1

Durante um campeonato de futebol de salão, o jogador A disputou p partidas e marcou, no total, g gols. No mesmo campeonato, o jogador B disputou g partidas, conseguindo marcar um total de p^3 gols. Mesmo assim, a média de gols marcados por partida disputada foi a mesma para os dois jogadores. Sendo p e g números maiores do que 1, é correto concluir que

a) $p = \sqrt{g}$

b) $p = \sqrt[3]{g}$

c) $p = 2g$

d) $p = g^2$

e) $p = g^3$

Resolução

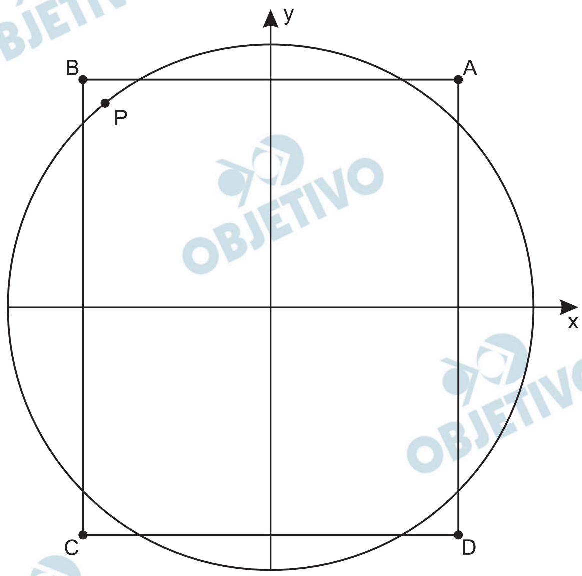
Sejam M_A e M_B as médias de gols por partida dos candidatos A e B respectivamente.

$$\begin{cases} M_A = \dfrac{g}{p} \\ M_A = \dfrac{p^3}{g} \Leftrightarrow \dfrac{p^3}{g} = \dfrac{g}{p} \Leftrightarrow p^4 = g^2 \Rightarrow \\ M_A = M_B \end{cases}$$

$\Leftrightarrow p = \sqrt[4]{g^2} \Leftrightarrow p = \sqrt{g}$, pois p e g são maiores que 1.

Resposta: A

Na figura, em que está representada a circunferência trigonométrica, P é a extremidade de um arco trigonométrico da 1ª. volta cuja medida, em radianos, é igual a α. Observe que P é um ponto do 2º quadrante localizado no interior do retângulo ABCD.



As coordenadas dos vértices do retângulo são dadas por:

$A = \left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}; \dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$,

$B = \left(-\dfrac{\sqrt{2}}{2}; \dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$,

$C = \left(-\dfrac{\sqrt{2}}{2}; -\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$,

$D = \left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}; -\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

Assim, é necessariamente verdadeira a desigualdade

a) $\dfrac{\pi}{2} < \alpha < \dfrac{2\pi}{3}$

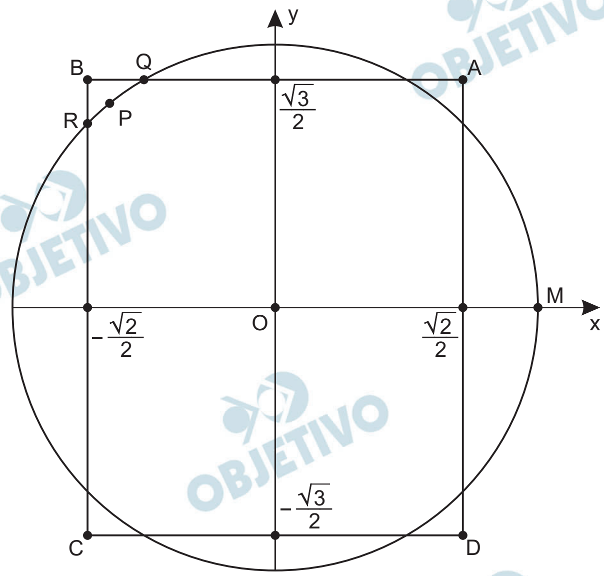
b) $\dfrac{2\pi}{3} < \alpha < \dfrac{3\pi}{4}$

c) $\dfrac{3\pi}{4} < \alpha < \dfrac{5\pi}{6}$

d) $\dfrac{5\pi}{6} < \alpha < \pi$

e) $\pi < \alpha < \dfrac{7\pi}{6}$

Resolução



Sendo P, Q e R pertencentes ao 2º quadrante da circunferência trigonométrica da figura, os arcos trigonométricos $\overset{\frown}{MP}$, $\overset{\frown}{MQ}$ e $\overset{\frown}{MR}$ da 1ª volta são tais que:

$$\text{sen}\,\overset{\frown}{MQ} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \overset{\frown}{MQ} = \frac{2\pi}{3}$$

$$\cos \overset{\frown}{MR} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \overset{\frown}{MR} = \frac{3\pi}{4}$$

$$\text{e } \overset{\frown}{MQ} < \overset{\frown}{MP} < \overset{\frown}{MR} \Rightarrow \frac{2\pi}{3} < \alpha < \frac{3\pi}{4}\text{, pois } \overset{\frown}{MP} = \alpha$$

Resposta: B

Texto para as questões 03 e 04

Em um programa de televisão que revela novos talentos para a música, cada candidato faz uma breve apresentação para os 4 jurados que, inicialmente, ficam de costas, apenas ouvindo. Durante a apresentação, todos os jurados que gostarem da voz daquele candidato viram-se para ele. <u>Se pelo menos um jurado se virar, o candidato é selecionado.</u>

3

Considerando a informação sublinhada no texto inicial, uma afirmação necessariamente verdadeira sobre esse programa é:

a) se o candidato não foi selecionado, pelo menos um jurado não se virou para ele.

b) se o candidato não foi selecionado, nenhum jurado se virou para ele.

c) se pelo menos um dos jurados não se virar, o candidato não é selecionado.

d) um jurado não se vira se, e somente se, o candidato não é selecionado.

e) o candidato é selecionado se, e somente se, todos os jurados se virarem.

Resolução

A frase

"se pelo menos um jurado se virar, o candidato é selecionado" é equivalente a,

"se pelo menos um jurado se virar, então o candidato é selecionado" que por sua vez é equivalente a,

"se o candidato não for selecionado, então nenhum jurado se virou para ele."

Resposta: B

Em certa edição do programa, n candidatos tiveram pelo menos um dos 4 jurados se virando durante sua apresentação. O conjunto de todos os jurados que se viraram, porém, nunca foi o mesmo para dois quaisquer desses n candidatos. Dessa forma, n pode valer, no máximo,

a) 4. b) 6. c) 12. d) 15. e) 24.

Resolução

Como o conjunto de todos os jurados que se viraram nunca foi o mesmo para dois quaisquer candidatos, o número máximo de candidatos que tiveram:

1) apenas um jurado virando é $C_{4;1} = 4$

2) dois jurados virando é $C_{4;2} = 6$

3) três jurados virando é $C_{4;3} = 4$

4) quatro jurados virando é $C_{4;4} = 1$

Assim, nas condições do enunciado, o número máximo de candidatos é

$$n = 4 + 6 + 4 + 1 = 15$$

Resposta: D

5

Uma matriz X de tamanho 7 x 5 é tal que det $(X^t X) \neq 0$, sendo que X^t representa a matriz transposta de X. Nessas condições, chama-se **matriz de projeção** de X a matriz P definida como:

$$P = X\,(X^t X)^{-1} X^t$$

O tamanho da matriz P e o resultado da multiplicação PX são, respectivamente,

a) 5 x 5 e X^t.

b) 5 x 5 e X.

c) 5 x 7 e XX^t.

d) 7 x 7 e X^t.

e) 7 x 7 e X.

Resolução

Se X é de ordem 7 X 5 então X^t é de ordem 5 X 7.
Desta forma;

1) **$X^t \cdot X$ é de ordem 5 X 5, pois**

$$X^t \cdot X = X^t_{5 \times 7} \cdot X_{7 \times 5}$$

2) **$(X^t \cdot X)^{-1}$ é de ordem 5 X 5, pois uma matriz e a sua inversa tem mesma ordem.**

3) **$X \cdot (X^t \cdot X)^{-1} \cdot X^t = X_{7 \times 5} \cdot (X^t \cdot X)^{-1}{}_{5 \times 5} \cdot X^t{}_{5 \times 7}$,**

tem ordem 7 X 7

4) **Como $P = X \cdot (X^t \cdot X)^{-1} \cdot X^t$,**

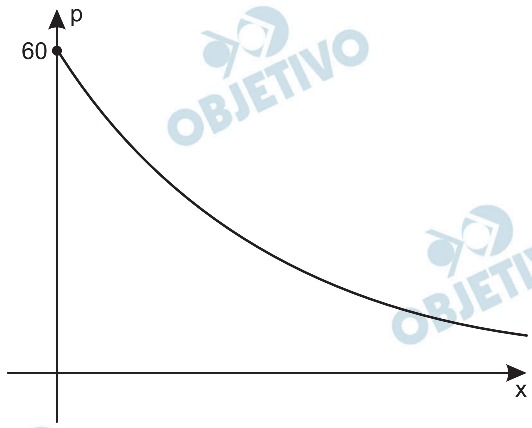
$$PX = X \cdot (X^t \cdot X)^{-1} \cdot X^t \cdot X \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow PX = X \cdot (X^t \cdot X)^{-1} \cdot (X^t \cdot X) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow PX = X \cdot I \Leftrightarrow PX = X$$

Resposta: $\boxed{E}$

Pretendendo oferecer cursos extras aos seus alunos fora do período de aulas, a coordenação de uma escola fez um levantamento do interesse dos pais por esses cursos dependendo do valor cobrado por eles. O resultado da pesquisa é mostrado no gráfico abaixo, em que p e x representam, respectivamente, o percentual de alunos que se matricularia em algum curso extra e o preço, em reais, cobrado por curso.



Dentre as equações abaixo, a única que poderia representar a relação entre p e x descrita pelo gráfico é

a) $p = 60 - \dfrac{x}{6}$

b) $p = 60 - \dfrac{x^2}{2000}$

c) $p = 60 \cdot (0,9)^{\frac{x}{10}}$

d) $p = 60 + \log_{1,5}(10x + 1)$

e) $p = 60 \cdot \cos\left(\dfrac{\pi x}{600}\right)$

Resolução

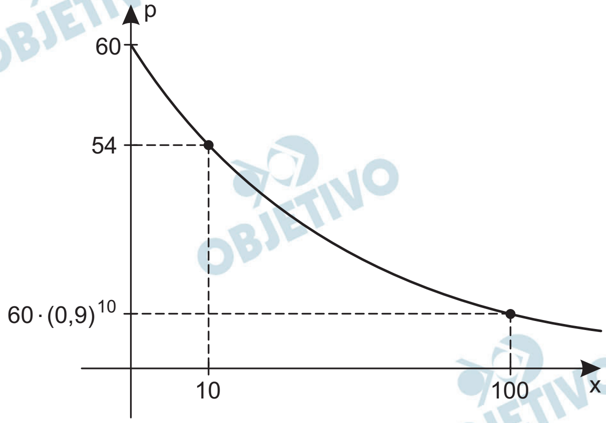
1) A função $p = 60 - \dfrac{x}{6}$ é de primeiro grau cujo gráfico é uma reta.

2) A função $p = 60 - \dfrac{x^2}{2000}$ é do segundo grau, cujo gráfico é uma parábola de concavidade voltada para baixo visto que o coeficiente de x^2 é negativo.

3) A função $p = 60 + \log_{1,5}{}^{(10x + 1)}$ é logarítmica de base $1,5 > 1$, portanto crescente.

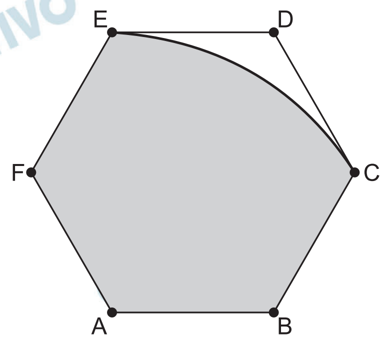
4) **A função $p = 60 \cdot \cos\left(\dfrac{\pi x}{600}\right)$ é periódica.**

5) **A função $p = 60 \cdot (0.9)^{\frac{x}{10}}$ é exponencial decrescente e tem gráfico do tipo:**



Resposta: Ⓒ

Na figura, o hexágono regular ABCDEF tem lado medindo 2 cm e o arco de circunferência CE tem centro no vértice A.



A área da região sombreada, em cm^2, é igual a

a) $2\pi + 2\sqrt{3}$

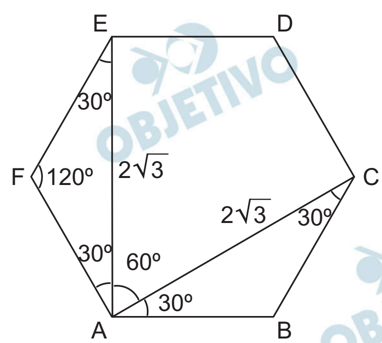
b) $\pi + 2\sqrt{3}$

c) $\pi + \sqrt{3}$

d) $2\pi + \sqrt{3}$

e) $3\pi + \sqrt{3}$

Resolução



Lembrando que o ângulo interno do hexágono regular mede 120 ° temos:

1) No triângulo AFE,

$$AE^2 = AF^2 + FE^2 - 2 . AF . FE . \cos 120° \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow AE^2 = 2^2 + 2^2 - 2 . 2 . 2 \left(-\frac{1}{2}\right) \Leftrightarrow AE = 2\sqrt{3}$$

A área desse triângulo é

$$S_{AFE} = \frac{1}{2} AF . FE . \text{sen } 120° = \frac{1}{2} . 2 . 2 . \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$$

Como os triângulos AFE e ABC são congruentes, a área do triângulo ABC é $S_{ABC} = \sqrt{3}$

2) $F\hat{A}E = B\hat{A}C = \dfrac{180° - 120°}{2} = 30°$ e

$C\hat{A}E = 120° - 2 \times 30° = 60°$

A área do setor circular CAE é

$S_{CAE} = \dfrac{60°}{360°} \cdot \pi \cdot (2\sqrt{3})^2 = \dfrac{1}{6} - \pi \cdot 12 = 2\pi$

3) A área sombreada, em centímetros quadrados, é

$S = S_{AFE} + S_{ABC} + S_{CAE} = \sqrt{3} + \sqrt{3} + 2\pi =$

$= 2\pi + 2\sqrt{3}$

Resposta: A

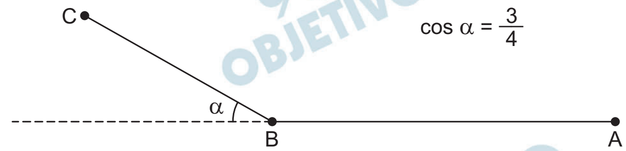
8

Partindo de um ponto A, um avião deslocava-se, em linha reta, com velocidade v km/h. Após duas horas, quando se encontrava no ponto B, o avião desviou α graus de sua rota original, conforme indica a figura, devido às condições climáticas. Mantendo uma trajetória reta, o avião voou mais uma hora com a mesma velocidade v km/h, até atingir o ponto C.

Dados:

$\text{sen}\ \alpha = \frac{\sqrt{7}}{4}$

$\cos \alpha = \frac{3}{4}$



A distância entre os pontos A e C, em quilômetros, é igual a

a) 2v

b) $v\sqrt{5}$

c) $v\sqrt{6}$

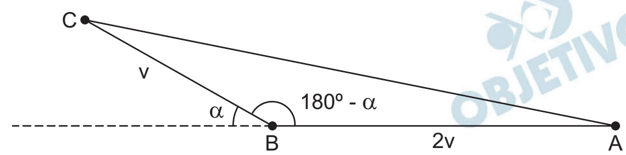
d) $v\sqrt{7}$

e) $2v\sqrt{2}$

Resolução

No trecho de A até B, o avião deslocou-se por 2 horas a uma velocidade de v km/h, portanto, AB = 2v.
No trecho de B até C, o avião deslocou-se por 1 hora com a mesma velocidade, portanto, BC = v.

No triângulo ABC temos:



$$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2 \,.\, AB \,.\, BC \,.\, \cos(180° - \alpha) \Leftrightarrow$$

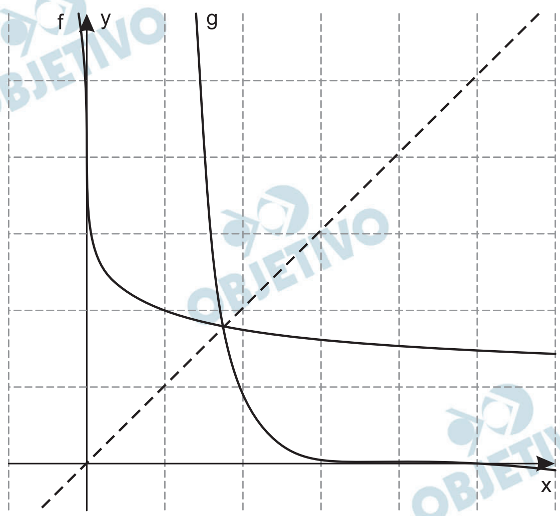
$$\Leftrightarrow AC^2 = (2v)^2 + v^2 + 2 \,.\, 2v \,.\, v \,.\, \cos\alpha \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow AC^2 = 4v^2 + v^2 + 4v^2 \,.\, \frac{3}{4} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow AC^2 = 8v^2 \Rightarrow AC = 2v\sqrt{2}$$

Resposta: E

A figura mostra os gráficos das funções f e g, que são simétricos em relação à reta de equação y = x.



Se a função f é dada pela lei $f(x) = 1 + 3^{1 - \sqrt[3]{x}}$, então a lei da função g é

a) $g(x) = [1 - \log_3(x - 1)]^3$

b) $g(x) = [1 + \log_3(x - 1)]^3$

c) $g(x) = 1 - \log_3(x - 1)^3$

d) $g(x) = 1 + \log_3(x - 1)^3$

e) $g(x) = 1 - \log_3(x^3 - 1)$

Resolução

Se os gráficos de f e g são simétricos em relação à reta de equação y = x, então f e g são inversas.

Desta forma,

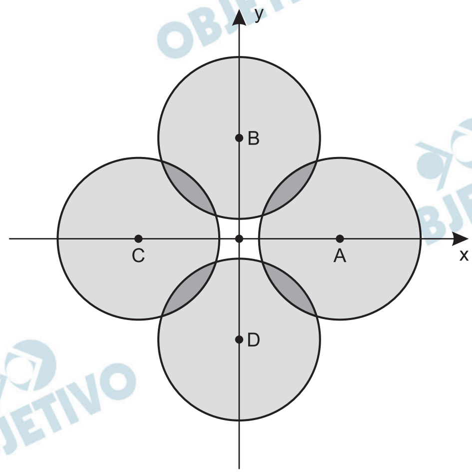
$$fog(x) = x \Leftrightarrow f(g(x)) = 1 + 3^{1 - \sqrt[3]{g(x)}} = x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3^{1 - \sqrt[3]{g(x)}} = x - 1 \Leftrightarrow 1 - \sqrt[3]{g(x)} = \log_3(x - 1) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \sqrt[3]{g(x)} = 1 - \log_3(x - 1) \Leftrightarrow g(x) = [1 - \log_3(x - 1)]^3$$

Resposta: A

A base da agência de espionagem C.O.N.T.R.O.L.E. localiza-se em um terreno plano, na origem de um sistema de coordenadas cartesianas medidas em quilômetros. Nos pontos A(6; 0), B(0; 6), C(–6; 0) e D(0; –6) foram instalados radares com o intuito de alertar os agentes da base sobre possíveis ataques terrestres. Cada radar patrulha uma região circular de R km de raio. Para que a proteção seja efetiva, a região patrulhada por um radar deve interceptar as regiões patrulhadas por outros dois radares em pelo menos um ponto, como indicado na figura abaixo.

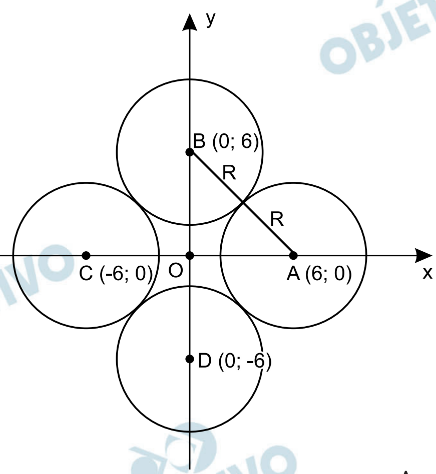


Nessas condições, para que a proteção seja efetiva, R deve valer, no mínimo,

a) $4\sqrt{3}$ b) $4\sqrt{2}$ c) $3\sqrt{3}$ d) $3\sqrt{2}$ e) 4

Resolução

A região patrulhada por um radar intercepta a região patrulhada por outros dois radares em exatamente um ponto quando os círculos de centros A, B, C e D forem tangentes externamente entre si, conforme a figura.



Nestas condições, no triângulo retângulo $O\hat{A}B$ temos:

$OA^2 + OB^2 = AB^2 \Rightarrow 6^2 + 6^2 = (2R)^2 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow R^2 = 18 \Leftrightarrow R = 3\sqrt{2}$

Desta forma, se $R \geq 3\sqrt{2}$ as regiões se interceptam em pelo menos um ponto.

Resposta: D

11

No filme “Enrolados”, os estúdios Disney recriaram a torre onde vivia a famosa personagem dos contos de fadas Rapunzel (figura 1). Nesta recriação, podemos aproximar o sólido onde se apoiava a sua morada por um cilindro circular reto conectado a um tronco de cone, com as dimensões indicadas na figura 2, feita fora de escala.

Figura 1

Disponível em: http://g1.globo.com/pop-arte/noticia/2010/08/disney-divulgaposter-de-rapunzel.html. Acesso em 16.10.15.

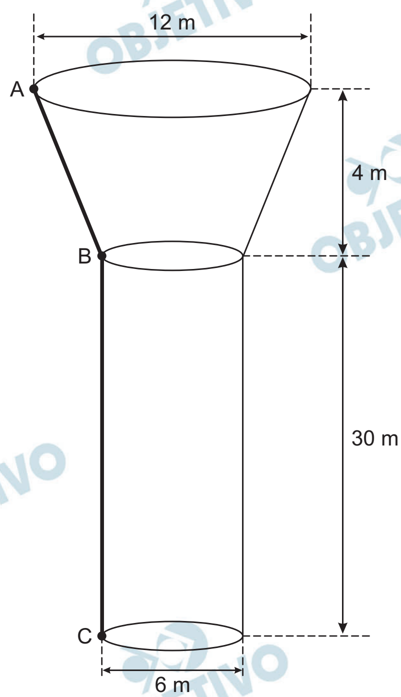
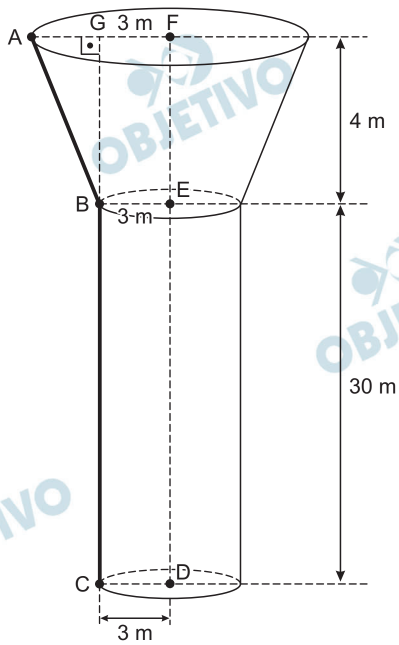


Figura 2

Para que o príncipe subisse até a torre, Rapunzel lançava suas longas tranças para baixo. Nesta operação, suponha que uma das extremidades da trança ficasse no ponto A e a outra no ponto C, onde se encontrava o rapaz. Considerando que a trança ficasse esticada e perfeitamente sobreposta à linha poligonal formada pelos segmentos $\overline{AB}$ e $\overline{BC}$, destacada em linha grossa na figura 2, o comprimento da trança de Rapunzel, em metros, é igual a

a) 35. b) 38. c) 40. d) 42. e) 45.

Resolução



1) O tronco de cone de bases paralelas tem raios das bases medindo 3 m e 6 m de altura 4 m.
No triângulo ABG, retângulo em G, tem-se em metros;
$AG = AF - GF = 6 - 3 = 3$ e $GB = FE = 4$

2) Pelo teorema de Pitágoras resulta:
$AB^2 = AG^2 + GB^2 = 3^2 + 4^2 \Rightarrow AB = 5$

Assim, o comprimento da trança de Rapunzel é equivalente a $AB + BC = 5 + 30 = 35$ metros

Resposta: A

As retas $\overleftrightarrow{AQ}$ e $\overleftrightarrow{BP}$ interceptam-se no ponto T do lado $\overline{CD}$ do retângulo ABCD e os segmentos $\overline{PQ}$ e $\overline{AB}$ são paralelos, conforme mostra a figura.

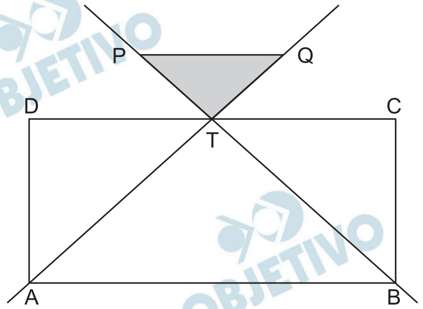


figura fora de escala

Sabendo que 3QT = 2TA e que a área do triângulo PQT é igual a 12 cm², é correto concluir que a área do retângulo ABCD, em cm², é igual a

a) 36.

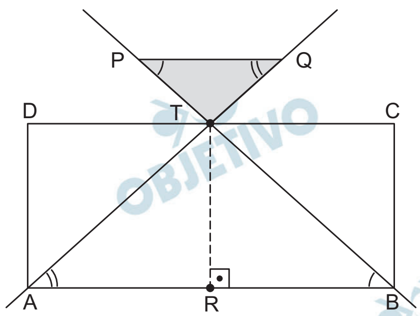
b) 42.

c) 54.

d) 72.

e) 108.

Resolução



Se $\overline{PQ}$ // $\overline{AB}$ e os triângulos ABT e QPT são semelhantes, pois $Q\hat{P}T \cong A\hat{B}T$ e $P\hat{Q}T \cong B\hat{A}T$.
As áreas S_{ABT} e S_{QPT} desses dois triângulos são tais que:

$$\frac{S_{ABT}}{S_{QPT}} = \left(\frac{TA}{QT}\right)^2 \Leftrightarrow \frac{S_{ABT}}{12} = \left(\frac{3}{2}\right)^2 \Leftrightarrow S_{ABT} = 27,$$

pois 3QT = 2TA

A área S, do retângulo ABCD, é tal que:

$$S = AB \,.\, BC = AB \,.\, TR = 2 \,.\, \frac{AB \,.\, TR}{2} =$$

$$= 2 \,.\, S_{ABT} = 2 \,.\, 27 = 54,$$

pois $\overline{BC} \cong \overline{TR}$ e $S_{ABT} = \dfrac{AB \,.\, TR}{2}$

Resposta: C

13

Se as raízes da equação $x^3 + 4x^2 - 7x - 10 = 0$ são $-5, -1$ e 2, então a soma dos quadrados das raízes da equação $(x-3)^3 + 4(x-3)^2 - 7(x-3) - 10 = 0$ é igual a

a) 16. b) 25. c) 29. d) 33. e) 41.

Resolução

1) Fazendo $x - 3 = y$ temos

$(x-3)^3 + 4(x-3)^2 - 7(x-3) - 10 = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow y^3 + 4y^2 - 7y - 10 = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow y = -5, y = -1$ ou $y = 2$, pois as raízes desta equação são as mesmas da equação $x^3 + 4x^2 - 7x - 10 = 0$.

2) Assim,

$y = -5 \Rightarrow x - 3 = -5 \Rightarrow x = -2,$

$y = -1 \Rightarrow x - 3 = -1 \Rightarrow x = 2$ e

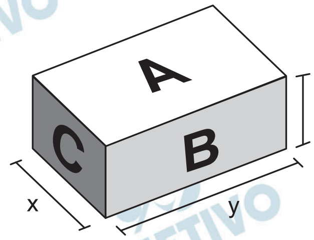
$y = 2 \Rightarrow x - 3 = 2 \Rightarrow x = 5.$

Desta forma a soma dos quadrados das raízes da 2ª equação é $(-2)^2 + 2^2 + 5^2 = 33$.

Resposta: D

14

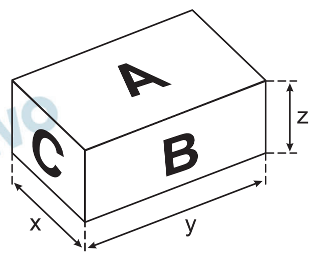
A figura indica um bloco maciço com formato de paralelepípedo reto-retângulo. As áreas das faces indicadas por A, B e C são, respectivamente, 48 cm^2, 32 cm^2 e 24 cm^2.



O número de blocos como esse que devem ser mergulhados em um tanque completamente cheio de água para que haja um transbordamento de exatamente 4,8 litros de líquido é igual a

a) 28. b) 25. c) 24. d) 20. e) 18.

Resolução



As áreas S_A, S_B e S_C, em centímetros quadrados, das faces A, B e C do paralelepípedo são tais que:

$$\begin{cases} S_A = x \,.\, y = 48 \\ S_B = y \,.\, z = 32 \\ S_C = x \,.\, z = 24 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \,.\, y = 48 \\ y \,.\, z = 32 \\ x \,.\, y \,.\, z^2 = 768 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \,.\, y = 48 \\ y \,.\, z = 32 \\ 48 \,.\, z^2 = 768 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \,.\, y = 48 \\ y \,.\, z = 32 \\ z = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 \\ y = 8 \\ z = 4 \end{cases}$$

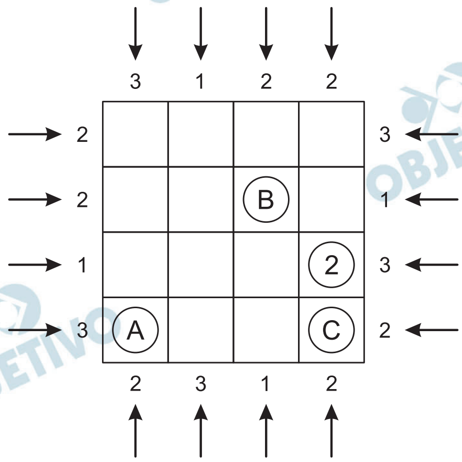
O volume de cada bloco, em cm^3, é $6 \,.\, 8 \,.\, 4 = 192$.

Para transbordar 4,8 litros = 4800 cm^3 são necessários

$$\frac{4800}{192} = 25 \text{ blocos.}$$

Resposta: B

O quadriculado representa uma região de edifícios, sendo que, em cada um dos 16 quadrados, está localizado um único edifício. Em cada linha ou coluna, dois edifícios quaisquer têm números diferentes de pisos, tendo de 1 a 4 andares. Os números que estão na borda externa do quadriculado indicam a quantidade de edifícios que podem ser vistos por alguém que olha frontalmente para o quadriculado, na direção e sentido indicados pela seta. O número 2 circulado indica que o edifício nesse quadrado tem 2 andares. As letras A, B e C, também circuladas, indicam os números de andares dos edifícios nos respectivos quadrados em que estão.



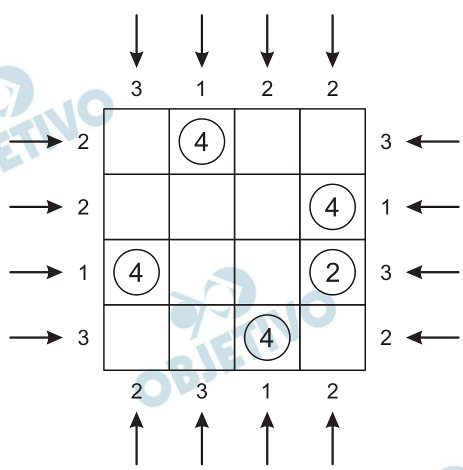
Nas condições descritas, 3A + 4B + 2C é igual a

a) 15. b) 17. c) 18. d) 19. e) 24.

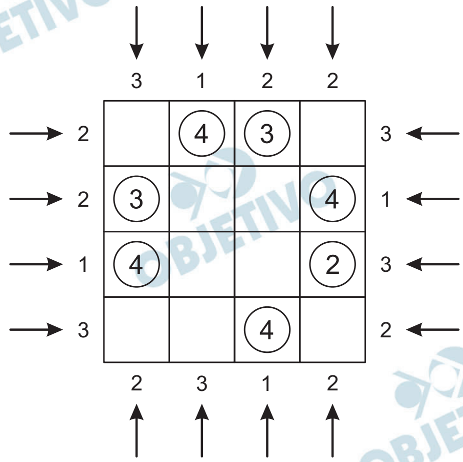
Resolução

Chamamos de ①, ②, ③ e ④ os edifícios com respectivamente 1, 2, 3 e 4 andares.

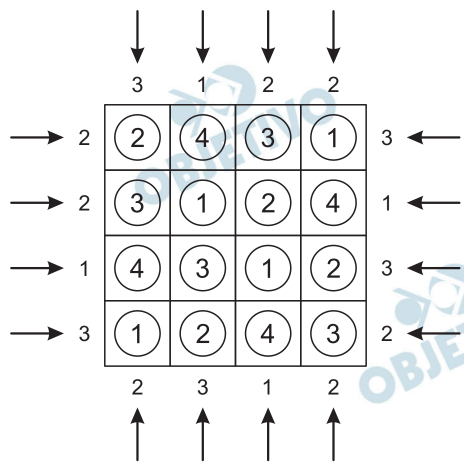
I) Quem da rua só encherga um edifício e porque o primeiro prédio que vê é o de 4 andares. Assim, podemos preencher parcialmente o quadriculado da forma:



II) **Na segunda linha, quem olha da esquerda para a direita só vê dois prédios. Isto só ocorre se o prédio próximo à rua for o de 3 andares, pois este encobre os outros dois prédios. O mesmo ocorre para quem olha na terceira coluna no sentido norte-sul.**
Desta forma, o quadriculado fica



III) **Obedecendo agora o critério de que "em cada linha ou coluna, dois edifícios quaisquer têm números diferentes de pisos" é possível completar o quadriculado da forma:**



IV) **Desta forma,**
A = 1, B = 2, C = 3 e 3A + 4B + 2C =
= 3 . 1 + 4 . 2 + 2 . 3 = 17

Resposta: B

Considere um polinômio P(x) do 4º. grau, de coeficientes reais, tal que:

- P(– 3) = P(1) = P(5) = 0;
- P(0) e P(2) são, ambos, números positivos.

Nessas condições, os sinais dos números P(–5), P(4) e P(6) são, respectivamente,

a) positivo, negativo e negativo.

b) positivo, negativo e positivo.

c) negativo, negativo e negativo.

d) negativo, positivo e negativo.

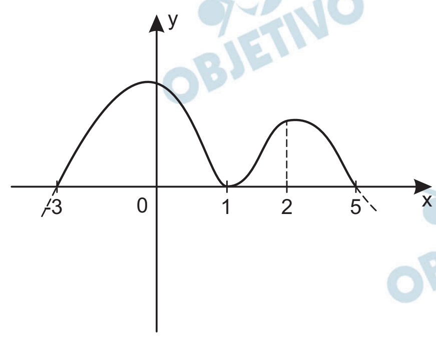
e) negativo, positivo e positivo.

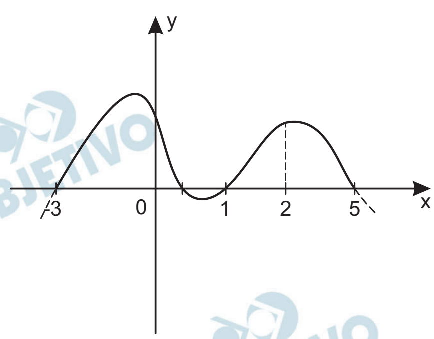
Resolução

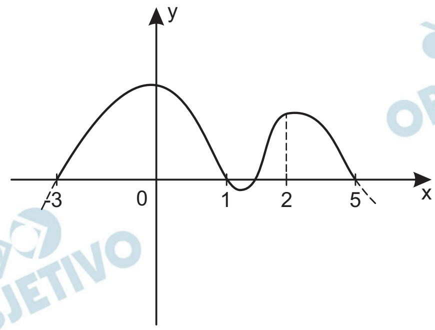
1) **Como P(x) é do 4° grau, tem coeficientes reais e – 3, 1 e 5 são raízes, obrigatoriamente a quanta raiz é real.**

2) **P(0) > 0 e P(2) > 0, o número de raízes reais entre 0 e 2 é par.**

3) **O gráfico de P(x) pode ter um dos seguintes aspectos:**







4) Em qualquer uma das três possibilidades temos $P(-5) < 0$, $P(4) > 0$ e $P(6) < 0$

Resposta: D

17

Em um papel quadriculado n x n, com n par, pode-se escrever todos os números inteiros de 1 a n^2 em sequência, como no exemplo da figura 1, em que se escolheu n = 4. Em seguida, dobrando o papel ao meio duas vezes, uma na direção vertical e outra na horizontal, faz-se com que alguns dos números escritos se sobreponham. Observe que, no caso em que n = 4, os números 1, 4, 13 e 16 iriam se sobrepor no canto superior esquerdo da folha dobrada, como mostrado na figura 2.

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

Figura 1

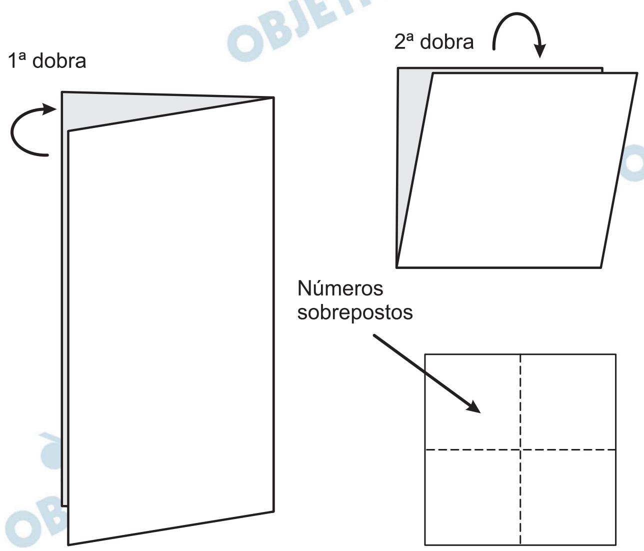


Figura 2

Repetindo o procedimento descrito acima para um papel quadriculado 50 x 50, um dos números que ficaria sobreposto ao número 2016 é

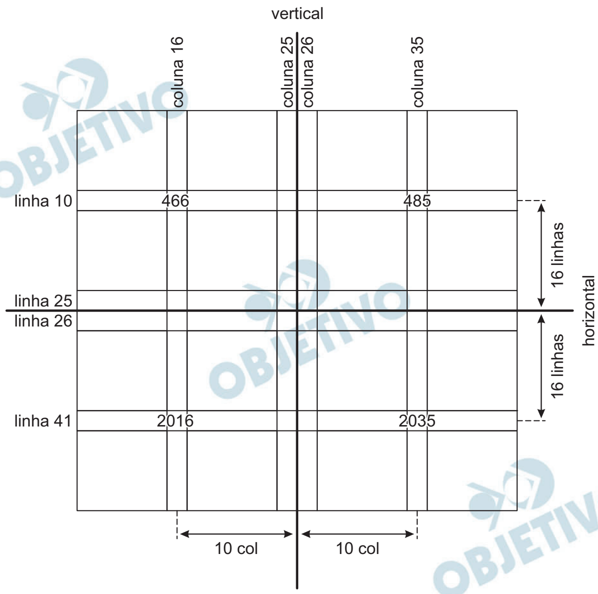
a) 435. b) 436. c) 484. d) 485. e) 536.

Resolução

1) Dobrando-se na vertical e na horizontal que passam pelos pontos médio dos lados do quadriculado, deverão se sobrepor os números simétricos em relação às estas duas retas.

2) Como 2016 = 50 x 40 + 16, o número 2016 está na linha 41 e coluna 16 do quadrilátero, 16 linha após a dobra horizontal e 10 colunas antes da vertical.

3) Considerando 16 linhas antes da dobra horizontal (linha 10) e 10 colunas após a dobra vertical (coluna 35) temos os seguintes números:
Na linha 10, coluna 16 está o número
50 x 9 + 16 = 466,
na linha 10, coluna 35 está o número
50 x 9 +35 = 485, e
na linha 41, coluna 35 está o número
50 x 40 + 35 = 2035, todos se sobrepõe ao 2016, como mostra a próxima figura.

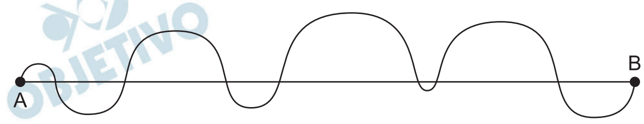


Destes, somente o 485 aparece nas alternativas.

Resposta: D

18

A linha curva indicada na figura tem extremidades em A e B e é formada apenas por semicircunferências.

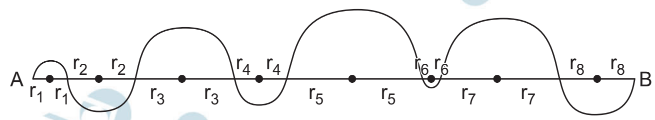


Se o comprimento de $\overline{AB}$ é igual a x, então o comprimento da linha curva será igual a

a) $\dfrac{8x}{\pi}$ b) $\dfrac{16\pi}{x}$ c) $\dfrac{x\pi}{2}$ d) $\dfrac{x\pi}{4}$ e) $\dfrac{4x}{\pi}$

Resolução

a)



$$\mathbf{AB = 2r_1 + 2r_2 + 2r_3 + 2r_4 + 2r_5 + 2r_6 + 2r_7 + 2r_8 = x \Leftrightarrow}$$

$$\mathbf{\Leftrightarrow r_1 + r_2 + r_3 + r_4 + r_5 + r_6 + r_7 + r_8 = \frac{x}{2}}$$

b) O comprimento da linha curva será igual a

$$\mathbf{\pi r_1 + \pi r_2 + \pi r_3 + \pi r_4 + \pi r_5 + \pi r_6 + \pi r_7 + \pi r_8 =}$$

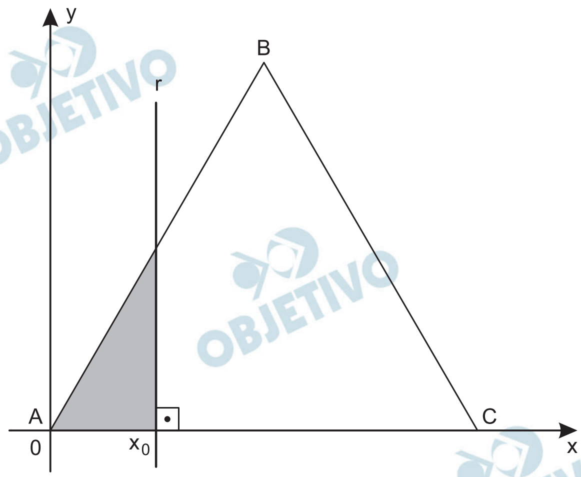
$$\mathbf{= \pi\,(r_1 + r_2 + r_3 + r_4 + r_5 + r_6 + r_7 + r_8) =}$$

$$\mathbf{= \frac{\pi \,.\, x}{2}}$$

Resposta: C

19

Na figura, ABC é um triângulo equilátero, com A(0,0) e e C(12,0), e r é uma reta perpendicular ao eixo x em x_0.



A função real f é tal que $f(x_0)$ é a área do polígono determinado pela intersecção do triângulo ABC com a região do plano definida pela relação $x \leqslant x_0$. Em tais condições, a lei da função f no intervalo real $0 \leqslant x_0 \leqslant 6$ é

a) $f(x_0) = \sqrt{3}x_0^2$

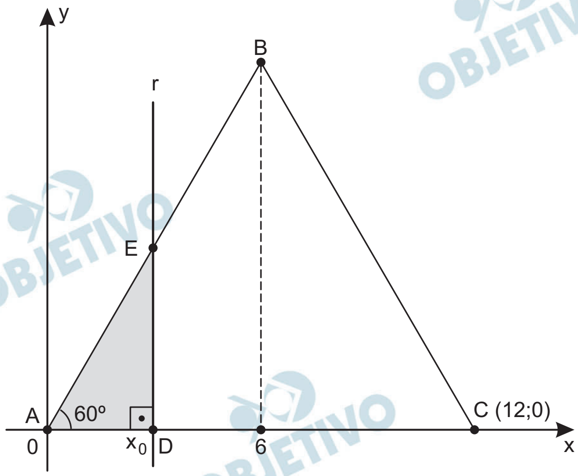
b) $f(x_0) = \dfrac{1}{2}\, x_0^2$

c) $f(x_0) = \dfrac{\sqrt{2}}{2}\, x_0^2$

d) $f(x_0) = \dfrac{\sqrt{3}}{3}\, x_0^2$

e) $f(x_0) = \dfrac{\sqrt{3}}{2}\, x_0^2$

Resolução



Sendo ABC um triângulo equilátero, o ângulo $B\hat{A}C$ mede 60° e $tg\ 60° = \dfrac{DE}{AD} = \sqrt{3} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow DE = AD\sqrt{3} = x_0 \cdot \sqrt{3}$, pois $AD = x_0$

A área $S = F(x_0)$ do triângulo ADE é tal que

$S = F(x_0) = \dfrac{1}{2} \cdot AD \cdot DE = \dfrac{1}{2} \cdot x_0 \cdot x_0\sqrt{3} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow f(x_0) = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \cdot x_0^2$

Resposta: E

Jair tem três opções de pagamento na compra de uma máquina no valor de 100 mil reais, que são:

I. à vista com 4% de desconto;

II. em duas prestações mensais iguais, sem desconto, vencendo a primeira um mês após a compra;

III. em duas prestações mensais iguais com desconto de 2%, vencendo a primeira no ato da compra.

Como Jair dispõe dos 100 mil reais para a compra, antes de tomar a decisão, ele verificou que é possível conseguir uma aplicação financeira no seu banco com rendimentos líquidos mensais de 2%. Dessa forma, comparando as três opções ao final de dois meses, a melhor das três é a

a) I, com vantagem de R$ 1 121,60 sobre a pior opção.

b) I, com vantagem de R$ 964,80 sobre a pior opção.

c) II, com vantagem de R$ 482,50 sobre a pior opção.

d) II, com vantagem de R$ 236,40 sobre a pior opção.

e) III, com vantagem de R$ 180,20 sobre a pior opção.

Resolução

1) Na opção I, Jair consegue um desconto de 4 %. R$ 100 000,00 = R$ 4 000,00 n o ato da compra. Aplicados a 2% ao mês após 2 meses, renderá um montante de R$ (4 000 . $1{,}02^2$) = = R$ 4 161,60.

2) Na opção II, Jair pagará duas parcelas de R$ 50 000, 00. Ao final do primeiro mês seu capital gerou um montante de 1,02 . R$ 100 000,00 = = R$ 102 000,00. Retira R$ 50 000,00 para pagamento da 1ª parcela e reaplica o restante. Ao final do 2º mês tem um montante de 1,02 . R$ 52 000, 00 = R$ 53 040,00. Ao retirar os R$ 50 000,00 para pagamento da 2ª parcela restarão R$ 3 040,00.

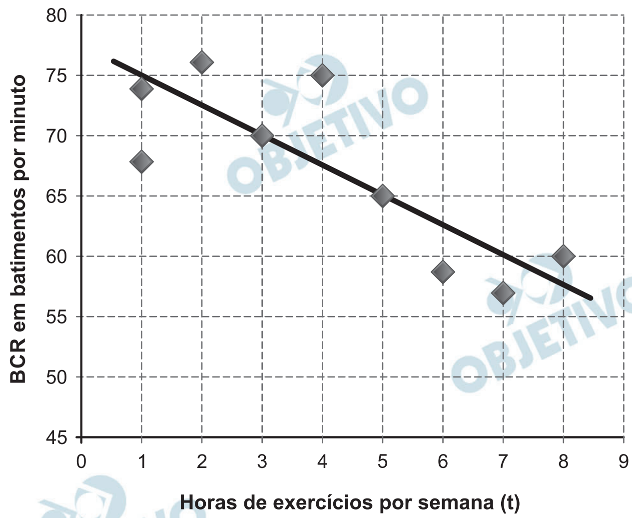
3) Na opção III, ele paga 0,98 . R$ 100 000,00 = = R$ 98 000,00 pela máquina, sendo R$ 49 000,00 no ato da compra. Aplica a sobra de R$ (100 000,00 – 49 000,00) = R$ 51 000, 00 que, depois de um mês, rendeu um montante de R$ 51 000,00 x 1,02 = R$ 52 020,00. Retira os R$ 49 000,00 para pagamento da 2ª parcela restando-lhe R$ 3 020,00. Ao final do segundo mês tem 1,02 . R$ 3 020,00 = R$ 3 080,40.

Desta forma, a primeira opção é a melhor, com vantagem de R$ 4 161,60 – R$ 3 040,00 =

= R$ 1 121,60 sobre a pior opção.

Resposta: A

Uma academia de ginástica mediu os batimentos cardíacos em repouso (BCR) de 9 novos matriculados. Além disso, cada um teve que responder quantas horas de exercício costuma fazer por semana (t). Essas duas informações foram registradas no gráfico a seguir, que também indica uma reta com o padrão ideal esperado de BCR em função de t.



Dos alunos com BCR acima do padrão ideal esperado para a sua prática semanal de exercícios, aquele que está mais afastado do valor ideal ultrapassou o padrão esperado em

a) 7,3 batimentos por minuto.

b) 7,4 batimentos por minuto.

c) 7,5 batimentos por minuto.

d) 7,6 batimentos por minuto.

e) 7,7 batimentos por minuto.

Resolução

O padrão ideal esperado para a prática semanal é dada pela reta em destaque. Aquele que está mais afastado do valor ideal é aquele cuja representação no gráfico encontra-se, na vertical, mas afastado da reta. No caso, é aquele que pratica 4 h de exercícios semanais, pois para ele o ideal seria, aproximadamente, 67, 5 batimentos por minuto e ele registrou 75 batimentos por minuto, ultrapassando o ideal em 7,5 batimentos por minuto.

Resposta: C

Dez dados convencionais não viciados serão lançados simultaneamente. Se o produto dos números obtidos nas faces dos dados for igual a $2^2 \cdot 3^5 \cdot 5^2$, então a maior soma possível dos números obtidos nas faces dos dez dados será

a) 30.

b) 31.

c) 32.

d) 33.

e) 34.

Resolução

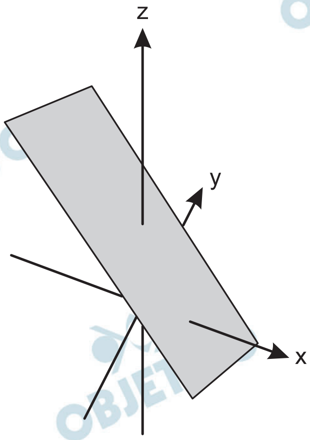
1) Entre os números possíveis no lançamento de um dado convencional (1; 2; 3; 4; 5 e 6) o fator 5 só aparece quando o número 5 é o sorteado. Quando isto ocorre nenhum outro fator aparece (pois 5 é fator primo).

2) Se os dois fatores dois estiverem no mesmo dado, os outros oito números sorteados são
4; 3; 3; 3; 3; 3; 1 e 1 , em alguma ordem.
Neste caso a soma é
4 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 1 + 1 = 21.

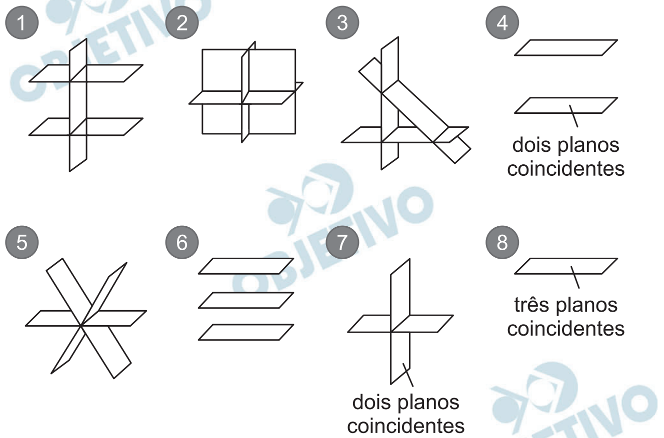
3) Se os dois fatores dois estiverem um em cada dado podemos ter as seguintes possibilidades:
*** 2; 2; 3; 3; 3; 3; 3 e 1, cuja soma é 20,**
*** (2. 3); 2; 3; 3; 3; 3; 1 e 1, cuja soma é 22 e**
*** (2. 3); (2. 3); 3; 3; 3; 1; 1 e 1, cuja soma é 24.**

Assim, a maior soma possível é 5 + 5 + 24 = 34.

Resposta: $\boxed{E}$



No plano cartesiano 0xy, equações lineares com duas incógnitas, do tipo ax + by = c, representam retas. Já em relação a um sistema de coordenadas cartesianas 0xyz no espaço, equações lineares com três incógnitas representam planos. Por exemplo, na figura ao lado, pode-se ver a representação da equação 2x + y + z = 4 em relação ao sistema de coordenadas 0xyz.



A solução gráfica de um sistema de equações lineares 3 x 3 é a região do espaço correspondente à intersecção dos planos definidos pelas três equações lineares que compõem o sistema. Sendo assim, das representações gráficas numeradas ao lado, correspondem a sistemas lineares 3 x 3 com infinitas soluções apenas

a) 5, 7 e 8.

b) 1, 3 e 7.

c) 4, 6 e 8.

d) 2, 5 e 7.

e) 1, 2, 3, 5 e 7.

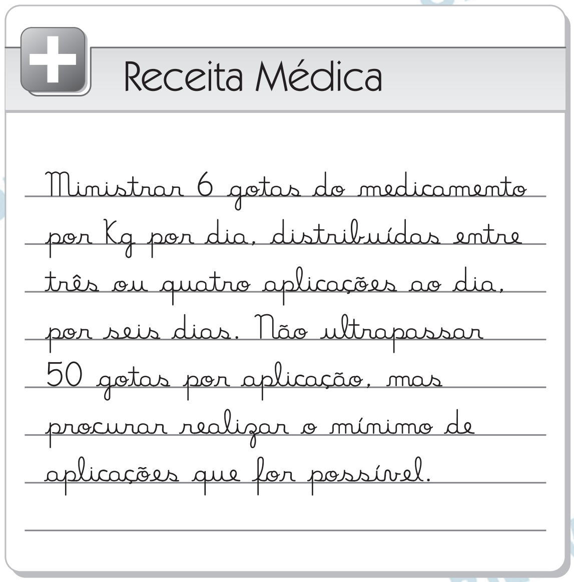
Resolução

Um sistema linear, nas incógnitas x, y e z do tipo.

$$\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1z = d_1 \ (\alpha) \\ a_2x + b_2y + c_2z = d_2 \ (\beta) \\ a_3x + b_3y + c_3z = d_3 \ (\gamma) \end{cases}$$

Possui infinitas soluções quando a intersecção dos planos dados por α, β e γ ocorrem em uma reta ou em um plano. Isto acontece nas figuras 5 e 7 (a intersecção é uma reta) e 8 (a intersecção é um plano).

Resposta: A



No tratamento de uma infecção contraída simultaneamente por dois irmãos, o médico passou para os pais das crianças a receita ao lado. Se o mais novo pesa 20 quilogramas e o mais velho pesa 30 quilogramas, então as dosagens que eles devem receber em cada aplicação são, respectivamente, de

a) 30 e 40 gotas.

b) 35 e 45 gotas.

c) 35 e 40 gotas.

d) 30 e 45 gotas.

e) 40 e 45 gotas.

Resolução

1) **O irmão mais novo deverá receber diariamente**
   20 kg x 6 gotas/kg = 120 gotas.
   O irmão mais velho deverá receber diariamente
   30 kg x 6 gotas/kg = 180 gotas.

2) **Admitindo-se que a quantidade de gotas administradas em cada aplicação seja a mesma, porém não necessariamente iguais entre os irmãos, no caso do mais nova esta quantidade é divisor de 120 e para o mais velho é divisor de 180.**

3) **Considerando que a quantidade gotas por doze deverá ser menor que 50 , no caso do mais novo será 40 gotas e para o mais velho, 45 gotas**

Resposta: $\boxed{E}$

Uma urna contém 20 fichas, numeradas de 1 a 20. O menor número de fichas que devemos retirar dessa urna para termos certeza de que três das fichas retiradas estejam marcadas com três números consecutivos é igual a

a) 11.

b) 14.

c) 15.

d) 16.

e) 18.

Resolução

1) **Para não escolhermos três números inteiros consecutivos a cada três inteiros consecutivos devemos escolher apenas dois. Agora é, escolhê-los de forma a obter a maior quantidade de números.**
   Um exemplo é :
   1, 2, 4, 5, 7, 8, 10, 11, 13, 14, 16, 17, 19 e 20

2) **Desta forma, é possível escolher 14 números de forma a não conter três inteiros consecutivos. Assim, o menor número de fichas a serem retirados para termos certeza de que três das fichas retiradas contenham três números consecutivos é 15.**

Resposta: C

Uma floricultura recebe as flores que comercializa de seus fornecedores na forma de brotos que ainda não floresceram. Esses brotos levam de 3 a 8 dias para começar a desabrochar e, quando iniciam, levam de 2 a 7 dias para abrir totalmente. As flores permanecem um dia totalmente abertas e depois começam a perder pétalas, ficando feias para serem vendidas. Por mais que os floristas tenham experiência, não lhes é possível prever quantos dias um broto levará para começar a desabrochar, pois isso pode ocorrer com igual probabilidade em qualquer um dos dias desse período; e o tempo para abrir totalmente é igualmente imprevisível e independente do período anterior. A floricultura precisará fazer a decoração para um casamento, com uma grande quantidade de flores, que precisam estar totalmente abertas no dia da celebração. Qual a antecedência mais adequada para que a floricultura receba um grande lote de flores de seus fornecedores, de modo a ter a maior quantidade de flores deste lote que estejam conforme a exigência estabelecida?

a) 5 dias.

b) 8 dias.

c) 10 dias.

d) 12 dias.

e) 15 dias.

Resolução

Deve-se considerar a soma da quantidade de dias que leva para desabrochar com a quantidade de dias que leva para abrir totalmente. A tabela a seguir mostra de que todas as combinações possíveis, 10 dias é a que oferece a maior probabilidade das flores estarem totalmente abertas.

		Desabrochar					
		3	4	5	6	7	8
Abrir totalmente	2	5	6	7	8	9	10
	3	6	7	8	9	10	11
	4	7	8	9	10	11	12
	5	8	9	10	11	12	13
	6	9	10	11	12	13	14
	7	10	11	12	13	14	15

Resposta: C

Texto para as questões 27 e 28

Funcionários de obras para Olimpíada 2016 entram em greve no Rio

18/05/2015 às 20h23

RIO - Funcionários das principais obras para a Olimpíada de 2016, no Rio, entraram em greve nesta segunda-feira. (...)

"Decidimos iniciar a greve (...) e caso não ocorra um acordo ficaremos parados por tempo indeterminado.", declarou o diretor do sindicato.

Ele ainda afirmou que a paralisação por um tempo maior pode gerar problemas na entrega das obras. "Caso não haja acordo, a greve pode afetar os prazos de entrega. Isso ainda pode gerar até um custo maior para as empresas como ocorreu na reforma do Maracanã para a Copa do Mundo, onde na fase final tiveram que dobrar o número de funcionários para concluir a obra."

Entre as reivindicações dos trabalhadores estão o aumento no valor da cesta básica de R$ 310 para R$ 350 e um reajuste no valor do salário de 8,5%.

(...) Renilda Cavalcante, que representa as empresas responsáveis pelas obras, afirma que a adesão à greve foi de cerca de 30%.

Adaptado de: http://www.valor.com.br/brasil/4055142/funcionarios-deobras-para-olimpiada-2016-entram-em-greve-no-rio.

27

Se o salário atual dos trabalhadores é de R$ 2.000,00, o aumento total pleiteado por eles, incluindo o reajuste da cesta básica, será de, aproximadamente,

a) 8%. b) 9%. c) 10%. d) 11%. e) 12%.

Resolução

1) **O salário atual mais o valor atual da cesta básica, em reais, é de:**
 2 000,00 + 310,00 = 2 310,00

2) **Com o reajuste o salário mais o valor da cesta básica remonta, em reais, um total de:**
 1,085 . 2 000,00 + 350,00 = 2 520,00

O valor equivalente do salário e mais cesta básica atual foi reajustado em

$$\left(\frac{2520,00}{2310,00} - 1\right) . 100\% \simeq 9,09\%$$

Resposta: B

Considere que:

- T é o tempo que resta para a obra ser concluída, a partir do início da greve;
- p é o percentual, em relação a T, correspondente ao tempo que durar a greve;
- a partir do momento em que a greve terminar, serão contratados funcionários adicionais suficientes para que a obra seja finalizada dentro do prazo, para trabalharem em todo período restante;
- a produtividade de cada trabalhador na ativa é sempre a mesma, independentemente do período.

Para que o impacto no período subsequente ao fim da greve seja o mesmo da reforma do Maracanã, o valor de p deve ser aproximadamente igual a

a) 44%.

b) 55%.

c) 66%.

d) 77%.

e) 88%.

Resolução

Seja <u>e</u>, com e ≠ 0, a eficiência de cada trabalhador (quantidade de trabalho realizado por dia), e <u>n</u> o número de empregados iniciais e, consequentemente o número de empregados contratados para cobrir o problema causado por aqueles que ficaram em greve.

1) Durante o período de greve deixou-se de construir 30% n. e. pT, pois ficaram em greve 30% n empregados durante pT dias.

2) O trabalho não realizado durante a greve deverá ser feito pelos n empregados recém-contratados, durante os (T – pT) dias restantes.

Assim, $30\% n \,.\, e \,.\, pT = n.\, e\, (T - pT) \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow 0{,}30\, p = 1 - p \Leftrightarrow p = \frac{1}{1{,}30} \simeq 0{,}77 = 77\%$$

Resposta: D

Uma companhia aérea começa a vender bilhetes para os voos de um dia específico com antecedência de um ano. O preço p(t), em reais, que ela cobra por um determinado trecho vai aumentando conforme se aproxima a data do voo, de acordo com a lei

$$p(t) = 2000 - 4t,$$

em que t é o tempo, em dias, que falta para a respectiva data.

Considere que a quantidade vendida v em cada um desses dias varia em função do preço p(t) e do tempo t, segundo a expressão

$$v \cdot 0{,}0002 \cdot t \cdot p(t).$$

O valor arrecadado por essa companhia no dia em que a quantidade vendida é máxima é igual a

a) R$ 30.000,00.

b) R$ 40.000,00.

c) R$ 50.000,00.

d) R$ 60.000,00.

e) R$ 70.000,00.

Resolução

A quantidade vendida em função do tempo t, em dias, que falta para a respectiva data do voo é dada por:

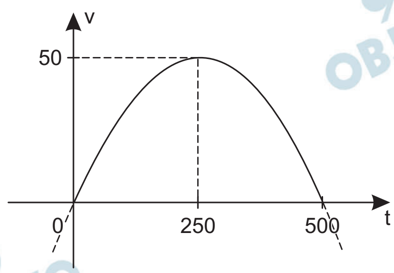
$v = 0{,}0002 \,.\, t \,.\, p(t) = 0{,}0002 \,.\, t \,.\, (2\,000 - 4t) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow v = -\,0{,}0008\, t^2 + 0{,}4\, t.$

Esta função é máxima para $t = \dfrac{-\,0{,}4}{2\,.\,(-\,0{,}0008)} \Leftrightarrow$

$t = \dfrac{0{,}4}{0{,}0016} = 250$**, pois o gráfico de v,**

em função de t, é do tipo



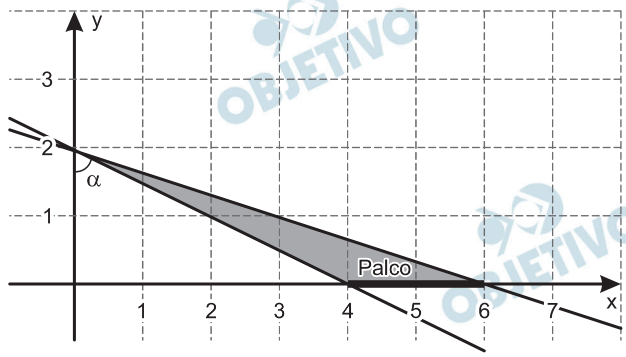
A quantidade vendida neste dia (250 dias antes do voo) é $v = 0{,}0002 \,.\, 250 \,.\, (2000 - 4 \,.\, 250) = 50$.

O preço cobrado por passagem neste dia foi $p(250) = 2\,000 - 4 \,.\, 250 = 1\,000$ **e a arrecadação, em reais, foi** $50 \times 1\,000 = 50\,000$.

Resposta: C

Texto para as questões 30 e 31

A equipe que está preparando os efeitos de iluminação de um *show* a ser feito em um estádio precisa instalar um canhão de luz num ponto a 20 metros de altura em relação ao chão, no qual está posicionado um palco de 20 metros de comprimento onde o cantor irá se apresentar. Para definir o ângulo de movimentação do canhão de luz de modo que ele possa acompanhar o cantor por todo o palco, a equipe modelou o problema utilizando o plano cartesiano abaixo, no qual cada unidade equivale a 10 metros.



Se necessário, utilize os dados da tabela ao lado.

α	tg α (valores aproximados)
126°	– 1, 4
135°	– 1, 0
144°	– 0, 7
153°	– 0, 5
162°	– 0, 3
171°	– 0, 2
180°	0, 0

Para que o canhão de luz possa ser posicionado apontado para o cantor em sua movimentação ao longo de toda a plataforma, o valor aproximado do ângulo α, formado pelo canhão e pelo eixo y, deve estar sempre entre

a) 18° e 27°.

b) 27° e 36°.

c) 36° e 54°.

d) 54° e 63°.

e) 63° e 72°.

Resolução

Sejam α_{min} e α_{max} os valores mínimos e máximos do ângulo α para que o canhão de luz possa acompanhar o cantor. Temos:

1) $\text{tg}\alpha_{min} = \dfrac{4}{2} = 2$ e $\text{tg}\alpha_{max} = \dfrac{6}{2} = 3$

2) $\text{tg } 153° = -0{,}5 \Leftrightarrow \text{tg}(180° - 153°) = 0{,}5 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \text{tg } 27° = 0{,}5 \Leftrightarrow \text{cotg } 27° = \dfrac{1}{0{,}5} = 2$ **e,**

portanto, $\text{tg } 63° = 2$.

Desta forma. $\alpha_{min} = 63°$

3) $\text{tg } 162° = -0{,}3 \Leftrightarrow \text{tg}(180° - 162°) = 0{,}3 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \text{tg } 18° = 0{,}3 \Leftrightarrow \text{cotg } 18° = \dfrac{1}{0{,}3} \simeq 3{,}3$ **e,**

portanto, $\text{tg } 72° \simeq 3{,}3$.

Desta forma. $\alpha_{max} \simeq 72°$

Resposta: E

Para que não seja formada nenhuma sombra na projeção de luz feita pelo canhão, não pode haver nenhum objeto posicionado no espaço indicado pela região sombreada na figura, cuja área é igual a

a) 2 m^2.

b) 4 m^2.

c) 20 m^2.

d) 40 m^2.

e) 200 m^2.

Resolução

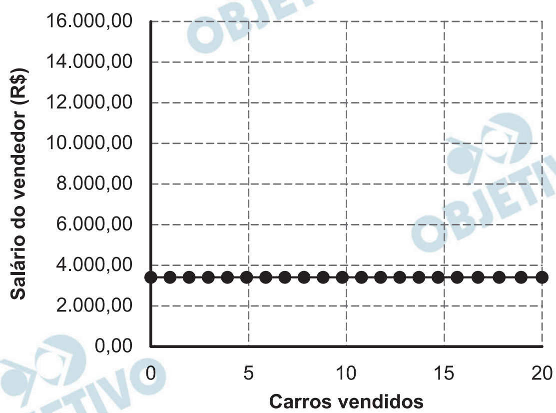
Como cada unidade do plano cartesiano equivale a 10 m, a área da região sombreada é igual a

$$S = \frac{20\text{ m} \cdot 20\text{ m}}{2} = 200\text{ m}^2$$

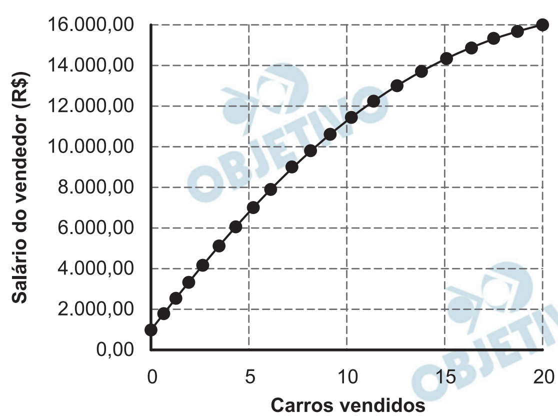
Resposta: $\boxed{E}$

O salário mensal de um vendedor de carros de luxo é composto por um valor fixo de R$ 1.000,00 mais um valor de comissões sobre os carros vendidos, que custam R$ 150.000,00 cada um. O percentual de comissão inicia em 0,10% e sobe 0,02 ponto percentual para cada carro que ele consegue vender. Por exemplo, se ele vende 3 carros em um mês, sua comissão será de 0,16% por carro, sobre o preço dos carros. Dos gráficos a seguir, qual é aquele que melhor representa a relação entre o número de carros vendidos e o salário mensal do vendedor?

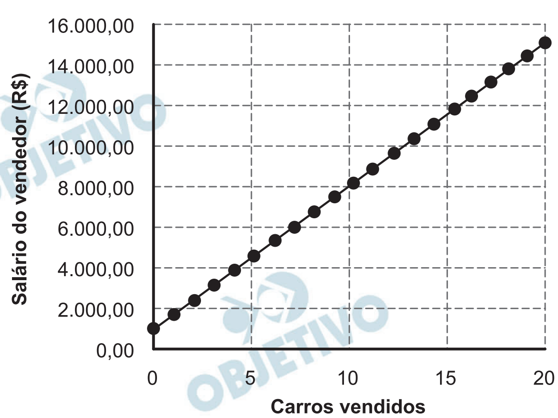
a)



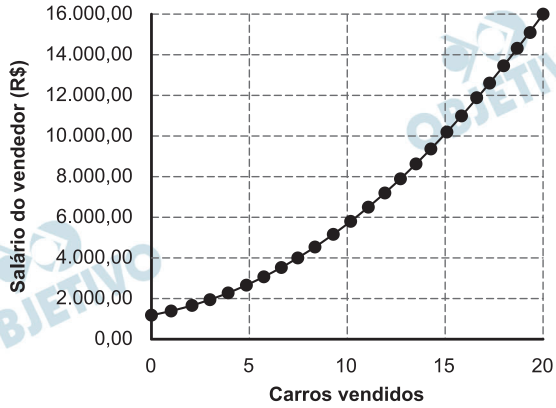
b)



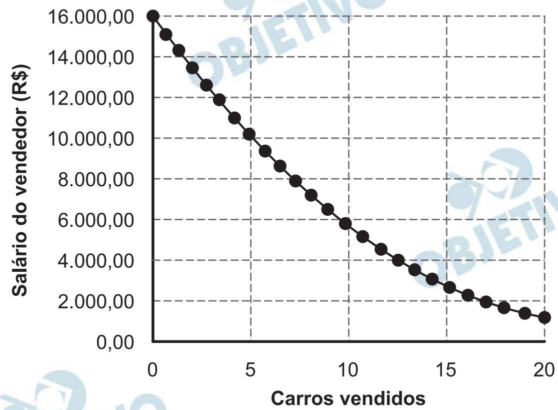
c)



d)



e)



Resolução

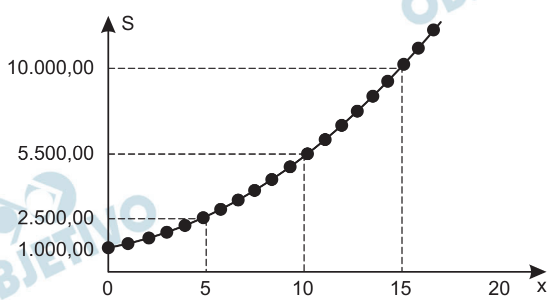
Sendo x o número de carros vendidos, por mês, pelo vendedor, o porcentual de comissão por ele recebido será (0,10 + 0,02 . x)% e seu salário, em função de x, será, em reais,

$S(x) = 1000 + (0,10 + 0,02x)\% \ . \ 150\,000 \ . \ x \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow S(x) = 1000 + (0,10 + 0,02\,x) \ . \ 1500 \ . \ x \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow S(x) = 30\,x^2 + 150\,x + 1000$, com $x \in \mathbb{N}$.

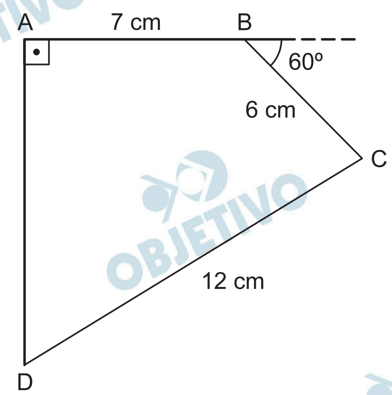
O gráfico de S é



Melhor representado na alternativa (d).

Resposta: D

O quadrilátero ABCD indicado na figura possui ângulo reto em A, um ângulo externo de 60° em B e três lados de medidas conhecidas, que são AB = 7 cm, BC = 6 cm e CD = 12 cm.



Nesse quadrilátero, a medida de $\overline{AD}$, em centímetros, é igual a

a) $3\left(2+\sqrt{3}\right)$

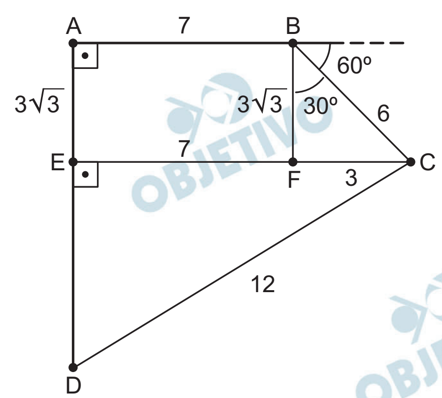
b) $2\sqrt{11}+3\sqrt{3}$

c) $2\left(\sqrt{11}+\sqrt{3}\right)$

d) $9\sqrt{3}$

e) $12\sqrt{3}$

Resolução



Em centímetros, temos na figura:

1) $\text{sen } 30° = \dfrac{CF}{BC} = \dfrac{CF}{6} = \dfrac{1}{2} \Rightarrow CF = 3$

$\cos 30° = \dfrac{BF}{BC} = \dfrac{BF}{6} = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow BF = 3\sqrt{3}$

Desta forma, $AE = BF = 3\sqrt{3}$ **e**
$EC = EF + FC = 7 + 3 = 10.$

2) No triângulo CDE, retângulo em E, temos
$EC^2 + ED^2 = CD^2 \Rightarrow 10^2 + ED^2 = 12^2 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow ED = 2\sqrt{11}.$

3) Por fim, $AD = AE + ED = 3\sqrt{3} + 2\sqrt{11}$

Resposta: B

Pelas regras de um hospital:

- o turno de trabalho de cada médico deve ser de 12 horas seguidas, das 0h às 12h ou das 12h às 0h;
- na alocação de cada médico, deve haver sempre um intervalo de pelo menos 36 horas entre o término de um turno e o início de outro;
- todo médico deve ter um dia da semana fixo para folga obrigatória, no qual não pode realizar nenhum turno.

Em um mês que se inicia em uma segunda-feira e tem 31 dias, se um médico deseja estar alocado na maior quantidade de turnos nesse hospital, ele **NÃO DEVE** alocar a sua folga semanal em uma

a) segunda-feira, nem em uma quarta-feira.

b) terça-feira, nem em uma quarta-feira.

c) terça-feira, nem em uma sexta-feira.

d) quarta-feira, nem em um sábado.

e) sexta-feira, nem em um domingo.

Resolução

Resposta oficial A (Vide Resolução)

O enunciado permite interpretações diferentes.

1ª Interpretação

Respeitando o intervalo de 36 horas entre o término de um turno e o ínicio do outro efetua-se a escala do trabalho do médico e escolhe-se a opção que lhe permite realizar o maior número de plantão (descansa em algum dia da semana que deveria realizar a menor quantidade de plantões).
Nesta interpretação existem duas possibilidades; trabalha ou não trabalha no primeiro dia do mês, fato que depende do que ocorreu no último dia do mês anterior.
Os calendários seguintes mostrar o que ocorre em uma e outra possibilidade. Neles "T" significa dia em que trabalha (ou deveria trabalhar). Sombreado estão os dias em que não deve escolher a folga.

Trabalha no 1º dia do mês						
Dom	Seg	Ter	Qua	Qui	Sex	Sáb
	1 T	2	3 T	4	5 T	6
7 T	8	9 T	10	11 T	12	13 T
14	15 T	16	17 T	18	19 T	20
21 T	22	23 T	24	25 T	26	27 T
28	29 T	30	31 T			

NÃO Trabalha no 1º dia do mês						
Dom	Seg	Ter	Qua	Qui	Sex	Sáb
	1	2 T	3	4 T	5	6 T
7	8 T	9	10 T	11	12 T	13
14 T	15	16 T	17	18 T	19	20 T
21	22 T	23	24 T	25	26 T	27
28 T	29	30 T	31			

Assim, considerando que começou o mês trabalhando no primeiro dia do mês, para poder trabalhar o maior número de turnos não deve alocar sua folga em uma segunda-feira e nem em uma quarta-feira. (Resposta: A).
Se começou a trabalhar no segundo dia do mês basta não alocar sua folga na terça-feira. (Sem alternativa).

<u>2ª interpretação</u>

Se considerarmos o dia da folga como parte das 36 horas que deve haver entre o término e um turno e o ínicio do seguinte, sempre deverá trabalhar no dia seguinte à sua folga, pois:

a) Se trabalhou no período matinal do dia anterior à folga, descansou 12 horas no período vespertino e mais 24 horas no dia da folga.

b) Se trabalhou no período vespertino do dia anterior à folga, descansou 24 horas no dia da folga e mais 12 horas no período matutino do dia posterior à folga.

De uma forma ou outra sempre totalizam 36 horas. Nesta interpretação o profissional trabalha sempre nos mesmos dias da semana, como mostra a tabela a seguir.

Quaisquer sete dias de uma semana qualquer						
dia 1	dia 2	dia 3	dia 4	dia 5	dia 6	dia 7
Folga	T		T		T	
Deveria trabalhar mas é folga	T		T		T	
Deveria trabalhar mas é folga	T		T		T	

Assim, a tabela seguinte mostra os dias da semana em que trabalha, conforme a folga, e o total de plantões que realiza, tendo ainda que se considerar o fato de ter ou não trabalhado no último dia do mês anterior.

Folga	Trabalha	Total de Plantões
Segunda	Terça, Quinta e Sábado	13
Terça	Quarta, Sexta e Domingo	13
Quarta	Quinta, Sábado e Segunda	13
Quinta	Sexta, Domingo e Terça	13
Sexta	Sábado, Segunda e Quarta	14
Sábado	Domingo, Terça e Quinta	13
Domingo	Segunda, Quarta e Sexta	14

Desta forma, considerando que não tenha trabalhado no último domingo do mês anterior, para poder realizar o maior número de plantões, não deve folgar às sextas-feiras e nem aos domingos, o que aparece na alternativa E.

Resposta: A oficial é A

35

Admita que ǂ x ǂ represente a soma dos números inteiros de 1 até x. Sendo assim, ǂ 86 ǂ – ǂ 43 ǂ será igual a

a) 2838.

b) 2795.

c) 2730.

d) 1764.

e) 1365.

Resolução

$$\text{ǂ}\,86\,\text{ǂ} = 1 + 2 + 3 + \ldots + 86 = \frac{(1 + 86)\;.\;86}{2} = 3741$$

$$\text{ǂ}\,43\,\text{ǂ} = 1 + 2 + 3 + \ldots + 43 = \frac{(1 + 43)\;.\;43}{2} = 946$$

$$\text{ǂ}\,86\,\text{ǂ} - \text{ǂ}\,43\,\text{ǂ} = 3741 - 946 = 2795$$

Resposta: B