{\text{NaOH}} = n_{\text{HCl}}$

Cálculo da quantidade de matéria (em mol) de NaOH:

$$M = \frac{n_{\text{NaOH}}}{V}$$

$$2 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} = \frac{n_{\text{NaOH}}}{25 \cdot 10^{-3} \text{L}}$$

$$n_{\text{NaOH}} = 50 \cdot 10^{-3} \text{ mol}$$

Cálculo da concentração da solução de HCl:

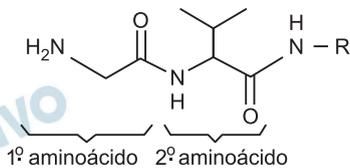
$$M = \frac{n}{V}$$

$$M = \frac{50 \cdot 10^{-3} \text{ mol}}{50 \cdot 10^{-3} \text{L}}$$

$$M = 1 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

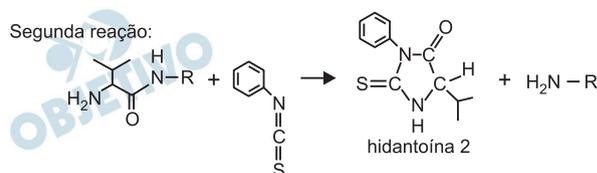
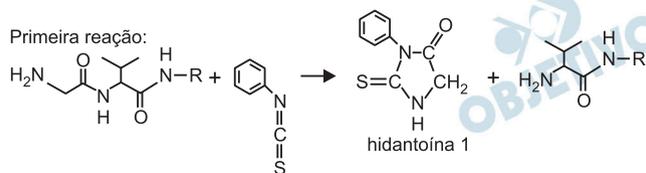
## Q.03

Peptídeos são formados por sequências de aminoácidos, como exemplificado para o peptídeo a seguir:



em que R representa o restante da cadeia do peptídeo

Para identificar os dois primeiros aminoácidos desse peptídeo e também a sequência de tais aminoácidos, foram efetuadas duas reações químicas. Na primeira reação, formaram-se uma hidantoína e um novo peptídeo com um aminoácido a menos. Esse novo peptídeo foi submetido a uma segunda reação, análoga à anterior, gerando outra hidantoína e outro peptídeo:



O mesmo tipo de reação foi utilizado para determinar a sequência de aminoácidos em um outro peptídeo de fórmula desconhecida, que é formado por apenas três aminoácidos. Para tanto, três reações foram realizadas, formando-se três hidantoínas, na ordem indicada na página de resposta.

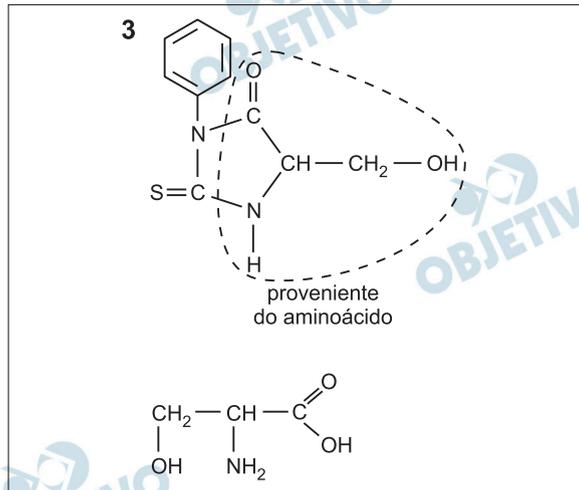
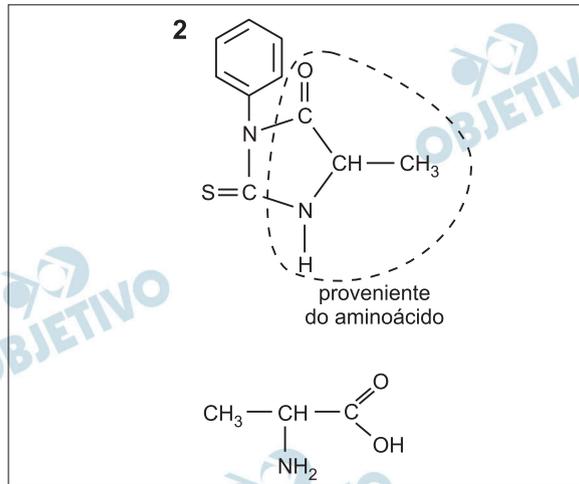
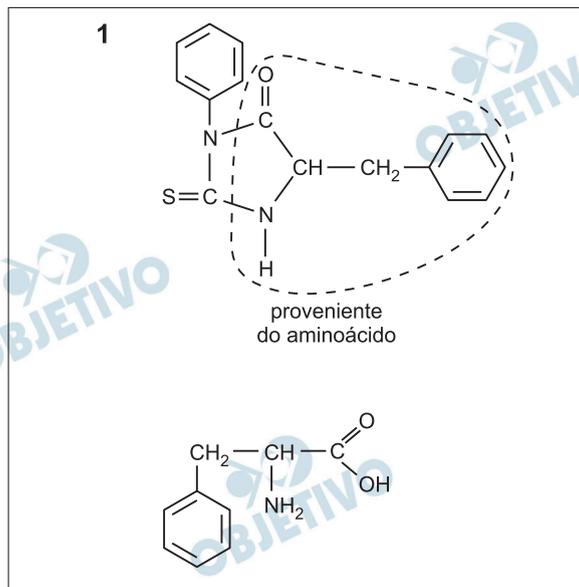
Preencha a tabela da página de resposta, escrevendo

- as fórmulas dos três aminoácidos que correspondem às três respectivas hidantoínas formadas;
- a fórmula estrutural do peptídeo desconhecido formado pelos três aminoácidos do item a).

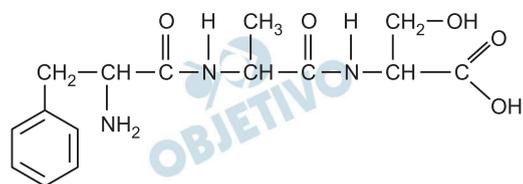
hidantoína			
	primeira hidantoína	segunda hidantoína	terceira hidantoína
a) aminoácido			
b) peptídeo formado pelos três aminoácidos do item a)			

### Resolução

- A partir da análise das três hidantoínas, obtém-se os aminoácidos:



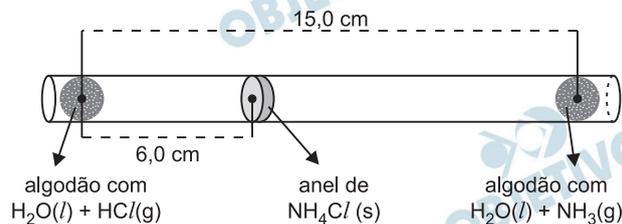
b) Nessa ordem, os aminoácidos formam o seguinte tripeptídio:



## Q.04

Uma estudante de Química realizou um experimento para investigar as velocidades de difusão dos gases  $\text{HCl}$  e  $\text{NH}_3$ .

Para tanto, colocou, simultaneamente, dois chumaços de algodão nas extremidades de um tubo de vidro, como mostrado na figura abaixo. Um dos chumaços estava embebido de solução aquosa de  $\text{HCl}$  (g), e o outro, de solução aquosa de  $\text{NH}_3$  (g). Cada um desses chumaços liberou o respectivo gás. No ponto de encontro dos gases, dentro do tubo, formou-se, após 10 s, um anel de sólido branco ( $\text{NH}_4\text{Cl}$ ), distante 6,0 cm do chumaço que liberava  $\text{HCl}$  (g).



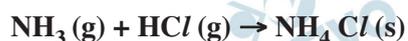
- Qual dos dois gases, desse experimento, tem maior velocidade de difusão? Explique.
- Quando o experimento foi repetido a uma temperatura mais alta, o anel de  $\text{NH}_4\text{Cl}$  (s) se formou na mesma posição. O tempo necessário para a formação do anel, a essa nova temperatura, foi igual a, maior ou menor do que 10 s? Justifique.
- Com os dados do experimento descrito, e sabendo-se a massa molar de um dos dois gases, pode-se determinar a massa molar do outro. Para isso, utiliza-se a expressão

$$\frac{\text{velocidade de difusão do } \text{NH}_3 \text{ (g)}}{\text{velocidade de difusão do } \text{HCl} \text{ (g)}} =$$
$$= \sqrt{\frac{\text{massa molar do } \text{HCl}}{\text{massa molar do } \text{NH}_3}}$$

Considere que se queira determinar a massa molar do  $\text{HCl}$ . Caso o algodão embebido de solução aquosa de  $\text{NH}_3$  (g) seja colocado no tubo um pouco **antes** do algodão que libera  $\text{HCl}$  (g) (e não simultaneamente), como isso afetará o valor obtido para a massa molar do  $\text{HCl}$ ? Explique.

### Resolução

- Os gases que se difundem no tubo reagem segundo a equação da reação:



O anel branco que se forma no tubo é devido à formação do sólido  $\text{NH}_4\text{Cl}$ .

Pelas informações fornecidas, observamos que o anel se forma mais próximo do algodão embebido com  $\text{HCl}$  (6 cm) do que do algodão embebido com  $\text{NH}_3$  (9 cm). Portanto, podemos concluir que a velocidade de difusão do gás  $\text{HCl}$  é menor que a

do gás  $\text{NH}_3$ .

- b) O aumento da temperatura do sistema implica um aumento da energia cinética das partículas e, portanto, um aumento na velocidade de difusão dos dois gases.

$$E_{\text{cin}} = K T = \frac{m v^2}{2}$$

Com o aumento da temperatura, o ponto de encontro dos dois gases continua o mesmo, mas o tempo para a formação do anel de  $\text{NH}_4\text{Cl}$  será menor.

- c) Com a fórmula fornecida:

$$\frac{\text{velocidade de difusão do HCl}}{\text{velocidade de difusão do NH}_3} =$$

$$= \sqrt{\frac{\text{massa molar do NH}_3}{\text{massa molar do HCl}}},$$

conhecendo a massa molar do  $\text{NH}_3$ , poderíamos determinar a massa molar do  $\text{HCl}$ .

massa molar do  $\text{HCl} =$

$$= \left( \frac{\text{velocidade de difusão do NH}_3}{\text{velocidade de difusão do HCl}} \right)^2 \cdot \text{massa molar}$$

do  $\text{NH}_3$

Colocando os dois chumaços de algodão no mesmo instante, a velocidade de difusão é proporcional à distância percorrida.

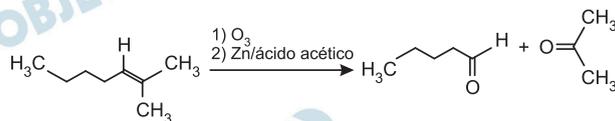
Se o chumaço de algodão contendo  $\text{NH}_3$  for colocado antes, a formação do anel ocorrerá numa região mais próxima do  $\text{HCl}$  e, portanto, menos de 6 cm da sua extremidade, originando um erro no cálculo da massa molar do  $\text{HCl}$ .

Iríamos achar que a velocidade do  $\text{NH}_3$  seria maior que a verdadeira e, portanto, a massa molar do  $\text{HCl}$  resultaria *maior que a real*.

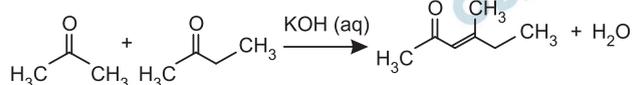
## Q.05

Dois tipos de reação, bastante utilizados na síntese e transformação de moléculas orgânicas, são:

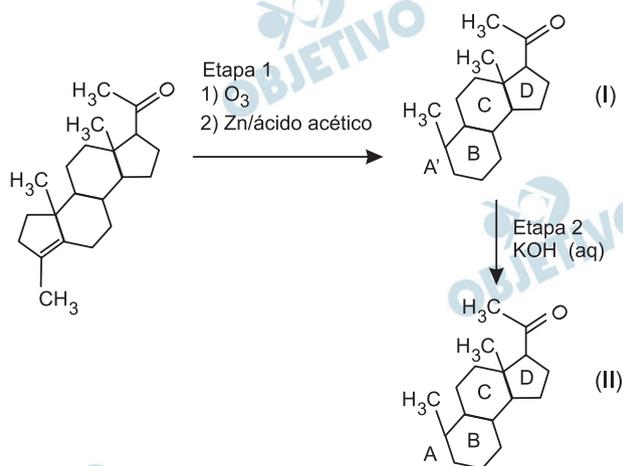
- Ozonólise – reação química em que cada carbono da ligação dupla de um composto orgânico forma uma ligação dupla com oxigênio, como exemplificado:



- Condensação aldólica – reação química em que dois compostos carbonílicos se unem e perdem água, formando um novo composto carbonílico com uma ligação dupla adjacente ao grupo carbonila, como exemplificado:

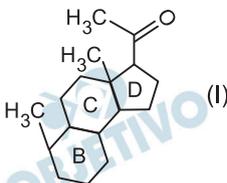


Em 1978, esses dois tipos de reação foram utilizados na síntese do hormônio progesterona, de acordo com a sequência ao lado, em que A' e A identificam, respectivamente, partes das fórmulas estruturais dos produtos I e II, cujas representações, abaixo, não estão completas.

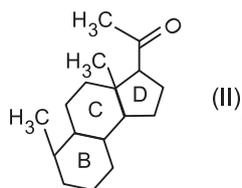


Na página de resposta, complete as fórmulas estruturais

a) do composto I;

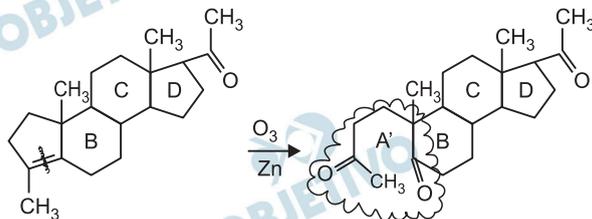


b) do composto II, em que A é um anel constituído por 6 átomos de carbono, e em que o anel B não possui grupo carbonila.

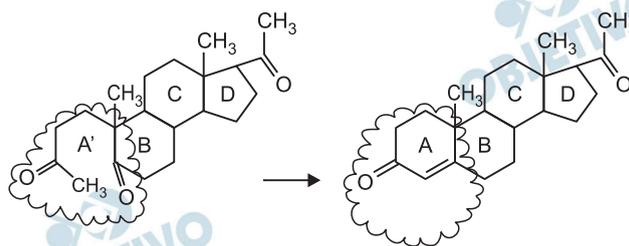


**Resolução**

a) Ozonólise do composto de partida:



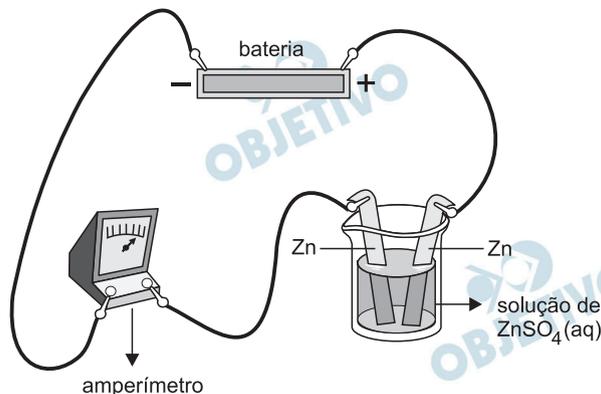
b) Condensação aldólica da parte A', seguida de desidratação:



## Q.06

A determinação da carga do elétron pode ser feita por método eletroquímico, utilizando a aparelhagem representada na figura abaixo.

Duas placas de zinco são mergulhadas em uma solução aquosa de sulfato de zinco ( $\text{ZnSO}_4$ ). Uma das placas é conectada ao polo positivo de uma bateria. A corrente que flui pelo circuito é medida por um amperímetro inserido entre a outra placa de Zn e o polo negativo da bateria.



A massa das placas é medida antes e depois da passagem de corrente elétrica por determinado tempo. Em um experimento, utilizando essa aparelhagem, observou-se que a massa da placa, conectada ao polo positivo da bateria, diminuiu de 0,0327 g. Este foi, também, o aumento de massa da placa conectada ao polo negativo.

- Descreva o que aconteceu na placa em que houve perda de massa e também o que aconteceu na placa em que houve ganho de massa.
- Calcule a quantidade de matéria de elétrons (em mol) envolvida na variação de massa que ocorreu em uma das placas do experimento descrito.
- Nesse experimento, fluiu pelo circuito uma corrente de 0,050 A durante 1920 s. Utilizando esses resultados experimentais, calcule a carga de um elétron.

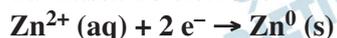
Dados: massa molar do Zn =  $65,4 \text{ g mol}^{-1}$   
constante de Avogadro =  $6,0 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$

### Resolução

- a) No eletrodo positivo (anodo), ocorre a oxidação do zinco metálico, o que leva à diminuição da massa do eletrodo:



No eletrodo negativo (catodo), ocorre a redução dos íons zinco da solução, o que leva ao aumento da massa do eletrodo:



Como a transformação envolve o elemento zinco nos dois eletrodos, as variações de massa serão iguais.

- b)  $\text{Zn}^{2+} (\text{aq}) + 2 \text{e}^- \longrightarrow \text{Zn}^0 (\text{s})$

$$\begin{aligned} 2 \text{ mol} &\text{ — } 1 \text{ mol} \\ 2 \text{ mol de e}^- &\text{ — } 65,4 \text{ g} \\ n &\text{ — } 0,0327 \text{ g} \\ n &= 0,001 \text{ mol de e}^- \end{aligned}$$

c)  $i = \frac{Q}{\Delta t} \Rightarrow Q = i \cdot \Delta t \Rightarrow Q = 0,050 \cdot 1920 \text{ C} \Rightarrow$

$$\Rightarrow Q = 96 \text{ C}$$

$$\begin{array}{l} 96 \text{ C} \text{ — } 0,001 \text{ mol de e}^- = 6,0 \cdot 10^{20} \text{ e}^- \\ x \text{ — } 1 \text{ e}^- \end{array}$$

$$x = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

## B.01

O sangue transporta o gás oxigênio ( $O_2$ ) para os tecidos e remove deles o dióxido de carbono ( $CO_2$ ), produto residual do metabolismo.

- a) Cada molécula de hemoglobina nas hemácias pode transportar até quatro moléculas de  $O_2$ . Ordene os vasos sanguíneos – veia pulmonar, artéria pulmonar e capilares da circulação sistêmica, de acordo com a concentração de hemoglobina saturada de  $O_2$  neles encontrada, da maior para a menor concentração. Justifique sua resposta.
- b) Cerca de 5% do  $CO_2$  produzido nos tecidos é transportado em solução, no plasma sanguíneo. Como o restante do  $CO_2$  é transportado dos tecidos para os pulmões?

### Resolução

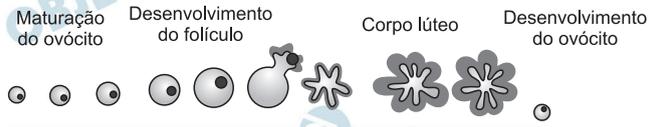
- a) **Veia pulmonar – capilares sistêmicos – artéria pulmonar.**  
A veia pulmonar apresenta sangue arterial, rico em oxiemoglobina. Ao nível dos capilares sistêmicos, o  $O_2$  é fornecido às células do corpo, diminuindo sua concentração no sangue. A artéria pulmonar apresenta sangue venoso, pobre em oxiemoglobina.
- b) 5% do  $CO_2$  são transportados dissolvidos no plasma. Parte do restante (de 3% a 33%) é transportado ligado à hemoglobina e às proteínas plasmáticas, formando carbaminas. A maior parte (de 66% a 92%), no plasma sanguíneo, na forma de bicarbonato.

## B.02

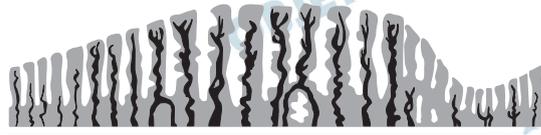
As figuras a seguir mostram os ciclos ovariano e uterino e as variações dos hormônios hipofisários relacionadas com esses ciclos, na mulher. Em cada figura, a representação dos eventos se inicia em tempos diferentes.

As figuras estão reproduzidas na página de resposta.

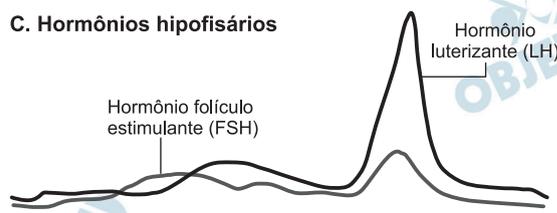
### A. Ciclo ovariano



### B. Ciclo uterino: desenvolvimento do endométrio



### C. Hormônios hipofisários

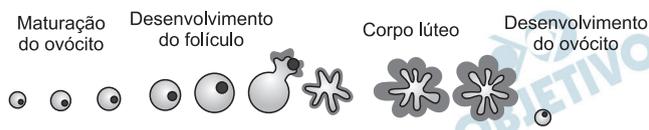


- Nas linhas horizontais abaixo das figuras A e B, indique, com a letra **M**, o início da menstruação.
- Na linha horizontal abaixo da figura C, indique, com a letra **O**, o momento da ovulação.
- Na gravidez, o que ocorre com a produção dos hormônios representados na figura C?

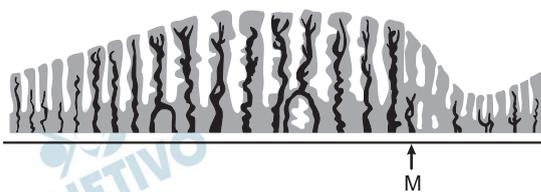
### Resolução

a)

#### A. Ciclo ovariano

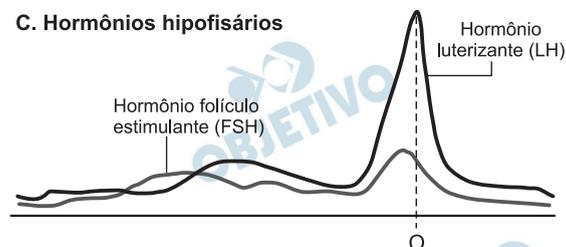


#### B. Ciclo uterino: desenvolvimento do endométrio



b)

#### C. Hormônios hipofisários



- c) Durante a gravidez, ocorre um aumento na produção dos esteroides ovarianos e, devido ao mecanismo de *feedback* ou retroalimentação negativa, a produção das gonadotrofinas hipofisárias (FSH e LH) diminui.

 OBJETIVO

 OBJETIVO

 OBJETIVO

 OBJETIVO

 OBJETIVO

 OBJETIVO

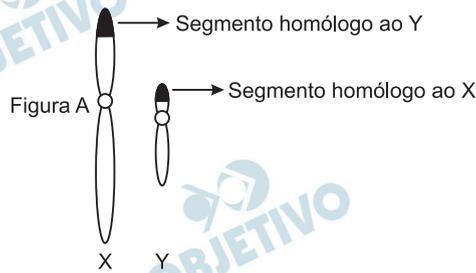
 OBJETIVO

 OBJETIVO

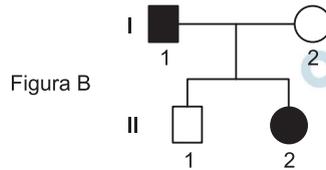
 OBJETIVO

## B.03

A figura A abaixo mostra o par de cromossomos sexuais humanos X e Y. Esses cromossomos emparelham-se na meiose, apenas pelos segmentos homólogos que possuem nas extremidades de seus braços curtos. Ocorre permuta entre esses segmentos.

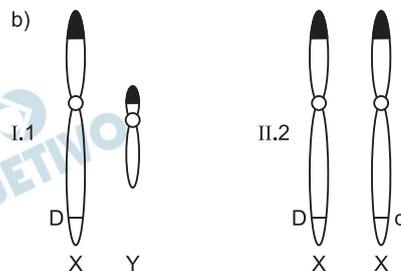
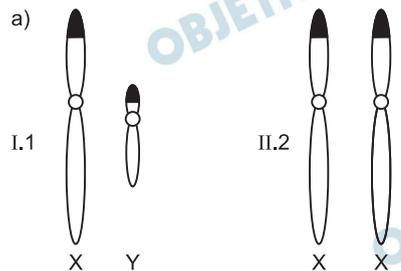


No heredograma (figura B), os indivíduos I-1 e II-2 são afetados por uma doença que tem herança dominante ligada ao X.



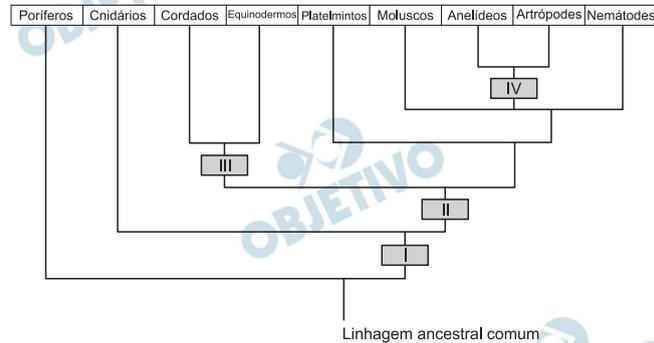
- Desenhe os cromossomos sexuais de I-1 e II-2, representando-os como aparecem na figura A.
- Indique os genótipos de I-1 e II-2, localizando, nos cromossomos desenhados, o alelo (**d**) normal e o alelo (**D**) determinante da doença.

### Resolução



## B.04

O diagrama abaixo representa uma das hipóteses sobre a evolução dos animais metazoários. Nele, os retângulos com os números I, II, III e IV correspondem ao surgimento de novas características morfológicas. Isso significa que os grupos de animais situados acima desses retângulos são portadores da característica correspondente.



- Liste as características morfológicas que correspondem, respectivamente, aos retângulos com os números I, II, III e IV.
- Ordene as seguintes características dos cordados, de acordo com seu surgimento na história evolutiva do grupo, da mais antiga à mais recente: pulmões, ovo amniótico, coluna vertebral, endotermia, cérebro.

### Resolução

- tecido verdadeiro
  - três folhetos germinativos (triblásticos)
  - deuterostômios enterocelomados
  - metameria (segmentação)
- Cérebro – coluna vertebral – pulmões – ovo amniótico – endotermia

## B.05

Na vitória-régia, mostrada na figura abaixo, os estômatos localizam-se na superfície superior da folha, o que acontece também em outras plantas aquáticas.



Fonte: Arquivo da Banca Elaboradora

- Considerando o ambiente em que a vitória-régia ocorre, seus estômatos passam a maior parte do tempo abertos ou fechados? Justifique sua resposta.
- Liste o que entra e o que sai do estômato aberto de uma folha.

### Resolução

- Abertos. Os estômatos dependem da hidratação das células-guarda para realizarem os movimentos de abertura e fechamento dos ostíolos. Assim, células saturadas com água (túrgidas) permanecem com os ostíolos abertos, como ocorre com plantas aquáticas de folhas flutuantes.**
- Os movimentos de abertura e fechamento dos estômatos controlam as trocas gasosas, permitindo a entrada e a saída de  $\text{CO}_2$  e  $\text{O}_2$  e a saída de vapor de água (transpiração).**

## B.06

O coqueiro (*Cocos nucifera*) é uma monocotiledônea de grande porte. Suas flores, depois de polinizadas, originam o chamado coco-verde ou coco-da-baía. A água de coco é o endosperma, cujos núcleos triploides estão livres no meio líquido.

- a) O coco-da-baía é um fruto ou uma semente? Copie a frase do texto acima que justifica sua resposta.
- b) O endosperma triploide é uma novidade evolutiva das angiospermas. Que vantagem essa triploidia tem em relação à diploidia do tecido de reserva das demais plantas?

### Resolução

a) **Fruto.**

**Suas flores, depois de polinizadas, originam o coco-verde ou coco-da-baía.**

- b) **As células triploides são mais volumosas do que aquelas diploides, permitindo maior acúmulo de substâncias de reserva.**

## H.01

*Não é possível pôr em dúvida por mais tempo, ao passar em revista o estado atual dos conhecimentos, ter havido realmente uma guerra de Troia histórica, em que uma coligação de Aqueus ou Micênios, sob um rei cuja suserania era conhecida pelos restantes, combateu o povo de Troia e os seus aliados. A magnitude e duração da luta podem ter sido exageradas pela tradição popular em tempos recentes, e os números dos participantes avaliados muito por cima nos poemas épicos. Muitos incidentes, tanto de importância primária como secundária, foram sem dúvida inventados e introduzidos na narrativa durante a sua viagem através dos séculos. Mas as provas são suficientes para demonstrar não só que a tradição da expedição contra Troia deve basear-se em fatos históricos, mas ainda que boa parte dos heróis individuais mencionados nos poemas foi tirada de personagens reais.*

Carl W. Blegen. *Troia e os troianos*.  
Lisboa, Verbo, 1971. Adaptado.

A partir do texto acima,

- identifique ao menos um poema épico inspirado na guerra de Troia e explique seu título;
- explique uma diferença e uma semelhança entre poesia épica e história para os gregos da Antiguidade.

### **Resolução**

- Ilíada*, cuja autoria é atribuída a Homero. O título dessa obra deriva de *Ílion* – nome dado pelos gregos à cidade de Troia, cujo assédio e queda constituem o tema central do poema.**
- Semelhança: um e outro têm como base um evento real.**

**Diferença: no poema épico há intervenções de divindades, ao passo que o fato histórico é narrado com base em elementos exclusivamente materiais – ainda que eventualmente exagerados ou alterados por juízo de valor.**

## H.02

*Nos tempos de São Luís [Luís IX], as hordas que surgiam do leste provocaram terror e angústia no mundo cristão. O medo do estrangeiro oprimia novamente as populações. No entanto, a Europa soubera digerir e integrar os saqueadores normandos. Essas invasões tinham tornado menos claras as fronteiras entre o mundo pagão e a cristandade e estimulado o crescimento econômico. A Europa, então terra juvenil, em plena expansão, estendeu-se aos quatro pontos cardeais, alimentando-se, com voracidade, das culturas exteriores. Uma situação muito diferente da de hoje, em que o Velho Continente se entrincheira contra a miséria do mundo para preservar suas riquezas.*

Georges Duby. Ano 1000 ano 2000. *Na pista de nossos medos*. São Paulo: Unesp, 1998, p. 50-51. Adaptado.

- a) Justifique a afirmação do autor de que “essas invasões tinham (...) estimulado o crescimento econômico” da Europa cristã.
- b) Cite um caso do atual “entrincheiramento” europeu e explique, em que sentido, a Europa quer “preservar suas riquezas”.

### **Resolução**

- a) “Essas invasões” (isto é, as dos normandos, segundo o texto adaptado) produziram, num primeiro momento, um impacto negativo na Europa cristã. Mas, após a conversão dos invasores ao cristianismo e sua integração na França e na Inglaterra, as relações econômicas de então se estenderam aos países nórdicos, de onde os normandos eram originários. Daí o “estímulo ao crescimento econômico” referido no texto.
- b) Alguns países europeus (Espanha, Itália e outros) têm adotado medidas de contenção em relação à entrada de imigrantes procedentes de países pobres. A França, particularmente, vem impondo medidas legais de restrição não só à entrada de estrangeiros, mas a manifestações culturais e/ou religiosas dessas comunidades (exemplo: a proibição do uso do véu islâmico).

## H.03

*A formação histórica do atual Estado do Rio Grande do Sul está intrinsecamente relacionada à questão fronteiriça existente entre os domínios das duas coroas Ibéricas na América meridional. Desde o século XVIII, esta região foi cenário de constantes disputas territoriais entre diferentes agentes sociais. Atritos que não estiveram restritos apenas às lutas travadas entre luso-brasileiros e hispano-americanos pelo domínio do Continente do Rio Grande.*

Eduardo Santos Neumann, “A fronteira tripartida”,  
Luiz Alberto Grijó (e outros). *Capítulos de História do Rio Grande do Sul*. Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2004, p. 25. Adaptado.

- a) Caracterize a “questão fronteiriça”, mencionada no texto acima.
- b) Quais são as principais diferenças e semelhanças entre a organização socioeconômica do Rio Grande colonial e a de regiões açucareiras, como Bahia e Pernambuco, na mesma época?

### **Resolução**

- a) **Disputa entre Portugal e Espanha pelos territórios situados ao norte do Rio da Prata (atuais Uruguai e Rio Grande do Sul), envolvendo, entre outros aspectos, a fundação da Colônia do Sacramento pelos portugueses e a existência dos Sete Povos das Missões, administrados por jesuítas espanhóis.**
- b) **Semelhanças: concentração fundiária e predomínio da aristocracia rural.**  
**Diferenças: economia direcionada para a exportação no Nordeste (açúcar) e voltada para o mercado interno no Rio Grande do Sul (gado); base essencialmente escravista na economia açucareira e presença significativa da mão de obra livre no Rio Grande do Sul, apesar da utilização de escravos negros, sobretudo nas charqueadas.**

## H.04

*Não parece fácil determinar a época em que os habitantes da América lusitana, dispersos pela distância, pela dificuldade de comunicação, pela mútua ignorância, pela diversidade, não raro, de interesses locais, começam a sentir-se unidos por vínculos mais fortes do que todos os contrastes ou indiferenças que os separam, e a querer associar esse sentimento ao desejo de emancipação política. No Brasil, as duas aspirações – a da independência e a da unidade – não nascem juntas e, por longo tempo ainda, não caminham de mãos dadas.*

Sérgio Buarque de Holanda,  
“A herança colonial – sua desagregação”.  
*História geral da civilização brasileira*, tomo II,  
volume 1, 2ª ed., São Paulo: DIFEL, 1965, p. 9.

- Explique qual a diferença entre as aspirações de “independência” e de “unidade” a que o autor se refere.
- Indique e caracterize ao menos um acontecimento histórico relacionado a cada uma das aspirações mencionadas no item a).

### Resolução

- No Brasil, as aspirações de independência antecederam as de unidade, pois estavam ligadas aos interesses e peculiaridades regionais referidos pelo autor. Nesse sentido, remontam ao século XVIII, como manifestações de caráter republicano contrárias à opressão da metrópole (episódios principais: Inconfidência Mineira e Conjuração Baiana, no século XVIII e Revolução Pernambucana de 1817). As aspirações de unidade, por sua vez, corporificaram-se a partir do movimento de independência de 1821-22, refletindo um projeto gestado nos centros político-econômicos do sudeste (Rio de Janeiro, Minas Gerais e São Paulo); esse projeto, superando resistências locais, viria a prevalecer como mantenedor da ordem monárquico-aristocrático-latifundiário-escravista que caracterizaria o Brasil no século XIX.**
- Acontecimentos ligados às aspirações de independência: movimentos emancipacionistas mencionados na resposta anterior e revoltas separatistas do Primeiro Reinado (Confederação do Equador) e do Período Regencial (Farroupilha e Sabinada), além da própria independência do Brasil.**  
**Aspirações de unidade: a Assembleia Constituinte de 1823, cujo projeto unionista foi mantido pela Constituição de 1824; e a repressão do governo central – apoiado por setores oligárquicos locais – a todas as rebeliões do período, fossem elas separatistas ou não.**

## H.05

Leia este texto, que se refere à dominação europeia sobre povos e terras africanas.

*Desde o século XVI, os portugueses e, trezentos anos mais tarde, os franceses, britânicos e alemães souberam usar os povos [africanos] mais fracos contra os mais fortes que desejavam submeter. Aliaram-se àqueles e somaram os seus grandes números aos contingentes, em geral pequenos, de militares europeus.*

Alberto da Costa e Silva. *A África explicada aos meus filhos*. Rio de Janeiro: Agir, 2008, p. 98.

- a) Diferencie a presença europeia na África nos dois períodos aos quais o texto se refere.
- b) Indique uma decorrência, para o continente africano, dessa política colonial de estimular conflitos internos.

### Resolução

- a) **Século XVI: estabelecimento de feitorias (entrepósitos comerciais) no litoral africano; direcionadas para a prática do escambo, sobretudo de escravos, inseriam-se no quadro da expansão do capitalismo mercantil da Idade Moderna.**  
**Século XIX: partilha do continente africano e ocupação efetiva de seus territórios pelas potências coloniais, com vistas a sua exploração econômica, no quadro da expansão imperialista do capitalismo (neocolonialismo).**
- b) **Conflitos étnicos nos Estados africanos pós-descolonização, gerando sangrentas guerras civis e contribuindo para a situação de caos e miséria reinante em muitos desses países.**

## H.06

O cartaz abaixo, parte de uma campanha sindical pela redução da jornada diária de trabalho, foi divulgado em 1919 pela União Interdepartamental da Confederação Geral dos Trabalhadores da Região do Sena, na França.



Tradução dos escritos do cartaz: “União dos Sindicatos de Trabalhadores do Sena”. “As 8 horas”. “Operário, a regra foi aprovada, mas apenas sua ação a fará ser aplicada”.

- Identifique um elemento visual no cartaz que caracterize a principal reivindicação dos sindicatos e o explique.
- Identifique e analise a visão de luta social que a cena principal do cartaz apresenta.

### Resolução

- O número 8 (destacado pelo formato do relógio e também presente no mostrador), indicativo da jornada de oito horas de trabalho reivindicada pelos operários, no contexto dos movimentos sociais vinculados ao processo de desenvolvimento do capitalismo industrial.
- A cena mostrada no cartaz simboliza a luta de classes, considerada pela teoria marxista como o móvel principal do processo histórico. No caso em questão, o conflito de interesses ocorre entre operários e patrões: os primeiros, reivindicando a valorização de seu trabalho; os segundos, procurando assegurar ou mesmo ampliar seus lucros.

IMAGEM 1



IPT, 2011.

IMAGEM 2



Ândrea Moreira de Araujo, 2011.

As imagens acima ilustram uma contradição característica de médios e grandes centros urbanos no Brasil, destacando-se o fato de que ambas dizem respeito a formas de segregação socioespacial.

Considerando as imagens e seus conhecimentos, identifique e explique

- duas causas socioeconômicas geradoras do tipo de segregação retratado na Imagem 1;
- o tipo de segregação retratado na Imagem 2 e uma causa socioeconômica responsável por sua ocorrência.

### Resolução

- Várias causas levam ao tipo de segregação socioespacial observada numa favela (imagem 1), como, por exemplo, o elevado contingente de população de baixa renda que flui para as áreas urbanas, onde a especulação imobiliária torna proibitiva a aquisição de terras para moradia popular. Adicione-se a isso a pouca eficiência de políticas públicas voltadas para a construção de moradia popular, além do escasso crédito imobiliário para a população de baixa renda. Tudo isso desemboca naquilo que se convencionou chamar de “inchaço urbano” ou “macrocefalia”, mais um dos casos da segregação socioespacial.
- O que se observa na imagem 2 é o que, em estudos urbanos, se convencionou chamar de “enclave fortificado”, no qual grupos sociais mais abastados investem em espaços segregados com o suposto intuito de “proteção”, isolando-se

especialmente do contato com os demais grupos sociais que habitam as cidades. Esses espaços são, geralmente, cercados e monitorados, evitando a livre circulação dos extratos sociais menos abastados. Por vezes, os enclaves fortificados usufruem das infraestruturas urbanas (luz, saneamento etc.) e, criados por toda a comunidade por meio da cobrança de impostos, impedem que a população mais pobre faça uso deles.

## G.02

Considere a tabela, que traz dados sobre o equilíbrio federativo brasileiro.

### Representatividade político-espacial no Brasil, por Grandes Regiões – 2010

Grandes Regiões	Número de estados	Habitantes / Senador	Habitantes / Deputado Federal
Norte	7	755.450	244.068
Nordeste	9	1.965.998	351.536
Centro-Oeste	3 + DF	3.514.523	342.880
Sudeste	4	6.697.034	448.963
Sul	3	3.042.987	355.673

Com base na tabela e em seus conhecimentos,

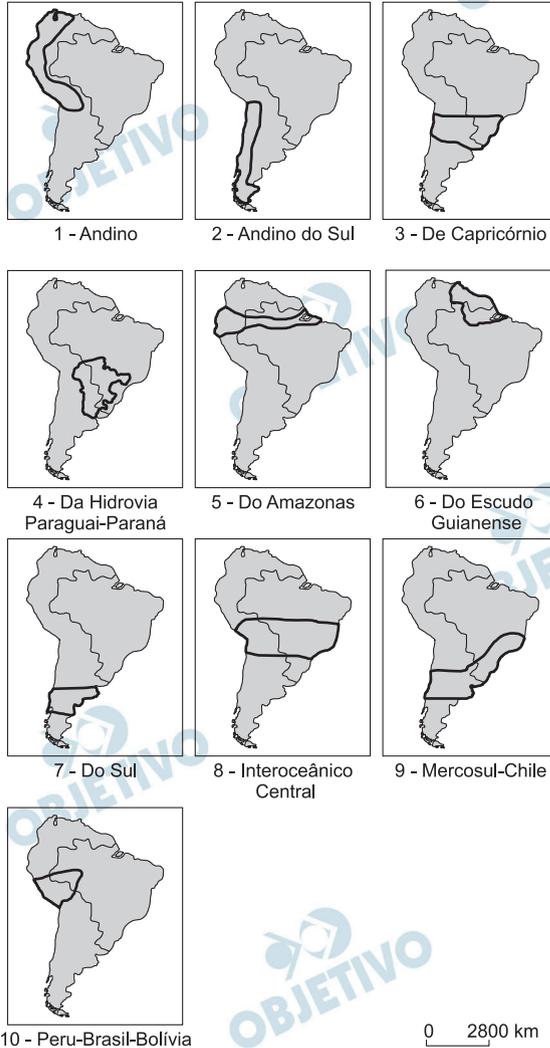
- analise a representatividade político-espacial no Brasil;
- identifique uma consequência da criação de um novo estado para o equilíbrio federativo brasileiro.

Explique.

#### Resolução

- Os dados mostram como está estruturado o funcionamento do Congresso e o Senado brasileiros: no caso do Congresso, o número de deputados é proporcional ao número de habitantes que o estado possui. Assim, os estados mais populosos, como São Paulo, Minas Gerais, Rio de Janeiro, Bahia, Rio Grande do Sul, por exemplo, possuem grande número de deputados e, teoricamente, imporiam sua vontade à nação, através da aprovação de leis que lhes fossem favoráveis. Essa suposta “injustiça” seria corrigida pelo Senado, onde cada estado possui obrigatoriamente o mesmo número de senadores (três) impedindo assim, que os estados mais populosos impusessem suas vontades. Contudo, ocorre o contrário: os estados menos populosos, por possuírem igual número de senadores, por vezes se unem e impõem a vontade de uma minoria populacional.
- Na hipótese da criação de novos Estados – situação aventada com os plebiscitos ocorridos no Pará para a criação dos novos Estados de Carajás e Tapajós ( o plebiscito resultou contra a criação) – a representatividade seria ainda mais enfraquecida, pois novos Estados, geralmente menos populosos, estariam sobrerrepresentados, enfraquecendo ainda mais os ideais federativos.

AMÉRICA DO SUL  
EIXOS DE INTEGRAÇÃO E DESENVOLVIMENTO



www.iirsa.org, 2009. Acesso em junho de 2011.

Nos mapas, estão representados os Eixos de Integração e Desenvolvimento previstos pela Iniciativa para a Integração da Infraestrutura Regional Sul-Americana (IIRSA), da qual o Brasil é um dos países membros, desde o ano 2000.

Com base nos mapas e em seus conhecimentos,

- identifique todos os Eixos de Integração com impacto direto sobre o mercado externo brasileiro, analisando, particularmente, o Eixo de Integração 9. Explique.
- identifique e analise dois possíveis impactos ambientais do Eixo de Integração 8.

**Resolução**

- Os mapas representam os Eixos de Integração e Desenvolvimento previstos pela Iniciativa para a Integração da Infraestrutura Regional Sul-Americana (IIRSA). Os eixos com maior impacto direto sobre o mercado externo brasileiro estão identificados com os números 3, 4, 5, 6, 8, 9 e 10. Todos os eixos passam por nosso território, logo afetam diretamente o fluxo de mercadorias entre o mercado nacional e externo. O Eixo de Integração 9 compreende os países do Mercosul – Brasil,

Argentina, Uruguai e Paraguai, além do Chile, como membro associado ao bloco. O comércio externo brasileiro tem no bloco um grande mercado consumidor para seus produtos industrializados, além do fluxo de *commodities* brasileiras, como soja e carne, para o mercado asiático através dos portos do Pacífico, principalmente para o mercado chinês.

- b) Dentre os possíveis impactos ao longo do eixo 8, destacam-se a construção de portos ao longo da fachada atlântica, do Sul da Bahia ao Sul do Estado de São Paulo no bioma da Mata Atlântica; o avanço da agropecuária por áreas dos biomas do Cerrado e Pantanal exerce maior potencial de degradação com a expansão de vias e intervenções hidrológicas, como a construção de pontes e hidrovias, o que altera o fluxo de escoamento da Bacia Platina. Destaca-se, ainda, a utilização de técnicas inadequadas para o desenvolvimento da atividade agrícola, como o uso de queimadas e defensivos agrícolas, agravando, dessa forma, a erosão, a contaminação do solo e do lençol freático, inclusive por extensas áreas do Aquífero Guarani.

## G.04

Há mais de 40 anos, a Lei n.º 4.771, de 15 de setembro de 1965, conhecida como Código Florestal, estabeleceu no seu Artigo 1.º: “As florestas existentes no território nacional e as demais formas de vegetação, reconhecidas de utilidade às terras que revestem, são bens de interesse comum a todos os habitantes do País, exercendo-se os direitos de propriedade, com as limitações que a legislação em geral e especialmente esta Lei estabelecem”.

Em pesquisa realizada pelo Instituto Datafolha, em junho de 2011, para saber a opinião do cidadão brasileiro sobre a proposta de mudanças no Código Florestal, 85% dos entrevistados optaram por “priorizar a proteção das florestas e dos rios, mesmo que, em alguns casos, isto prejudique a produção agropecuária”; para 10%, deve-se “priorizar a produção agropecuária mesmo que, em alguns casos, isto prejudique a proteção das florestas e dos rios”; 5% não sabem.

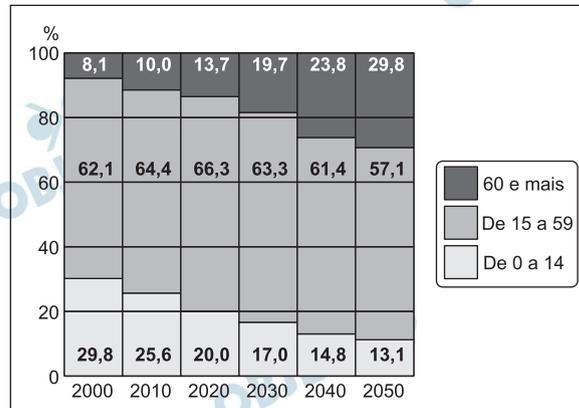
- a) O Artigo 1.º da Lei n.º 4.771 indica a existência de um conflito, de natureza social, que justifica a necessidade da norma legal. Que conflito é esse? Explique.
- b) Analise os resultados da pesquisa feita pelo Instituto Datafolha, acima expostos, relacionando-os com o Artigo 1.º da Lei n.º 4.771.

### **Resolução**

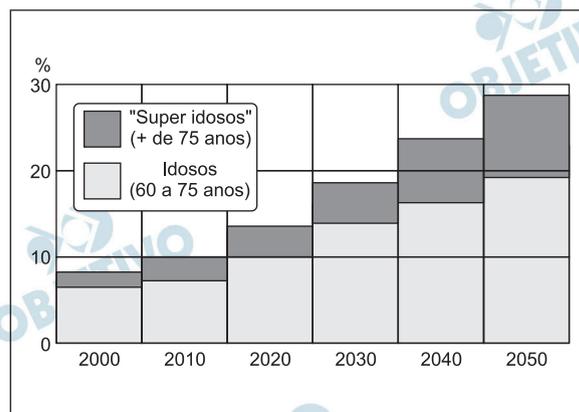
- a) **O artigo 1.º da Lei 4.771/65, que instituiu o Novo Código Florestal, limita o direito de propriedade. Este deve ser exercido observando-se o manuseio adequado – conservação ou preservação – das florestas e das demais formações vegetais reconhecidas de utilidade às terras que revestem. Ou seja, ao proprietário é assegurado, por lei, o direito de exercício da propriedade, mas esse exercício não pode comprometer a integridade das formações vegetais nativas que a revestem. Portanto, o direito individual ou coletivo à propriedade subordina-se ao interesse maior, que é a integralidade do meio ambiente, em conformidade com o artigo 225 da Constituição Federal de 1988.**
- b) **Os dados da pesquisa indicam que a maior parcela da população entende ser mais importante a preservação das florestas do que o desenvolvimento econômico. É de se supor que a maioria da população é ciosa de desenvolvimento econômico e material, mas isso não deve ocorrer à custa da salubridade do meio ambiente. Essa ideia de desenvolvimento econômico, respeitando-se o meio ambiente, insere-se na ideia de Desenvolvimento Sustentável ou Ecodesenvolvimento.**

## G.05

BRASIL: PARTICIPAÇÃO DOS GRUPOS ETÁRIOS  
NO CONJUNTO DA POPULAÇÃO (2000 - 2050)



BRASIL: PARTICIPAÇÃO DOS IDOSOS E "SUPER IDOSOS"  
NO CONJUNTO DA POPULAÇÃO (2000 - 2050)



IBGE, 2010 e Boletim **Mundo**, abril, 2011. Adaptado.

Com base nos gráficos e em seus conhecimentos,

- caracterize o processo de transição demográfica em curso no Brasil;
- cite e explique dois possíveis impactos da transição demográfica brasileira sobre políticas públicas.

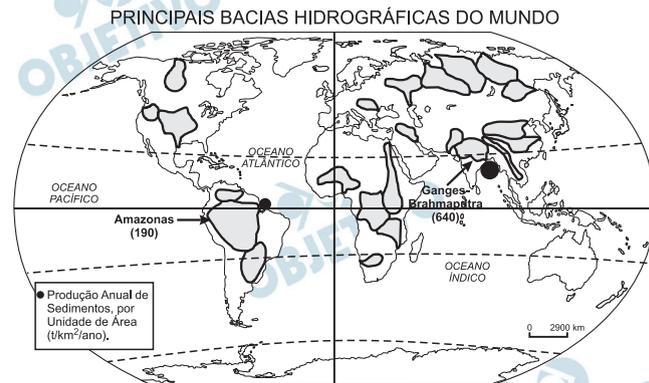
### Resolução

- Observa-se pelos dois gráficos que o Brasil, durante os cinquenta anos analisados (de 2000 a 2050), terá uma diminuição constante da população dita jovem (de 0 a 14 anos), caindo de 29,8% em 2000 para 13,1% em 2050 e um crescimento contínuo da população idosa (de 60 a 75 anos) e superidosa (+ de 75 anos). Esse último conjunto subirá de 8,1% em 2000 para 29,8% em 2050. O contingente adulto (de 15 a 59 anos), depois de um pequeno crescimento, de 62,1% em 2000 para 66,3% em 2020, entrará também em declínio, caindo para 57,1% em 2050. Observa-se, portanto, o contínuo envelhecimento da população brasileira.
- Um primeiro impacto do processo de transição da população a se considerar nas políticas públicas é que o Estado deverá modificar o direcionamento dos recursos destinados à educação, com a redução de verbas para o ensino básico e médio e o aumento para o ensino superior, em função do

aumento do contingente adulto. A provável redução da oferta de mão de obra em diversos setores poderá obrigar o Estado a investir na mecanização da produção (como já ocorreu na Europa, por exemplo), ou até na importação de mão de obra. Outro impacto se dará no sistema de saúde, que deverá destinar maiores recursos para cuidados geriátricos, tanto na formação de profissionais quanto na solução de doenças da velhice. Também o sistema previdenciário sofrerá sérias consequências, já que o envelhecimento da população reduzirá a fonte de receitas com a diminuição do contingente trabalhador que, nos anos precedentes, recolhia as contribuições. Equacionar a falta de receitas com o aumento do contingente de aposentados poderá tornar-se um problema que já se prenuncia insolúvel. Outros problemas, de menor monta, mas não menos relevantes, encontram-se nos sistemas de locomoção, principalmente das áreas urbanas, como transportes (ônibus, trens, automóveis) que terão de se adaptar à população idosa, bem como nos meios de comunicação, que terão de dispor de formas para a transmissão de informações a um enorme contingente de população de terceira idade com reduzida capacidade auditiva e visual.

## G.06

Anualmente, as principais bacias hidrográficas do mundo fazem ingressar nos oceanos dezenas de bilhões de toneladas de partículas sólidas removidas das áreas continentais, resultantes do trabalho erosivo das águas correntes superficiais. Observe o mapa:



World Atlas of Geomorphic Features, 1980 e

Milliman, J. D., 2011. Adaptado.

A bacia hidrográfica Ganges-Brahmaputra, se comparada à do Amazonas, produz 3,4 vezes mais sedimentos por unidade de área, tendo, aproximadamente, 1/4 da área de drenagem e 18% da vazão média da bacia hidrográfica amazônica.

Comparando-se os dados acima apresentados, a posição geográfica e o uso do solo nessas áreas, identifique um fator responsável pela

- quantidade relativamente baixa da produção anual de sedimentos, por unidade de área, da bacia hidrográfica amazônica. Explique;
- elevada produção anual de sedimentos, por unidade de área, da bacia hidrográfica Ganges-Brahmaputra. Explique.

### Resolução

- A quantidade relativamente baixa da produção anual de sedimentos, por unidade de área, da bacia hidrográfica amazônica, se comparada ao montante produzido na bacia do Ganges-Brahmaputra, deve-se à prevalência da cobertura vegetal florestal densa – Floresta Equatorial Amazônica – na maior parte desta bacia e, secundariamente, pela menor torrencialidade dos rios que a drenam. No ambiente amazônico, predominam terras baixas – depressões e planícies – com pequena variação altimétrica. O Rio Amazonas – nível de base da rede hidrográfica amazônica – entra no Brasil com altitude de aproximadamente 60 metros e percorre mais de 3.000 quilômetros em território brasileiro. Essa característica faz com que os rios da bacia amazônica, principalmente em seu médio e baixo curso, tenham uma menor capacidade erosiva e de transporte de sedimentos. As chuvas abundantes que caem na região não se precipitam diretamente sobre o solo – pois este é protegido pela floresta densa – tendo impacto

erosivo muito baixo. Além disso, o volume d'água que se precipita sobre a bacia amazônica é, em grande parte, absorvido pela vegetação. O escoamento superficial e sub-superficial é pequeno se considerado o montante das chuvas.

O povoamento rarefeito na área da bacia amazônica trouxe um comprometimento relativamente pequeno de sua cobertura vegetal original. As áreas amazônicas mais impactadas estão na periferia do Domínio Amazônico, nas áreas de transição para o Cerrado – savanas, mata de Cocais (palmáceas) ou Caatinga (savana estépica) –, mas estas praticamente não fazem parte da bacia amazônica e nem sequer são drenadas pela rede hidrográfica do Amazonas.

- b) Na bacia hidrográfica Ganges-Brahmaputra, a produção de sedimentos, por unidade de área, é maior comparativamente à da bacia amazônica, apesar de abranger área menor, porque se trata de uma área de elevada densidade demográfica, habitada por mais de 400 milhões de pessoas. Na área desta bacia, predomina a atividade agrícola, fundada em culturas temporárias que expõem os solos à ação das monções de verão – que regem o período chuvoso. Soma-se a isso a torrencialidade dos rios que drenam a região, sobretudo em seus médio-altos cursos, que correspondem à encosta meridional da Cordilheira do Himalaia, um obstáculo natural ao avanço dos ventos monçônicos que provocam um volume de chuvas – concentradas no verão – superior à média anual amazônica. O grande volume de chuvas, a grande diferença altimétrica entre alto e baixo curso do complexo Ganges-Brahmaputra e a pequena distância entre suas nascentes e sua foz contribuem para a maior produção e o maior escoamento de sedimentos.