

**FÍSICA**

Caso necessário, use os seguintes dados: .

**Constante gravitacional:**  $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{m}^3/\text{s}^2\text{kg}$ .

**Massa do Sol:**  $M = 1,99 \times 10^{30} \text{kg}$ .

**Velocidade da luz:**  $c = 3 \times 10^8 \text{m/s}$ .

**Distância média do centro da Terra ao centro do Sol:**  
 $1,5 \times 10^{11} \text{m}$ .

**Aceleração da gravidade:**  $g = 9,8 \text{m/s}^2$ .

**Raio da Terra:** 6380 km.

**Número de Avogadro:**  $6,023 \times 10^{23} \text{mol}^{-1}$ .

**Constante universal dos gases:** 8,31 J/molK.

**Massa atômica do nitrogênio:** 14.

**Constante de Planck:**  $h = 6,62 \times 10^{-34} \text{m}^2\text{kg/s}$ .

**Permissividade do vácuo:**  $\epsilon_0 = 1/4\pi k_0$ .

**Permeabilidade magnética do vácuo:**  $\mu_0$ .

**1**

Pela teoria Newtoniana da gravitação, o potencial gravitacional devido ao Sol, assumindo simetria esférica, é dado por  $-V = G M / r$ , em que  $r$  é a distância média do corpo ao centro do Sol. Segundo a teoria da relatividade de Einstein, essa equação de Newton deve ser corrigida para  $-V = GM/r + A/r^2$ , em que  $A$  depende somente de  $G$ , de  $M$  e da velocidade da luz,  $c$ . Com base na análise dimensional e considerando  $k$  uma constante adimensional, assinale a opção que apresenta a expressão da constante  $A$ , seguida da ordem de grandeza da razão entre o termo de correção,  $A/r^2$ , obtido por Einstein, e o termo  $GM/r$  da equação de Newton, na posição da Terra, sabendo a priori que  $k = 1$ .

- a)  $A = kGM/c$  e  $10^{-5}$       b)  $A = kG^2M^2/c$  e  $10^{-8}$   
 c)  $A = kG^2M^2/c$  e  $10^{-3}$       d)  $A = kG^2M^2/c^2$  e  $10^{-5}$   
 e)  $A = kG^2M^2/c^2$  e  $10^{-8}$

**Resolução**

1)  $F = \frac{G M m}{r^2}$

$$M L T^{-2} = \frac{[G] M^2}{L^2} \Rightarrow [G] = M^{-1} L^3 T^{-2}$$

2)  $\left[ \frac{A}{r^2} \right] = \left[ \frac{GM}{r} \right]$

$$\frac{[A]}{L^2} = \frac{M^{-1} L^3 T^{-2} \cdot M}{L} \Rightarrow [A] = L^4 T^{-2}$$

3)  $A = k G^x M^y c^z$

$$L^4 T^{-2} = (M^{-1} L^3 T^{-2})^x M^y (L T^{-1})^z$$

$$L^4 T^{-2} = M^{-x+y} L^{3x+z} T^{-2x-z}$$

$$-x + y = 0 \quad (1)$$

$$3x + z = 4 \quad (2)$$

$$-2x - z = -2$$

$$(2) + (3): \quad \boxed{x = 2}$$

$$\text{Em (1):} \quad \boxed{y = 2}$$

$$\text{Em (2): } 6 + z = 4 \Rightarrow \boxed{z = -2}$$

$$\boxed{A = k \frac{G^2 M^2}{c^2}}$$

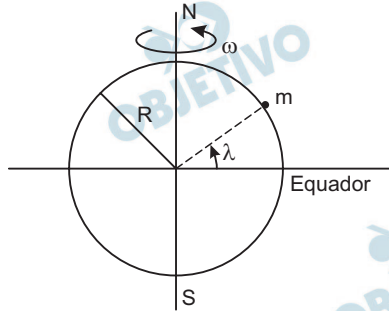
$$4) \quad x = \frac{A/r^2}{GM/r} = \frac{A}{r^2} \cdot \frac{r}{GM} = \frac{A}{GMr}$$

$$A = \frac{G^2 M^2}{c^2} \Rightarrow \frac{A}{GM} = \frac{GM}{c^2}$$

$$x = \frac{GM}{rc^2} = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 1,99 \cdot 10^{30}}{1,5 \cdot 10^{11} \cdot 9,0 \cdot 10^{16}}$$

$$\boxed{x = 0,98 \cdot 10^{-8}}$$

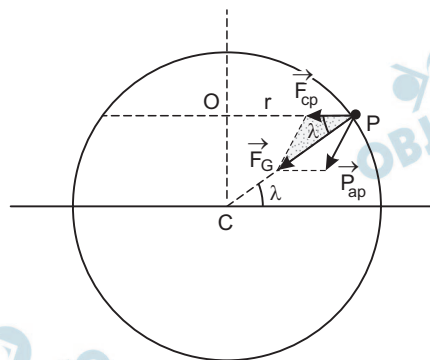
Considere a Terra como uma esfera homogênea de raio  $R$  que gira com velocidade angular uniforme  $\omega$  em torno do seu próprio eixo Norte-Sul. Na hipótese de ausência de rotação da Terra, sabe-se que a aceleração da gravidade seria dada por  $g = G M / R^2$ . Como  $\omega \neq 0$ , um corpo em repouso na superfície da Terra na realidade fica sujeito forçosamente a um peso aparente, que pode ser medido, por exemplo, por um dinamômetro, cuja direção pode não passar pelo centro do planeta.



Então, o peso aparente de um corpo de massa  $m$  em repouso na superfície da Terra a uma latitude  $\lambda$  é dado por

- a)  $mg - m\omega^2 R \cos \lambda$ .
- b)  $mg - m\omega^2 R \sin^2 \lambda$ .
- c)  $mg \sqrt{1 - [2\omega^2 R/g + (\omega^2 R/g)^2] \sin^2 \lambda}$ .
- d)  $mg \sqrt{1 - [2\omega^2 R/g - (\omega^2 R/g)^2] \cos^2 \lambda}$ .
- e)  $mg \sqrt{1 - [2\omega^2 R/g - (\omega^2 R/g)^2] \sin^2 \lambda}$ .

**Resolução**



Em uma latitude  $\lambda$ , uma partícula  $P$ , acompanhando a rotação da Terra, estará sujeita a uma resultante centrípeta  $F_{cp} = m \omega^2 r = m \omega^2 R \cos \lambda$

A força gravitacional que a Terra aplica na partícula terá intensidade  $F_G = mg$ .

A força gravitacional  $\vec{F}_G$  será a soma vetorial entre a resultante centrípeta e o peso aparente  $\vec{P}_{ap}$ , conforme indica a figura.

Aplicando-se a lei dos cossenos ao triângulo indicado na figura, temos:

$$P_{ap}^2 = F_G^2 + F_{cp}^2 - 2 F_G \cdot F_{cp} \cdot \cos \lambda$$

$$P_{ap}^2 = m^2 g^2 + m^2 \omega^4 R^2 \cos^2 \lambda - 2mg m \omega^2 R \cos \lambda \cdot \cos \lambda$$

$$P_{ap}^2 = m^2 g^2 \left( 1 + \frac{\omega^4 R^2 \cos^2 \lambda}{g^2} - \frac{2 \omega^2 R \cos^2 \lambda}{g} \right)$$

$$P_{ap}^2 = m^2 g^2 \left[ 1 + \cos^2 \lambda \left( \frac{\omega^4 R^2}{g^2} - \frac{2 \omega^2 R}{g} \right) \right]$$

$$P_{ap} = m g \sqrt{1 - \left[ \frac{2 \omega^2 R}{g} - \left( \frac{\omega^2 R}{g} \right)^2 \right] \cos^2 \lambda}$$

Considere um segmento de reta que liga o centro de qualquer planeta do sistema solar ao centro do Sol. De acordo com a 2ª Lei de Kepler, tal segmento percorre áreas iguais em tempos iguais. Considere, então, que em dado instante deixasse de existir o efeito da gravitação entre o Sol e o planeta.

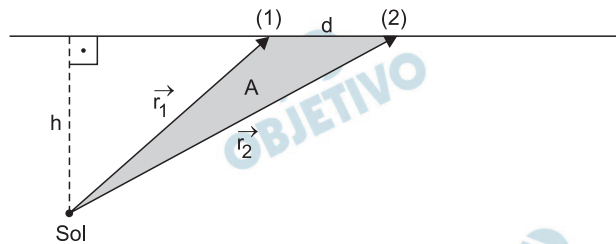
Assinale a alternativa correta.

- O segmento de reta em questão continuaria a percorrer áreas iguais em tempos iguais.
- A órbita do planeta continuaria a ser elíptica, porém com focos diferentes e a 2ª Lei de Kepler continuaria válida.
- A órbita do planeta deixaria de ser elíptica e a 2ª Lei de Kepler não seria mais válida.
- A 2ª Lei de Kepler só é válida quando se considera uma força que depende do inverso do quadrado das distâncias entre os corpos e, portanto, deixaria de ser válida.
- O planeta iria se dirigir em direção ao Sol.

### Resolução

Se a força gravitacional deixasse de existir, o planeta teria movimento retilíneo e uniforme com uma velocidade de módulo  $V$ .

A lei das áreas continuaria válida, como se demonstra a seguir.



A área varrida pelo raio vetor do planeta é dada por:

$$A = \frac{d \cdot h}{2} \quad (1)$$

Sendo uniforme o movimento do planeta, resulta:

$$d = V \Delta t \quad (2)$$

$$(2) \text{ em } (1): A = \frac{V \Delta t \cdot h}{2} \Rightarrow \frac{A}{\Delta t} = \frac{Vh}{2}$$

$\frac{A}{\Delta t}$  é a velocidade areolar do planeta, que continua

sendo constante, atestando a validade da 2ª Lei de Kepler.

A temperatura para a qual a velocidade associada à energia cinética média de uma molécula de nitrogênio,  $N_2$ , é igual à velocidade de escape desta molécula da superfície da Terra é de, aproximadamente,

- a)  $1,4 \times 10^5$  K.      b)  $1,4 \times 10^8$  K.  
 c)  $7,0 \times 10^{27}$  K.      d)  $7,2 \times 10^4$  K.  
 e)  $8,4 \times 10^{28}$  K.

### Resolução

1) Dedução da velocidade de escape:

$$E = - \frac{GMm}{R} + \frac{m V^2}{2}$$

$G$  = constante de gravitação universal

$M$  = massa da Terra

$m$  = massa da molécula

$R$  = raio da Terra

$V$  = módulo da velocidade

A velocidade de escape é obtida quando

$$E = 0$$

$$- \frac{GMm}{R} + \frac{m V_E^2}{2} = 0$$

$$V_E = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$

$$\text{Como } g = \frac{GM}{R^2}, \text{ vem: } V_E = \sqrt{\frac{2g R^2}{R}}$$

$$V_E = \sqrt{2 g R} = \sqrt{2 \cdot 9,8 \cdot 6,4 \cdot 10^6} \text{ (m/s)}$$

$$V_E = 11,2 \cdot 10^3 \text{ m/s}$$

2) A energia cinética média de um gás é dada por:

$$E_c = \frac{3}{2} n R T = \frac{3}{2} \frac{m}{M} R T$$

$$\text{Como } E_c = \frac{m V_E^2}{2}, \text{ vem:}$$

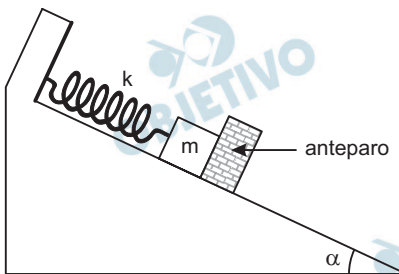
$$\frac{m V_E^2}{2} = \frac{3}{2} \frac{m R}{M} T$$

$$T = \frac{M V_E^2}{3R}$$

$$T = \frac{28 \cdot 10^{-3} \cdot (11,2 \cdot 10^3)^2}{3 \cdot 8,31} \text{ (K)}$$

$$T = 1,4 \cdot 10^5 \text{ K}$$

No plano inclinado, o corpo de massa  $m$  é preso a uma mola de constante elástica  $k$ , sendo barrado à frente por um anteparo. Com a mola no seu comprimento natural, o anteparo, de alguma forma, inicia seu movimento de descida com uma aceleração constante  $a$ . Durante parte dessa descida, o anteparo mantém contato com o corpo, dele se separando somente após um certo tempo. Desconsiderando quaisquer atritos, podemos afirmar que a variação máxima do comprimento da mola é dada por



- a)  $\left[ m g \operatorname{sen} \alpha + m \sqrt{a(2g \operatorname{sen} \alpha + a)} \right] / k$ .  
 b)  $\left[ m g \cos \alpha + m \sqrt{a(2g \cos \alpha + a)} \right] / k$ .  
 c)  $\left[ m g \operatorname{sen} \alpha + m \sqrt{a(2g \operatorname{sen} \alpha - a)} \right] / k$ .  
 d)  $m (g \operatorname{sen} \alpha - a) / k$ .  
 e)  $m g \operatorname{sen} \alpha / k$ .

### Resolução

No instante  $T$  em que o corpo perde o contato com o anteparo, ele tem uma velocidade escalar  $V_1$ , a mola está deformada de  $x_1$  e sua aceleração tem módulo  $a$ .

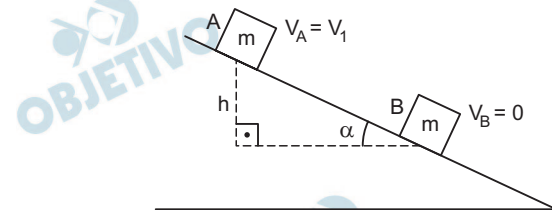
- 1) Equação de Torricelli:

$$V_1^2 = V_0^2 + 2a x_1 \Rightarrow V_1^2 = 2a x_1 \quad (1)$$

- 2) PFD:  $P_t - F_e = ma$   
 $mg \operatorname{sen} \alpha - kx_1 = ma$

$$kx_1 = m (g \operatorname{sen} \alpha - a) \Rightarrow x_1 = \frac{m(g \operatorname{sen} \alpha - a)}{k} \quad (2)$$

- 3) A partir do instante  $T$ , vale a conservação da energia mecânica:



$$h = (x_2 - x_1) \operatorname{sen} \alpha$$

$$E_B = E_A \quad (\text{ref. em B})$$

$$\frac{kx_2^2}{2} = \frac{kx_1^2}{2} + mg (x_2 - x_1) \operatorname{sen} \alpha + \frac{mV_1^2}{2}$$

$$\frac{kx_2^2}{2} = \frac{k}{2} \cdot \frac{m^2}{k^2} (g \operatorname{sen} \alpha - a)^2 + mg \left[ x_2 - \frac{m (g \operatorname{sen} \alpha - a)}{k} \right] \operatorname{sen} \alpha + \frac{m}{2} \cdot 2a m \frac{(g \operatorname{sen} \alpha - a)}{k}$$

$$\frac{kx_2^2}{2} = \frac{m^2}{2k} (g \operatorname{sen} \alpha - a)^2 + mg x_2 \operatorname{sen} \alpha - m^2 g \frac{(g \operatorname{sen} \alpha - a)}{k} \cdot \operatorname{sen} \alpha + m^2 a \frac{(g \operatorname{sen} \alpha - a)}{k}$$

$$\frac{kx_2^2}{2} - x_2 mg \operatorname{sen} \alpha = \frac{m^2}{k} (g \operatorname{sen} \alpha - a) \left[ \frac{(g \operatorname{sen} \alpha - a)}{2} - g \operatorname{sen} \alpha + a \right]$$

$$\frac{kx_2^2}{2} - x_2 mg \operatorname{sen} \alpha = \frac{m^2}{k} (g \operatorname{sen} \alpha - a) \frac{(-1)(g \operatorname{sen} \alpha - a)}{2}$$

$$\frac{kx_2^2}{2} - x_2 mg \operatorname{sen} \alpha = -\frac{m^2}{2k} (g \operatorname{sen} \alpha - a)^2$$

$$x_2^2 - \left( \frac{2}{k} mg \operatorname{sen} \alpha \right) x_2 + \frac{m^2}{k^2} (g \operatorname{sen} \alpha - a)^2 = 0$$

$$x = \frac{\frac{2 mg \operatorname{sen} \alpha}{k} \pm \sqrt{\frac{4m^2 g^2 \operatorname{sen}^2 \alpha}{k^2} - \frac{4m^2}{k^2} (g \operatorname{sen} \alpha - a)^2}}{2}$$

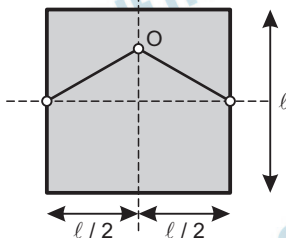
$$x = \frac{mg \operatorname{sen} \alpha}{k} \pm \frac{m}{k} \sqrt{g^2 \operatorname{sen}^2 \alpha - (g \operatorname{sen} \alpha - a)^2}$$

$$x = \frac{mg \operatorname{sen} \alpha}{k} \pm \frac{m}{k} \sqrt{2a g \operatorname{sen} \alpha - a^2}$$

$$x = \frac{mg \operatorname{sen} \alpha + m \sqrt{a(2g \operatorname{sen} \alpha - a)}}{k}$$

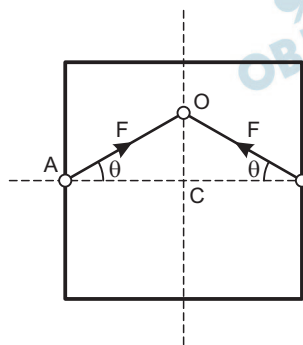


Um quadro quadrado de lado  $\ell$  e massa  $m$ , feito de um material de coeficiente de dilatação superficial  $\beta$ , é pendurado no pino  $O$  por uma corda inextensível, de massa desprezível, com as extremidades fixadas no meio das arestas laterais do quadro, conforme a figura. A força de tração máxima que a corda pode suportar é  $F$ . A seguir, o quadro é submetido a uma variação de temperatura  $\Delta T$ , dilatando. Considerando desprezível a variação no comprimento da corda devida à dilatação, podemos afirmar que o comprimento mínimo da corda para que o quadro possa ser pendurado com segurança é dado por



- a)  $2\ell F \sqrt{\beta \Delta T} / mg$ .  
 b)  $2\ell F (1 + \beta \Delta T) / mg$ .  
 c)  $2\ell F (1 + \beta \Delta T) / \sqrt{(4F^2 - m^2 g^2)}$ .  
 d)  $2\ell F \sqrt{(1 + \beta \Delta T)} / (2F - mg)$ .  
 e)  $2\ell F \sqrt{(1 + \beta \Delta T)} / (4F^2 - m^2 g^2)$ .

### Resolução



$$\overline{AO} = d$$

$$\overline{AC} = \frac{\ell}{2} + \Delta \ell$$

$$\overline{OC} = d \sin \theta$$

Como o quadro está em equilíbrio, temos:

$$2 F \sin \theta = mg \rightarrow \sin \theta = \frac{mg}{2F}$$

Do triângulo AOC:

$$d^2 = \left( \frac{\ell}{2} + \Delta \ell \right)^2 + (d \sin \theta)^2$$

$$d^2 - d^2 \sin^2 \theta = \left( \frac{\ell}{2} + \Delta \ell \right)^2$$

$$d^2 (1 - \sin^2 \theta) = \frac{\ell^2}{4} + \ell \Delta \ell + \Delta \ell^2$$

porém,  $\Delta \ell^2 \approx 0$ , logo:

$$d^2 (1 - \sin^2\theta) = \frac{\ell^2}{4} + \ell \cdot \frac{\ell}{2} \cdot \frac{\beta}{2} \cdot \Delta T$$

$$d^2 (1 - \sin^2\theta) = \frac{\ell^2}{4} (1 + \beta \Delta T)$$

$$d^2 \left(1 - \frac{m^2 g^2}{4F^2}\right) = \frac{\ell^2}{4} (1 + \beta \Delta T)$$

$$d^2 \left(\frac{4F^2 - m^2 g^2}{4F^2}\right) = \frac{\ell^2}{4} (1 + \beta \Delta T)$$

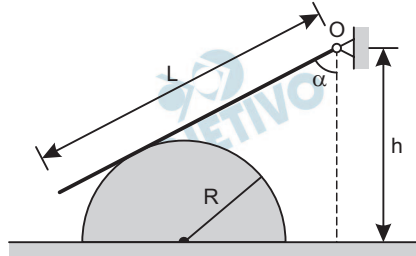
$$d = F\ell \sqrt{\frac{(1 + \beta \Delta T)}{(4F^2 - m^2 g^2)}}$$

O comprimento mínimo do fio é dado por:

$$L = 2d$$

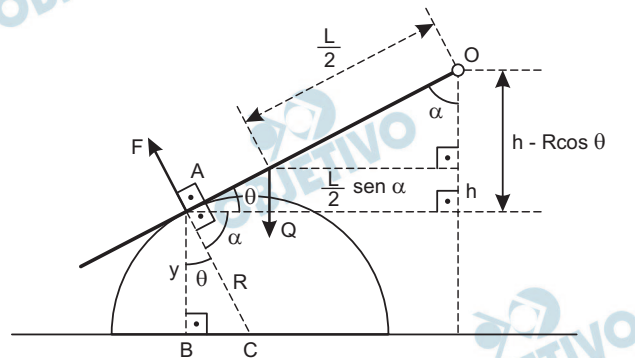
$$L = 2 F\ell \sqrt{\frac{(1 + \beta \Delta T)}{(4F^2 - m^2 g^2)}}$$

Considere um semicilindro de peso  $P$  e raio  $R$  sobre um plano horizontal não liso, mostrado em corte na figura. Uma barra homogênea de comprimento  $L$  e peso  $Q$  está articulada no ponto  $O$ . A barra está apoiada na superfície lisa do semicilindro, formando um ângulo  $\alpha$  com a vertical. Quanto vale o coeficiente de atrito mínimo entre o semicilindro e o plano horizontal para que o sistema todo permaneça em equilíbrio?



- a)  $\mu = \cos \alpha / [\cos \alpha + 2P(2h/LQ \cos(2\alpha) - R/LQ \sin \alpha)]$
- b)  $\mu = \cos \alpha / [\cos \alpha + P(2h/LQ \sin(2\alpha) - 2R/LQ \cos \alpha)]$
- c)  $\mu = \cos \alpha / [\sin \alpha + 2P(2h/LQ \sin(2\alpha) - R/LQ \cos \alpha)]$
- d)  $\mu = \sin \alpha / [\sin \alpha + 2P(2h/LQ \cos(\alpha) - 2R/LQ \cos \alpha)]$
- e)  $\mu = \sin \alpha / [\cos \alpha + P(2h/LQ \sin(\alpha) - 2R/LQ \cos \alpha)]$

**Resolução**



1) No triângulo ABC:  $y = R \cos \theta$

2) A distância  $d = AO$  é dada por:

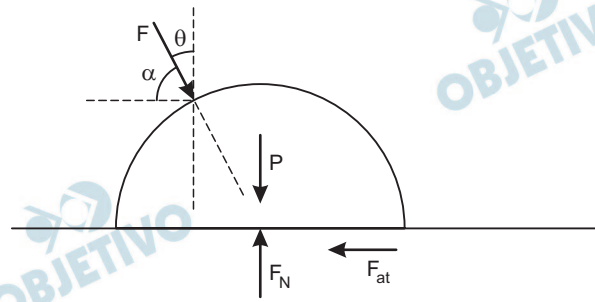
$$\cos \alpha = \frac{h - R \cos \theta}{d} \Rightarrow d = \frac{h - R \sin \alpha}{\cos \alpha}$$

3) O somatório dos torques em relação ao ponto  $O$  deve ser nulo:

$$Q \cdot \frac{L}{2} \sin \alpha = F \cdot \frac{(h - R \sin \alpha)}{\cos \alpha}$$

$$F = \frac{Q L \sin \alpha \cos \alpha}{2 (h - R \sin \alpha)}$$

$$F = \frac{Q L}{4} \frac{\sin 2 \alpha}{(h - R \sin \alpha)}$$



Na direção vertical:

$$F_N = P + F_y = P + F \operatorname{sen} \alpha$$

Na direção horizontal:  $F_x = F_{\text{at}}$

$$F \cos \alpha = F_{\text{at}}$$

Sendo o atrito estático:  $F_{\text{at}} \leq \mu_E F_N$

$$F \cos \alpha \leq \mu_E (P + F \operatorname{sen} \alpha)$$

$$\mu_E \geq \frac{F \cos \alpha}{P + F \operatorname{sen} \alpha}$$

$$\mu_E(\text{mín}) = \frac{F \cos \alpha}{P + F \operatorname{sen} \alpha} = \frac{\cos \alpha}{\operatorname{sen} \alpha + \frac{P}{F}}$$

$$\frac{P}{F} = P \cdot \frac{4(h - R \operatorname{sen} \alpha)}{Q L \operatorname{sen} 2\alpha} = 2P \frac{(2h - 2R \operatorname{sen} \alpha)}{Q L \operatorname{sen} 2\alpha}$$

$$\frac{P}{F} = 2P \left[ \frac{2h}{Q L \operatorname{sen} 2\alpha} - \frac{2R \operatorname{sen} \alpha}{Q L 2 \operatorname{sen} \alpha \cos \alpha} \right]$$

$$\frac{P}{F} = 2P \left[ \frac{2h}{Q L \operatorname{sen} 2\alpha} - \frac{R}{Q L \cos \alpha} \right]$$

$$\mu_E(\text{mín}) = \frac{\cos \alpha}{\operatorname{sen} \alpha + 2P \left[ \frac{2h}{Q L \operatorname{sen} 2\alpha} - \frac{R}{Q L \cos \alpha} \right]}$$

Um elétron é acelerado do repouso através de uma diferença de potencial  $V$  e entra numa região na qual atua um campo magnético, onde ele inicia um movimento ciclotrônico, movendo-se num círculo de raio  $R_E$  com período  $T_E$ . Se um próton fosse acelerado do repouso através de uma diferença de potencial de mesma magnitude e entrasse na mesma região em que atua o campo magnético, poderíamos afirmar sobre seu raio  $R_p$  e período  $T_p$  que

- a)  $R_p = R_E$  e  $T_p = T_E$ .      b)  $R_p > R_E$  e  $T_p > T_E$ .  
c)  $R_p > R_E$  e  $T_p = T_E$ .      d)  $R_p < R_E$  e  $T_p = T_E$ .  
e)  $R_p = R_E$  e  $T_p < T_E$ .

### Resolução

Sendo o elétron e o próton acelerados pela mesma d.d.p.  $V$  e tendo cargas elétricas iguais em módulo, concluímos que o trabalho da força elétrica é o mesmo. Logo, ambas penetram no campo magnético com mesma energia cinética.

$$\text{Sendo } R = \frac{m v}{|q| \cdot B} \text{ e } E_c = \frac{m v^2}{2}, \text{ vem } v = \sqrt{\frac{2E_c}{m}}$$

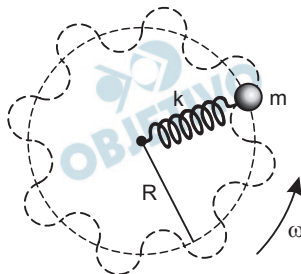
$$R = \frac{m \sqrt{\frac{2E_c}{m}}}{|q| B}$$

$$R = \frac{\sqrt{2mE_c}}{|q| B}; \text{ sendo } m_p > m_e, \text{ vem } R_p > R_e$$

$$\text{O período é dado por } T = \frac{2\pi m}{|q| B}$$

Para  $m_p > m_e$ , vem  $T_p > T_e$ .

Considere um oscilador harmônico simples composto por uma mola de constante elástica  $k$ , tendo uma extremidade fixada e a outra acoplada a uma partícula de massa  $m$ . O oscilador gira num plano horizontal com velocidade angular constante  $\omega$  em torno da extremidade fixa, mantendo-se apenas na direção radial, conforme mostra a figura. Considerando  $R_0$  a posição de equilíbrio do oscilador para  $\omega = 0$ , pode-se afirmar que



- o movimento é harmônico simples para qualquer que seja velocidade angular  $\omega$ .
- o ponto de equilíbrio é deslocado para  $R < R_0$ .
- a frequência do MHS cresce em relação ao caso de  $\omega = 0$ .
- o quadrado da frequência do MHS depende linearmente do quadrado da velocidade angular.
- se a partícula tiver carga, um campo magnético na direção do eixo de rotação só poderá aumentar a frequência do MHS.

#### Resolução

Para o referencial fixo no sistema rotatório, devemos acrescentar a força de inércia.

$$F_R = m (2\pi f)^2 x = kx - m \omega^2 x$$

$f$  é a frequência do MHS

$k$  é a constante elástica da mola

$\omega$  é a velocidade angular do MCU

$$m (2\pi f)^2 = m (2\pi f_0)^2 - m\omega^2$$

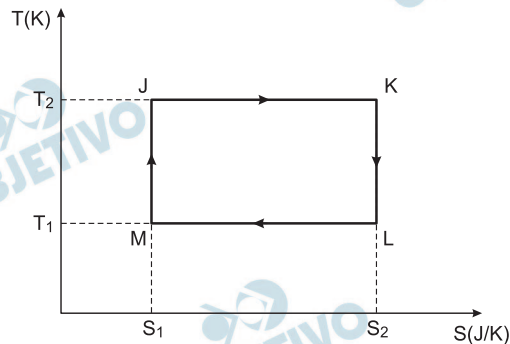
$f_0$  é a frequência do MHS para  $\omega = 0$

$$4\pi^2 f^2 = 4\pi^2 f_0^2 - \omega^2$$

$$f^2 = f_0^2 - \frac{\omega^2}{4\pi^2}$$

Como:  $k = m (2\pi f_0)^2 \Rightarrow f_0^2 = \frac{k}{4\pi^2 m}$  é constante, resulta  $f^2$  como função linear de  $\omega^2$ .

Uma máquina térmica opera segundo o ciclo JKLMJ mostrado no diagrama T-S da figura.



Pode-se afirmar que

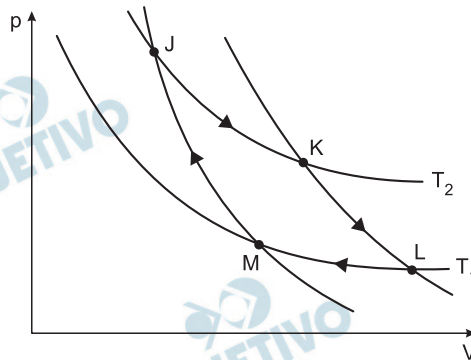
- a) processo JK corresponde a uma compressão isotérmica.
- b) o trabalho realizado pela máquina em um ciclo é  $W = (T_2 - T_1)(S_2 - S_1)$ .
- c) o rendimento da máquina é dado por  $\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1}$ .
- d) durante o processo LM uma quantidade de calor  $Q_{LM} = T_1(S_2 - S_1)$  é absorvida pelo sistema.
- e) outra máquina térmica que opere entre  $T_2$  e  $T_1$  poderia eventualmente possuir um rendimento maior que a desta.

**Resolução**

Do diagrama fornecido, conclui-se que

- 1) A transformação JK é uma expansão isotérmica e o sistema recebe calor (a entropia aumenta).
- 2) A transformação KL é uma expansão adiabática, a temperatura diminui e o sistema não troca calor com o meio (a entropia não varia).
- 3) A transformação LM é uma compressão isotérmica.
- 4) A transformação MJ é uma compressão adiabática (a entropia não varia).

Assim, a transformação JKLMJ representa um Ciclo de Carnot. Num diagrama pressão x volume, temos:



A partir dessa conclusão, podemos afirmar:

- a) FALSO.  
A transformação JK é uma *expansão* isotérmica.
- b) CORRETO.  
Na transformação JK, o trabalho realizado é igual ao calor recebido:

$$W_{JK} = Q_2$$

Mas:

$$\Delta S_{JK} = \frac{Q_2}{T_2} \Rightarrow (S_2 - S_1) = \frac{Q_2}{T_2}$$

$$\text{Assim: } W_{JK} = (S_2 - S_1) \cdot T_2$$

Na transformação KL, o sistema realiza um trabalho:

$$W_{KL} = W$$

Na transformação LM, o sistema recebe um trabalho:

$$W_{KL} = Q_1 \text{ (calor liberado na transformação)}$$

$$\text{mas: } \Delta S_{LM} = \frac{Q_1}{T_1} \Rightarrow (S_1 - S_2) = \frac{Q_1}{T_1}$$

$$\text{Assim: } W_{LM} = (S_1 - S_2) \cdot T_1 = -(S_2 - S_1) T_1$$

Na transformação MJ, o sistema recebe um trabalho:

$$W_{MJ} = -W$$

Observe que KL e MJ são transformações adiabáticas.

Portanto:

$$W_{\text{ciclo}} = W_{JK} + W_{KL} + W_{LM} + W_{MJ}$$

$$W_{\text{ciclo}} = [(S_2 - S_1) T_2] + [-(S_2 - S_1) T_1]$$

$$W_{\text{ciclo}} = (T_2 - T_1) (S_2 - S_1)$$

c) FALSO.

O rendimento é dado por:

$$\eta = 1 - \frac{T_1 \text{ (fonte fria)}}{T_2 \text{ (fonte quente)}}$$

d) FALSO.

Na transformação LM, o sistema libera energia (a entropia diminui).

e) FALSO.

Sendo uma Máquina de Carnot, não pode existir outra máquina térmica com rendimento maior funcionando entre essas temperaturas  $T_1$  e  $T_2$ .



Um feixe luminoso vertical, de 500 nm de comprimento de onda, incide sobre uma lente plano-convexa apoiada numa lâmina horizontal de vidro, como mostra a figura. Devido à variação da espessura da camada de ar existente entre a lente e a lâmina, torna-se visível sobre a lente uma sucessão de anéis claros e escuros, chamados de anéis de Newton. Sabendo-se que o diâmetro do menor anel escuro mede 2 mm, a superfície convexa da lente deve ter um raio de



- a) 1,0 m.                      b) 1,6 m.                      c) 2,0 m.  
d) 4,0 m.                      e) 8,0 m.

**Resolução**

Admitindo-se que os anéis sejam formados pela interferência de luz refletida, o diâmetro  $D_N$  do anel escuro de ordem  $N$  é dado por:

$$D_N = 2 \sqrt{N R \lambda}$$

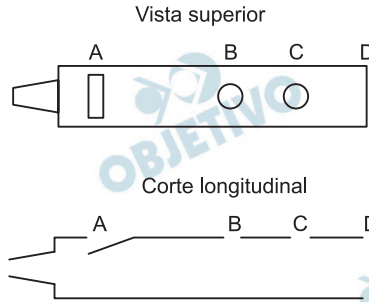
em que  $R$  é o raio de curvatura de face convexa da lente. Para o diâmetro do menor anel, tem-se  $N = 1$ :

$$2 \cdot 10^{-3} = 2 \sqrt{1 \cdot R \cdot 500 \cdot 10^{-9}}$$

Da qual:

$$R = 2,0\text{m}$$

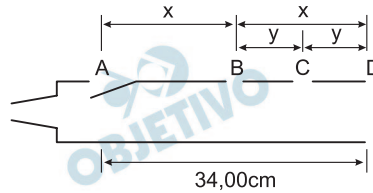
Considere o modelo de flauta simplificado mostrado na figura, aberta na sua extremidade D, dispoendo de uma abertura em A (próxima à boca), um orifício em B e outro em C. Sendo  $\overline{AD} = 34,00 \text{ cm}$ ,  $\overline{AR} = \overline{BD}$ ,  $\overline{BC} = \overline{CD}$  e a velocidade do som de  $340,0\text{m/s}$ , as frequências esperadas nos casos: (i) somente o orifício C está fechado, e (ii) os orifícios B e C estão fechados, devem ser, respectivamente



- a) 2000 Hz e 1000 Hz.
- b) 500 Hz e 1000 Hz .
- c) 1000 Hz e 500 Hz.
- d) 50 Hz e 100 Hz.
- e) 10 Hz e 5 Hz.

**Resolução**

(I) No esquema abaixo, determinemos os comprimentos x e y indicados.

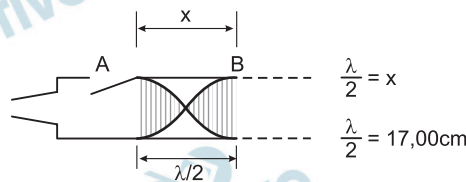


$$2x = 34,00 \text{ cm} \Rightarrow x = 17,00 \text{ cm}$$

$$2y = x \Rightarrow 2y = 17,00 \text{ cm} \Rightarrow y = 8,50 \text{ cm}$$

(II) Somente o orifício C está fechado:

A onda estacionária correspondente ao harmônico fundamental está representada a seguir.

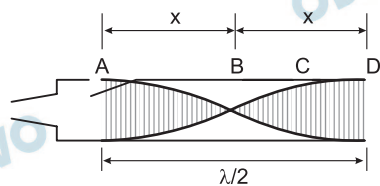


$$\lambda = 34,00\text{cm} = 0,34\text{m}$$

$$V = \lambda f \Rightarrow 340,0 = 0,34f \Rightarrow f = 1000\text{Hz}$$

(III) Os orifícios B e C estão fechados:

A onda estacionária correspondente ao harmônico fundamental está representada a seguir:

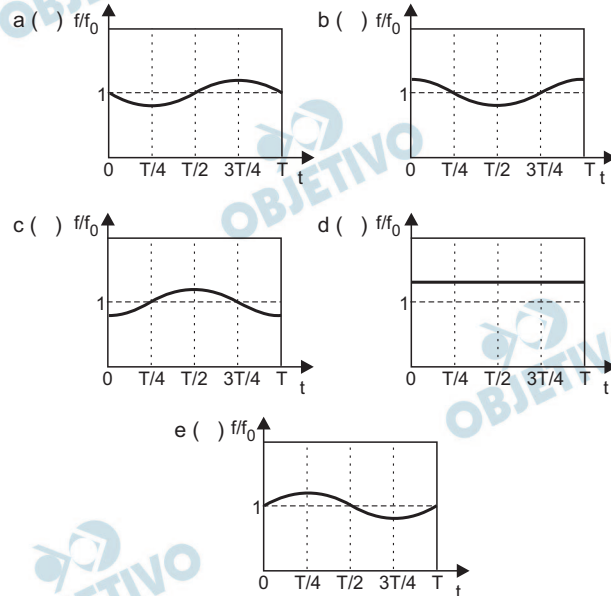


$$\frac{\lambda}{2} = 2x \Rightarrow \frac{\lambda}{2} = 2 \cdot 17,00$$

$$\lambda = 68,00\text{cm} = 0,68\text{m}$$

$$V = \lambda f \Rightarrow 340,0 = 0,68f \Rightarrow f = 500\text{Hz}$$

Uma jovem encontra-se no assento de um carrossel circular que gira a uma velocidade angular constante com período  $T$ . Uma sirene posicionada fora do carrossel emite um som de frequência  $f_0$  em direção ao centro de rotação. No instante  $t = 0$ , a jovem está à menor distância em relação à sirene. Nesta situação, assinale a melhor representação da frequência  $f$  ouvida pela jovem.



**Resolução**

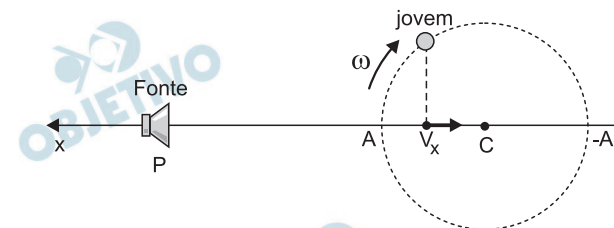
Para o Efeito Doppler percebido pela jovem, temos:

$$\frac{f}{V_{\text{som}} \pm V_x} = \frac{f_0}{V_{\text{som}} \pm V_0}$$

Como a fonte está em repouso, sua velocidade  $V_0$  é nula.

$$\frac{f}{V_{\text{som}} \pm V_x} = \frac{f_0}{V_{\text{som}}} \Rightarrow \frac{f}{f_0} = 1 \pm \frac{V_x}{V_{\text{som}}} \text{ (equação 1)}$$

em que  $V_x$  é a componente da velocidade da jovem na direção definida pelo centro  $C$  de rotação do carrossel e a posição  $P$  da fonte. Estando a jovem em movimento circular e uniforme com período  $T$  e raio  $A$ ,  $V_x$  é dada por:



$$V_x = -\omega A \text{ sen } (\omega t + \varphi_0)$$

Como para  $t_0 = 0$  a jovem está em  $x = A$ , posição mais próxima da fonte,  $\varphi_0 = 0$ . Como  $\omega = \frac{2\pi}{T}$ , temos

$$V_x = - \frac{2\pi A}{T} \text{ sen } \left( \frac{2\pi t}{T} \right) \text{ (equação 2).}$$

Substituindo a equação (2) na equação (1), temos:

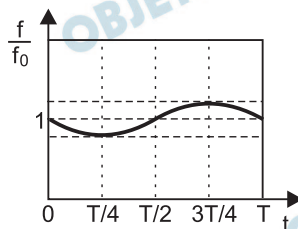
$$\frac{f}{f_0} = 1 - \frac{2\pi A}{T V_{\text{som}}} \operatorname{sen} \left( \frac{2\pi t}{T} \right)$$

Conclui-se então que  $\frac{f}{f_0}$  é uma função senoidal de

$t$ , com período  $T$ , amplitude  $\frac{2\pi A}{T V_{\text{som}}}$ , defasada de  $\pi$  rad

e deslocada de 1 unidade acima do eixo das abscissas.

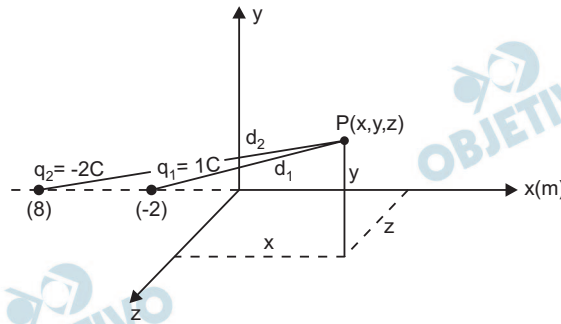
Supondo  $\frac{2\pi A}{T V_{\text{som}}} < 1$ , o gráfico é representado por:



Considere as cargas elétricas  $q_1 = 1 \text{ C}$ , situada em  $x = -2 \text{ m}$ , e  $q_2 = -2 \text{ C}$ , situada em  $x = -8 \text{ m}$ . Então, o lugar geométrico dos pontos de potencial nulo é

- uma esfera que corta o eixo  $x$  nos pontos  $x = -4 \text{ m}$  e  $x = 4 \text{ m}$ .
- uma esfera que corta o eixo  $x$  nos pontos  $x = -16 \text{ m}$  e  $x = 16 \text{ m}$ .
- um elipsoide que corta o eixo  $x$  nos pontos  $x = -4 \text{ m}$  e  $x = 16 \text{ m}$ .
- um hiperboloide que corta o eixo  $x$  no ponto  $x = -4 \text{ m}$ .
- um plano perpendicular ao eixo  $x$  que o corta no ponto  $x = -4 \text{ m}$ .

### Resolução



$$V_P = K \cdot \frac{q_1}{d_1} + K \cdot \frac{q_2}{d_2} = 0$$

$$K \cdot \frac{q_1}{d_1} = -K \cdot \frac{q_2}{d_2}$$

$$\frac{q_1}{d_1} = -\frac{q_2}{d_2}$$

$$\frac{1}{d_1} = -\frac{-2}{d_2}$$

$$d_2 = 2d_1 \quad (1)$$

$$\text{Mas } d_1^2 = (x + 2)^2 + y^2 + z^2 \text{ e } d_2^2 = (x + 8)^2 + y^2 + z^2$$

De (1), vem:

$$d_2^2 = 4d_1^2$$

$$(x + 8)^2 + y^2 + z^2 = 4[(x + 2)^2 + y^2 + z^2]$$

$$x^2 + 16x + 64 + y^2 + z^2 = 4x^2 + 16x + 16 + 4y^2 + 4z^2$$

$$3x^2 + 3y^2 + 3z^2 = 48$$

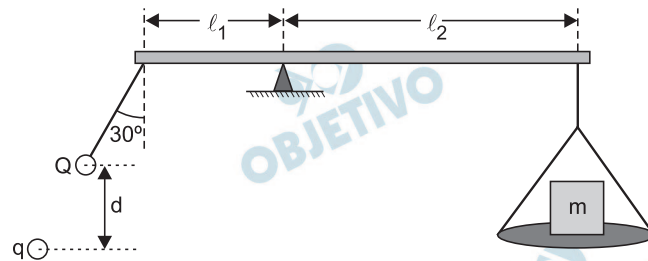
$$\boxed{x^2 + y^2 + z^2 = 16}$$

Portanto, o lugar geométrico dos pontos  $P$  cujo potencial é nulo é uma superfície esférica. Ela corta o eixo dos  $x$  nos pontos tais que  $y = 0$  e  $z = 0$ , isto é:

$$x^2 = 16 \Rightarrow x = +4 \text{ m e } x = -4 \text{ m}$$

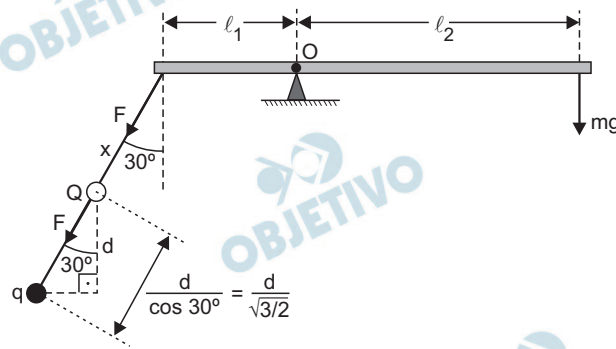
Observação: rigorosamente, o item (a) não estaria correto, pois não se trata de uma esfera e sim de uma superfície esférica.

Considere uma balança de braços desiguais, de comprimentos  $\ell_1$  e  $\ell_2$ , conforme mostra a figura. No lado esquerdo encontra-se pendurada uma carga de magnitude  $Q$  e massa desprezível, situada a uma certa distância de outra carga,  $q$ . No lado direito encontra-se uma massa  $m$  sobre um prato de massa desprezível. Considerando as cargas como puntuais e desprezível a massa do prato da direita, o valor de  $q$  para equilibrar a massa  $m$  é dado por



- a)  $-mg\ell_2d^2 / (k_0Q\ell_1)$ .      b)  $-8mg\ell_2d^2 / (k_0Q\ell_1)$ .  
 c)  $-4mg\ell_2d^2 / (3k_0Q\ell_1)$ .      d)  $-2mg\ell_2d^2 / \sqrt{3}k_0Q\ell_1$ .  
 e)  $-8mg\ell_2d^2 / (3\sqrt{3}k_0Q\ell_1)$ .

**Resolução**



Impondo soma nula dos momentos em relação ao ponto O, vem:

$$\Sigma M_O = 0$$

$$F \cdot \cos 30^\circ \cdot \ell_1 - mg \cdot \ell_2 = 0$$

Levando em conta a Lei de Coulomb, temos:

$$k_0 \cdot \frac{|Q| \cdot |q|}{\left(\frac{d}{\cos 30^\circ}\right)^2} \cdot \cos 30^\circ \cdot \ell_1 = mg \ell_2$$

$$k_0 \cdot \frac{|Q| \cdot |q|}{d^2} \cdot \cos^3 30^\circ \cdot \ell_1 = mg \ell_2$$

$$k_0 \cdot \frac{|Q| \cdot |q|}{d^2} \cdot \frac{3\sqrt{3}}{8} \ell_1 = mg \ell_2$$

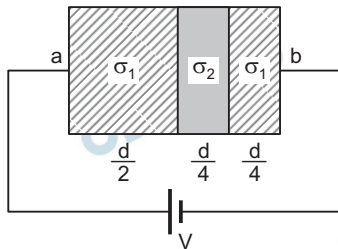
$$|q| = \frac{8 \text{ mg } \ell_2 d^2}{k_0 \cdot |Q| \cdot 3\sqrt{3} \cdot \ell_1}$$

A força elétrica entre  $q$  e  $Q$  é de atração. Logo,  $q$  e  $Q$  têm sinais opostos. Assim, vem:

$$q = - \frac{8 \text{ mg } \ell_2 d^2}{3\sqrt{3} k_0 Q \ell_1}$$



A figura mostra três camadas de dois materiais com condutividade  $\sigma_1$  e  $\sigma_2$ , respectivamente. Da esquerda para a direita, temos uma camada do material com condutividade  $\sigma_1$ , de largura  $d/2$ , seguida de uma camada do material de condutividade  $\sigma_2$ , de largura  $d/4$ , seguida de outra camada do primeiro material de condutividade  $\sigma_1$ , de largura  $d/4$ . A área transversal é a mesma para todas as camadas e igual a  $A$ . Sendo a diferença de potencial entre os pontos  $a$  e  $b$  igual a  $V$ , a corrente do circuito é dada por

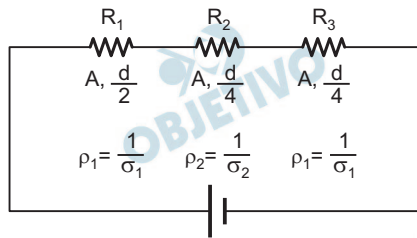


- a)  $4V A/d(3\sigma_1 + \sigma_2)$ .      b)  $4V A/d(3\sigma_2 + \sigma_1)$ .  
 c)  $4V A\sigma_1\sigma_2/d(3\sigma_1 + \sigma_2)$ .      d)  $4V A\sigma_1\sigma_2/d(3\sigma_2 + \sigma_1)$ .  
 e)  $AV(6\sigma_1 + 4\sigma_2)/d$ .

**Resolução**

O esquema dado corresponde a uma associação em série de resistores.

Sendo a condutividade o inverso da resistividade, temos:



$$R_1 = \rho_1 \cdot \frac{d}{A} = \frac{1}{\sigma_1} \cdot \frac{d}{2A}$$

$$R_2 = \rho_2 \cdot \frac{d}{A} = \frac{1}{\sigma_2} \cdot \frac{d}{4A}$$

$$R_3 = \rho_1 \cdot \frac{d}{A} = \frac{1}{\sigma_1} \cdot \frac{d}{4A}$$

De  $U = R_s \cdot i$ , vem:

$$V = (R_1 + R_2 + R_3) \cdot i$$

$$V = \left( \frac{1}{\sigma_1} \cdot \frac{d}{2A} + \frac{1}{\sigma_2} \cdot \frac{d}{4A} + \frac{1}{\sigma_1} \cdot \frac{d}{4A} \right) \cdot i$$

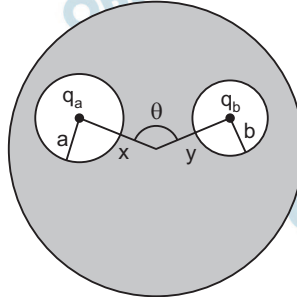
$$V = \frac{d}{2A} \left( \frac{1}{\sigma_1} + \frac{1}{2\sigma_2} + \frac{1}{2\sigma_1} \right) \cdot i$$

$$V = \frac{d}{2A} \left( \frac{3}{2\sigma_1} + \frac{1}{2\sigma_2} \right) \cdot i$$

$$V = \frac{d}{4A} \left( \frac{3\sigma_2 + \sigma_1}{\sigma_1 \cdot \sigma_2} \right) \cdot i$$

$$i = \frac{4A\sigma_1\sigma_2 \cdot V}{d(3\sigma_2 + \sigma_1)}$$

17  B



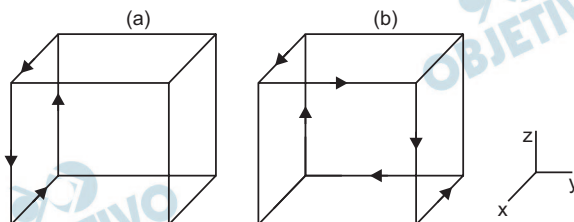
Uma esfera condutora de raio  $R$  possui no seu interior duas cavidades esféricas, de raio  $a$  e  $b$ , respectivamente, conforme mostra a figura. No centro de uma cavidade há uma carga puntual  $q_a$  e no centro da outra, uma carga também puntual  $q_b$ , cada qual distando do centro da esfera condutora de  $x$  e  $y$ , respectivamente. É correto afirmar que

- a força entre as cargas  $q_a$  e  $q_b$  é  $k_0 q_a q_b / (x^2 + y^2 - 2xy \cos \theta)$ .
- a força entre as cargas  $q_a$  e  $q_b$  é nula.
- não é possível determinar a força entre as cargas, pois não há dados suficientes.
- se nas proximidades do condutor houvesse uma terceira carga,  $q_c$ , esta não sentiria força alguma.
- se nas proximidades do condutor houvesse uma terceira carga,  $q_c$ , a força entre  $q_a$  e  $q_b$  seria alterada.

#### Resolução

As cavidades constituem blindagens eletrostáticas para as cargas  $q_a$  e  $q_b$  em seu interior.

Logo, entre as cargas  $q_a$  e  $q_b$  a força elétrica é nula.

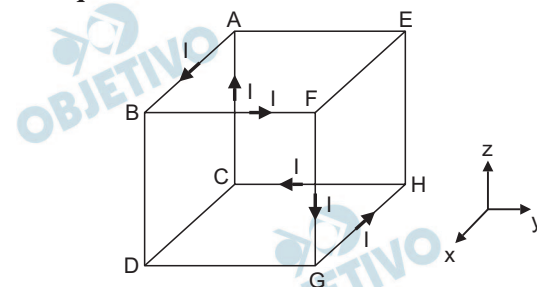


Uma corrente  $I$  flui em quatro das arestas do cubo da figura (a) e produz no seu centro um campo magnético de magnitude  $B$  na direção  $y$ , cuja representação no sistema de coordenadas é  $(0, B, 0)$ . Considerando um outro cubo (figura (b)) pelo qual uma corrente de mesma magnitude  $I$  flui através do caminho indicado, podemos afirmar que o campo magnético no centro desse cubo será dado por

- a)  $(-B, -B, -B)$ .      b)  $(-B, B, B)$ .  
 c)  $(B, B, B)$ .      d)  $(0, 0, B)$ .  
 e)  $(0, 0, 0)$ .

### Resolução

A espira quadrada da face do cubo da figura (a) gera um campo magnético de intensidade  $B$ , sendo que em seus quatro lados temos a corrente de intensidade  $I$ .



A face  $ABCD$  (espira quadrada) está sendo percorrida em apenas dois lados por corrente de intensidade  $I$ , gerando no centro do cubo um campo magnético de intensidade  $\frac{B}{2}$ , no sentido de  $y$  (regra da mão direita).

Do mesmo modo, a face  $EFGH$  gera no centro do cubo um campo de intensidade  $\frac{B}{2}$  na direção e no sentido  $y$  (regra da mão direita).

Logo, o campo, na direção  $y$  tem módulo dado por:

$$B_y = + \frac{B}{2} + \frac{B}{2} \Rightarrow \boxed{B_y = B}$$

Analogamente:

$$\text{espira (BDGF): } B_{x_1} = - \frac{B}{2}$$

$$\text{espira (ACHE): } B_{x_2} = - \frac{B}{2}$$

Campo resultante na direção  $x$ :

$$B_x = - \frac{B}{2} - \frac{B}{2} \Rightarrow \boxed{B_x = -B}$$

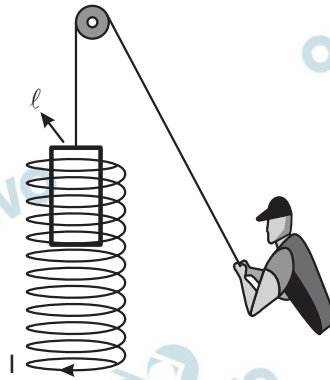
Também temos:

$$\text{espira (ABFE): } B_{z_1} = + \frac{B}{2}$$

$$\text{espira (CDGH): } B_{z_2} = + \frac{B}{2}$$

$$B_z = + \frac{B}{2} + \frac{B}{2} \Rightarrow \boxed{B_z = + B}$$

$$\boxed{B_{\text{centro}} = (-B; B; B)}$$



Considere um aparato experimental composto de um solenoide com  $n$  voltas por unidade de comprimento, pelo qual passa uma corrente  $I$ , e uma espira retangular de largura  $\ell$ , resistência  $R$  e massa  $m$  presa por um de seus lados a uma corda inextensível, não condutora, a qual passa por uma polia de massa desprezível e sem atrito, conforme a figura. Se alguém puxar a corda com velocidade constante  $v$ , podemos afirmar que a força exercida por esta pessoa é igual a

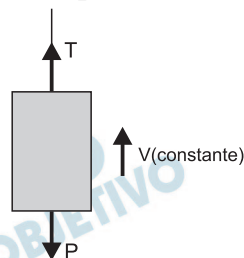
- $(\mu_0 n I \ell)^2 v / R + mg$  com a espira dentro do solenoide.
- $(\mu_0 n I \ell)^2 v / R + mg$  com a espira saindo do solenoide.
- $(\mu_0 n I \ell)^2 v / R + mg$  com a espira entrando no solenoide.
- $\mu_0 n I^2 \ell + mg$  com a espira dentro do solenoide.
- $mg$  e independe da posição da espira com relação ao solenoide.

### Resolução

O campo magnético no interior do solenoide tem a direção de seu eixo, ou seja, suas linhas de campo são paralelas ao eixo do solenoide.

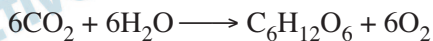
O movimento da espira retangular também tem a direção do eixo do solenoide e, portanto, não há variação do fluxo magnético. Não ocorre indução magnética e não surgem forças magnéticas na espira.

Temos apenas:



$$T = P = mg$$

No processo de fotossíntese, as moléculas de clorofila do tipo a nas plantas verdes apresentam um pico de absorção da radiação eletromagnética no comprimento de onda  $\lambda = 6,80 \times 10^{-7}$  m. Considere que a formação de glicose ( $C_6H_{12}O_6$ ) por este processo de fotossíntese é descrita, de forma simplificada, pela reação:



Sabendo-se que a energia total necessária para que uma molécula de  $CO_2$  reaja é de  $2,34 \times 10^{-18}$  J, o número de fótons que deve ser absorvido para formar 1 mol de glicose é

- a) 8.    b) 24.    c) 48.    d) 120.    e) 240.

### Resolução

Como a reação para a formação de uma molécula de glicose envolve seis moléculas de  $CO_2$ , a energia E necessária é de:

$$E = 6 \cdot 2,34 \cdot 10^{-18} \text{ (J)}$$

$$E = 1,404 \cdot 10^{-17} \text{ J}$$

A frequência f da radiação eletromagnética de máxima absorção é dada por:

$$c = \lambda f$$

$$3,0 \cdot 10^8 = 6,80 \cdot 10^{-7} \cdot f$$

$$f \cong 4,41 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

Da Equação de Planck, temos

$E = Nhf$ , em que N é o número de fótons absorvidos

$$1,404 \cdot 10^{-17} \cong N \cdot 6,62 \cdot 10^{-34} \cdot 4,41 \cdot 10^{14}$$

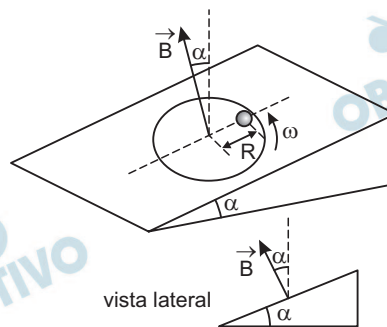
$N \cong 48$
--------------

Observação: Na verdade, para a obtenção de 1 mol de glicose, ou seja,  $6,023 \cdot 10^{23}$  moléculas de glicose, são necessários aproximadamente  $2,89 \cdot 10^{25}$  fótons.

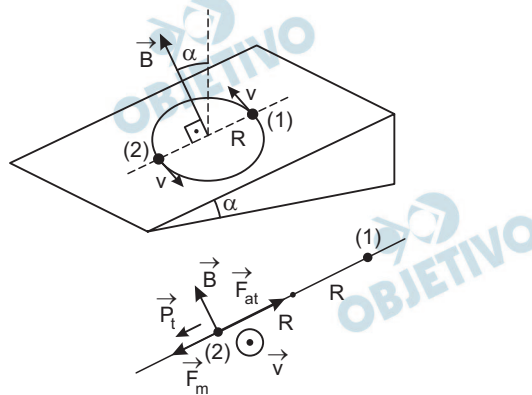
As questões dissertativas, numeradas de 21 a 30, devem ser resolvidas no caderno de soluções

## 21

Um disco, com o eixo de rotação inclinado de um ângulo  $\alpha$  em relação à vertical, gira com velocidade angular  $\omega$  constante. O disco encontra-se imerso numa região do espaço onde existe um campo magnético  $\vec{B}$  uniforme e constante, orientado paralelamente ao eixo de rotação do disco. Uma partícula de massa  $m$  e carga  $q > 0$  encontra-se no plano do disco, em repouso em relação a este, e situada a uma distância  $R$  do centro, conforme a figura. Sendo  $\mu$  o coeficiente de atrito da partícula com o disco e  $g$  a aceleração da gravidade, determine até que valor de  $\omega$  o disco pode girar de modo que a partícula permaneça em repouso.



### Resolução



Ao passar pela posição (2), a partícula fica sob ação de uma força de atrito de módulo máximo, que corresponde ao valor máximo da velocidade angular  $\omega$ .

O sentido da força magnética é dado pela regra da mão esquerda, conforme a figura.

$\vec{P}_t$  é a componente tangencial do peso da partícula.

$$\text{Temos: } F_{at} = \mu \cdot P_N = \mu mg \cos \alpha$$

$$P_t = mg \cdot \sin \alpha$$

$$F_m = q \cdot v \cdot B = q \cdot \omega \cdot R \cdot B$$

Sendo a resultante centrípeta, vem:

$$F_{at} - F_m - P_t = m\omega^2 R$$

$$\mu mg \cos \alpha - q \omega RB - mg \sin \alpha = m\omega^2 R$$

$$m\omega^2 R + qRB\omega - \mu mg \cos \alpha + mg \sin \alpha = 0$$

$$\omega^2 \cdot mR + \omega \cdot qRB - mg(\mu \cos \alpha - \text{sen } \alpha) = 0$$

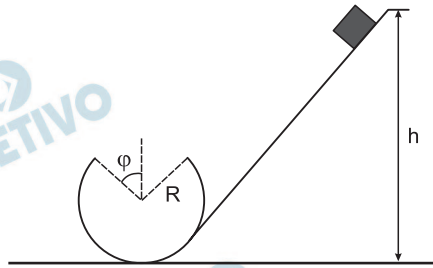
$$\omega = \frac{-qRB \pm \sqrt{q^2R^2B^2 + 4m^2Rg(\mu \cos \alpha - \text{sen } \alpha)}}{2mR}$$

Sendo  $\omega > 0$ , vem:

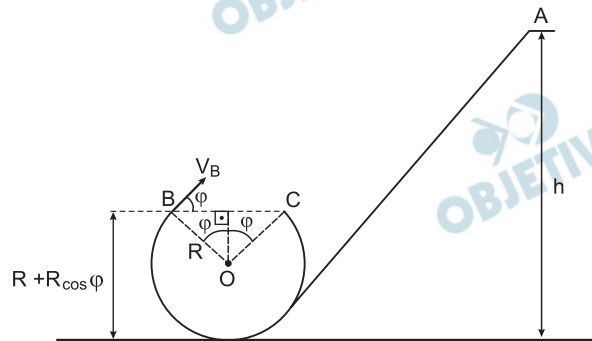
$$\omega = \frac{-qRB + \sqrt{q^2R^2B^2 + 4m^2Rg(\mu \cos \alpha - \text{sen } \alpha)}}{2mR}$$

## 22

Um pequeno bloco desliza sobre uma rampa e logo em seguida por um “loop” circular de raio  $R$ , onde há um rasgo de comprimento de arco  $2R\varphi$ , como ilustrado na figura. Sendo  $g$  a aceleração da gravidade e desconsiderando qualquer atrito, obtenha a expressão para a altura inicial em que o bloco deve ser solto de forma a vencer o rasgo e continuar em contato com o restante da pista.



### Resolução



No trajeto de B para C, o bloco deverá descrever um arco de parábola cujo alcance  $D$  é dado por:

$$D = \frac{V_B^2}{g} \text{sen } 2\varphi \quad (1)$$

Da figura, temos:

$$D = 2R \text{sen } \varphi \quad (2)$$

$$(1) = (2) \Rightarrow \frac{V_B^2}{g} \text{sen } 2\varphi = 2R \text{sen } \varphi$$

$$\frac{V_B^2}{g} \cdot 2 \text{sen } \varphi \cos \varphi = 2R \text{sen } \varphi$$

$$V_B^2 = \frac{gR}{\cos \varphi}$$



Usando-se a conservação da energia mecânica entre A e B, resulta:

$$E_B = E_A$$

(ref. em B)

$$\frac{mV_B^2}{2} = mg [h - R (1 + \cos \varphi)]$$

$$\frac{gR}{2\cos \varphi} = g [h - R (1 + \cos \varphi)]$$

$$\frac{R}{2\cos \varphi} = h - R (1 + \cos \varphi)$$

$$h = \frac{R}{2\cos \varphi} + R (1 + \cos \varphi)$$

$$h = R \left( \frac{1}{2\cos \varphi} + 1 + \cos \varphi \right)$$

$$h = R \left[ \frac{1 + 2\cos \varphi (1 + \cos \varphi)}{2\cos \varphi} \right]$$

Uma massa  $m_1$  com velocidade inicial  $V_0$  colide com um sistema massa-mola  $m_2$  e constante elástica  $k$ , inicialmente em repouso sobre uma superfície sem atrito, conforme ilustra a figura. Determine o máximo comprimento de compressão da mola, considerando desprezível a sua massa.



### Resolução

1) A compressão da mola será máxima quando os corpos tiverem velocidades iguais (fim da fase de deformação).

2) Conservação da quantidade de movimento:

$$Q_1 = Q_0$$

$$(m_1 + m_2) V_1 = m_1 V_0$$

$$V_1 = \frac{m_1 V_0}{m_1 + m_2}$$

3) Conservação da energia mecânica:

$$E_{\text{final}} = E_{\text{inicial}}$$

$$\frac{kx^2}{2} + \frac{(m_1 + m_2)}{2} V_1^2 = \frac{m_1 V_0^2}{2}$$

$$\frac{kx^2}{2} + \left( \frac{m_1 + m_2}{2} \right) \left( \frac{m_1^2 \cdot V_0^2}{(m_1 + m_2)^2} \right) = \frac{m_1 V_0^2}{2}$$

$$kx^2 + \frac{m_1^2 V_0^2}{m_1 + m_2} = m_1 V_0^2$$

$$kx^2 = m_1 V_0^2 - \frac{m_1^2 V_0^2}{m_1 + m_2}$$

$$kx^2 = m_1 V_0^2 \left( 1 - \frac{m_1}{m_1 + m_2} \right)$$

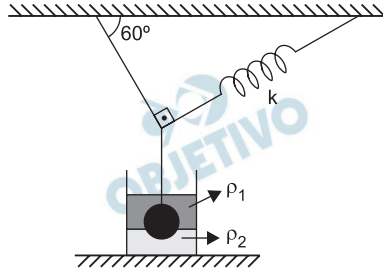
$$kx^2 = m_1 V_0^2 \frac{m_1 + m_2 - m_1}{m_1 + m_2}$$

$$kx^2 = \frac{m_1 m_2 V_0^2}{m_1 + m_2}$$

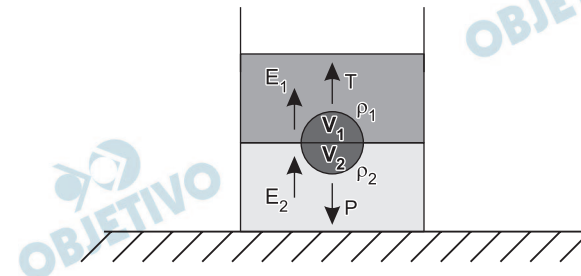
$$x^2 = \frac{m_1 m_2 V_0^2}{(m_1 + m_2)k}$$

$$x = V_0 \sqrt{\frac{m_1 m_2}{k(m_1 + m_2)}}$$

Uma esfera maciça de massa específica  $\rho$  e volume  $V$  está imersa entre dois líquidos, cujas massas específicas são  $\rho_1$  e  $\rho_2$ , respectivamente, estando suspensa por uma corda e uma mola de constante elástica  $k$ , conforme mostra a figura. No equilíbrio, 70% do volume da esfera está no líquido 1 e 30% no líquido 2. Sendo  $g$  a aceleração da gravidade, determine a força de tração na corda.



**Resolução**



O peso  $P$  da esfera é dado por:

$$P = \rho V g$$

As intensidades dos empuxos serão dadas por:

$$E_1 = \rho_1 0,7 Vg$$

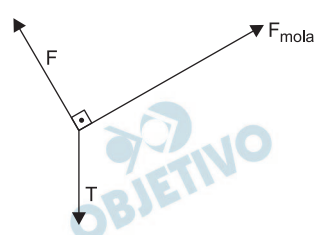
$$E_2 = \rho_2 0,3 Vg$$

Para o equilíbrio da esfera temos:

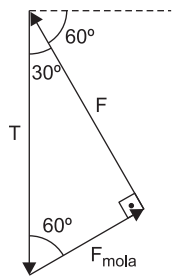
$$T + E_1 + E_2 = P$$

$$T + \rho_1 0,7 Vg + \rho_2 0,3 Vg = \rho Vg$$

$$T = Vg (\rho - 0,7 \rho_1 - 0,3 \rho_2)$$



Para o equilíbrio do sistema:



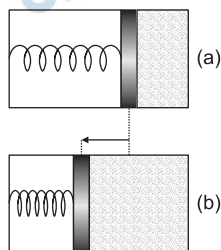
No triângulo, temos:

$$\cos 30^\circ = \frac{F}{T}$$

$$F = T \cos 30^\circ = T \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$F = Vg (\rho - 0,7 \rho_1 - 0,3 \rho_2) \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Uma parte de um cilindro está preenchida com um mol de um gás ideal monoatômico a uma pressão  $P_0$  e temperatura  $T_0$ . Um êmbolo de massa desprezível separa o gás da outra seção do cilindro, na qual há vácuo e uma mola em seu comprimento natural presa ao êmbolo e à parede oposta do cilindro, como mostra a figura (a). O sistema está termicamente isolado e o êmbolo, inicialmente fixo, é então solto, deslocando-se vagarosamente até passar pela posição de equilíbrio, em que a sua aceleração é nula e o volume ocupado pelo gás é o dobro do original, conforme mostra a figura (b). Desprezando os atritos, determine a temperatura do gás na posição de equilíbrio em função da sua temperatura inicial.



### Resolução

- 1) Se o gás é ideal, podemos aplicar a Equação de Clapeyron para as situações inicial e final:

$$pV = n R T$$

Assim:

$$p_0 V_0 = 1 \cdot R T_0 \Rightarrow p_0 V_0 = R T_0 \text{ (I)}$$

$$pV = 1 R T \Rightarrow p 2V_0 = R T \text{ (II)}$$

Observe que  $V = 2V_0$  (o volume dobra).

- 2) Do texto, podemos concluir que a operação é adiabática (sem trocas de calor) e a energia perdida pelo gás monoatômico na realização de trabalho foi armazenada na mola como energia potencial elástica.

Assim:

$$U_0 - U = E_{pe}$$

$$\frac{3}{2} RT_0 - \frac{3}{2} RT = \frac{kx^2}{2}$$

$$T_0 - T = \frac{kx^2}{3R}$$

Mas:

$$V_0 = A \cdot x \Rightarrow x = \frac{V_0}{A}$$

Portanto:

$$T_0 - T = \frac{kx \cdot \frac{V_0}{A}}{3R}$$

Como:  $kx = F$  (força realizada pelo gás na situação de equilíbrio),

vem:

$$T_0 - T = \frac{\frac{kx}{A} \cdot V_0}{3R}$$

$$T_0 - T = \frac{p \cdot V_0}{3R} = \frac{p \cdot 2V_0}{3R \cdot 2}$$

Usando-se a expressão II, temos:

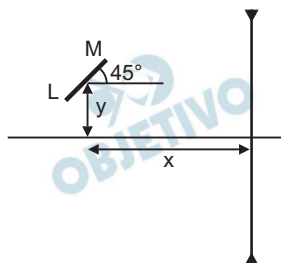
$$T_0 - T = \frac{RT}{6R}$$

$$T_0 = \frac{T}{6} + T \Rightarrow T_0 = \frac{7T}{6}$$

$$T = \frac{6}{7} T_0$$

Resposta:  $\frac{6}{7} T_0$

A figura mostra uma barra LM de  $10\sqrt{2}$  cm de comprimento, formando um ângulo de  $45^\circ$  com a horizontal, tendo o seu centro situado a  $x = 30,0$  cm de uma lente divergente, com distância focal igual a  $20,0$  cm, e a  $y = 10,0$  cm acima do eixo óptico da mesma. Determine o comprimento da  $x$  imagem da barra e faça um desenho esquemático para mostrar a orientação da imagem.



**Resolução**

(I) A barra LM pode ser considerada a hipotenusa de um triângulo retângulo isósceles de catetos de comprimento a.

**Teorema de Pitágoras:**

$$(LM)^2 = a^2 + a^2$$

$$(10\sqrt{2})^2 = 2a^2$$

Da qual:  $a = 10\text{cm}$

(II) Considerando-se que a lente divergente apresentada opera de acordo com as condições de estigmatismo de Gauss, determinemos, inicialmente, as coordenadas das extremidades da imagem L'M' do bastão LM.

**Extremidade L:**

**Abscissa:**

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{30 + 5} + \frac{1}{p'_L} = -\frac{1}{20}$$

Da qual:  $p'_L = -\frac{140}{11}$  cm  $\Rightarrow$   $x_{L'} = \frac{140}{11}$  cm

**Ordenada:**

$$\frac{i}{o} = -\frac{p'}{p} \Rightarrow \frac{y_{L'}}{10 - 5} = -\frac{\left(-\frac{140}{11}\right)}{30 + 5}$$

Da qual:  $y_{L'} = \frac{20}{11}$  cm

**Extremidade M:**

**Abscissa:**

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{30 - 5} + \frac{1}{p'_M} = -\frac{1}{20}$$

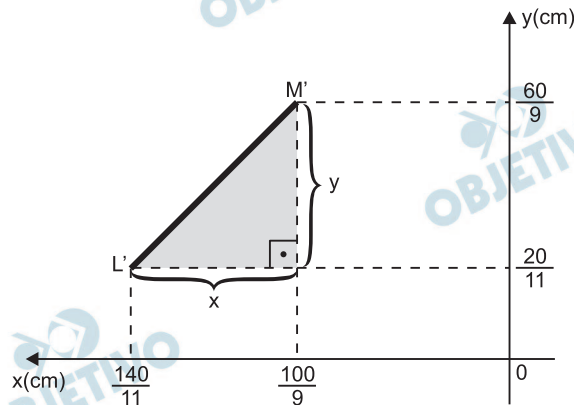
$$\text{Da qual: } p'_M = -\frac{100}{9} \text{ cm} \Rightarrow x_{M'} = \frac{100}{9} \text{ cm}$$

Ordenada:

$$\frac{i}{o} = -\frac{p'}{p} \Rightarrow \frac{y_{M'}}{10+5} = -\frac{\left(-\frac{100}{9}\right)}{30-5}$$

$$\text{Da qual: } y_{M'} = \frac{60}{9} \text{ cm}$$

(III) A imagem L'M' está posicionada no esquema abaixo em relação a um referencial cartesiano Oxy.



O comprimento da imagem L'M' é obtido pelo Teorema de Pitágoras aplicado ao triângulo retângulo hachurado no gráfico.

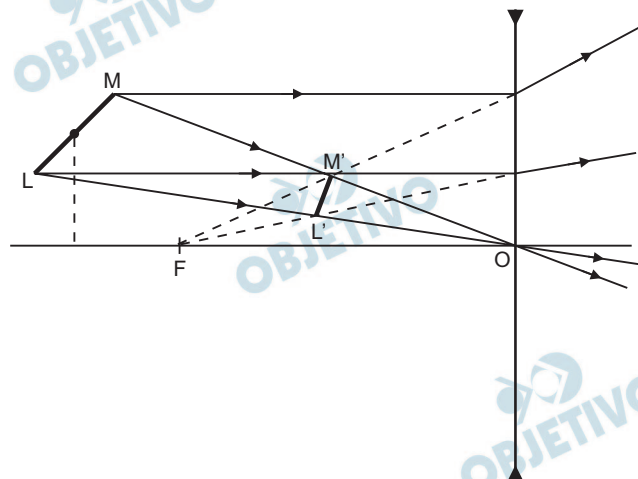
$$x = \frac{140}{11} - \frac{100}{9} \Rightarrow x = \frac{160}{99} \text{ cm}$$

$$y = \frac{60}{9} - \frac{20}{11} \Rightarrow y = \frac{480}{99} \text{ cm}$$

$$(L'M')^2 = x^2 + y^2 \Rightarrow (L'M')^2 = \left(\frac{160}{99}\right)^2 + \left(\frac{480}{99}\right)^2$$

$$\text{Da qual: } L'M' = \frac{160}{99} \sqrt{10} \text{ cm} \approx 5,1 \text{ cm}$$

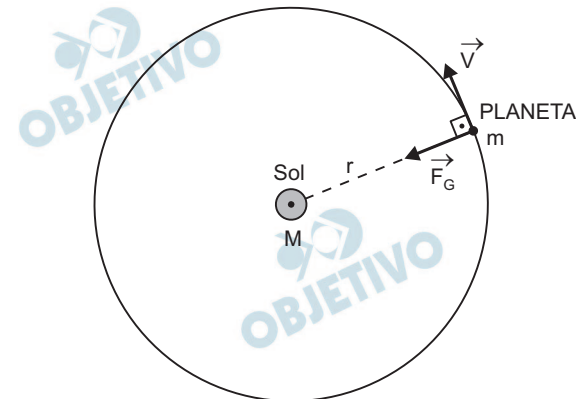
(IV) O esquema a seguir apresenta os raios luminosos que produzem a imagem virtual L'M' do objetivo real LM.





Derive a 3ª Lei de Kepler do movimento planetário a partir da Lei da Gravitação Universal de Newton considerando órbitas circulares.

### Resolução



Se a órbita é suposta circular, o movimento orbital é uniforme.

A força gravitacional que o Sol aplica no planeta faz o papel de resultante centrípeta.

$$F_G = F_{cp}$$

$$\frac{GMm}{r^2} = m\omega^2 r$$

$$\omega^2 = \frac{GM}{r^3}$$

$$\text{Porém, } \omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \frac{4\pi^2}{T^2} = \frac{GM}{r^3}$$

$$\boxed{\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM}}$$

T = período de translação

r = raio de órbita

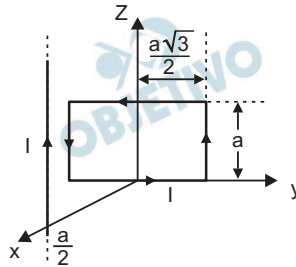
G = constante de gravitação universal

M = massa do Sol

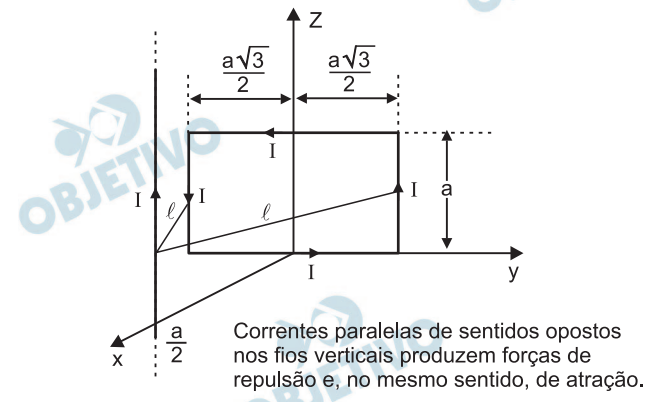
3ª Lei de Kepler:

O quadrado do período de translação do planeta é proporcional ao cubo do raio médio da órbita.

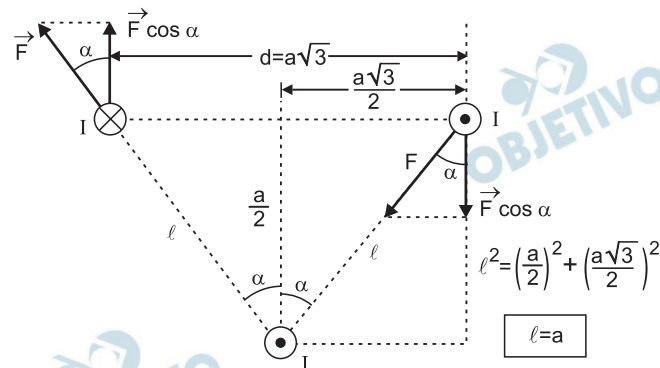
Considere uma espira retangular de lados  $\sqrt{3}a$  e  $a$ , respectivamente, em que circula uma corrente  $I$ , de acordo com a figura. A espira pode girar livremente em torno do eixo  $z$ . Nas proximidades da espira há um fio infinito, paralelo ao eixo  $z$ , que corta o plano  $xy$  no ponto  $x = a/2$  e  $y = 0$ . Se pelo fio passa uma corrente de mesma magnitude  $I$ , calcule o momento resultante da força magnética sobre a espira em relação ao eixo  $z$ , quando esta encontra-se no plano  $yz$ .



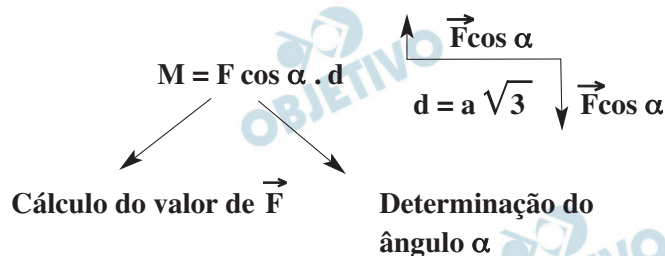
**Resolução**  
 Considere as figuras:

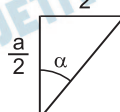


VISTA SUPERIOR



O momento  $M$  resultante das forças magnéticas de módulo  $F$  sobre a espira em relação ao eixo  $z$  quando esta se encontra no plano  $yz$  é dado por:



$$F = \frac{\mu \cdot I \cdot I \cdot a}{2 \pi \cdot \ell} \quad \text{tg } \alpha = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{2}}{\frac{a}{2}}$$


$$F = \frac{\mu \cdot I^2 \cdot a}{2 \pi a} \quad \text{tg } \alpha = \sqrt{3}$$

$$F = \frac{\mu \cdot I^2}{2 \pi}$$

$$\alpha = 60^\circ$$

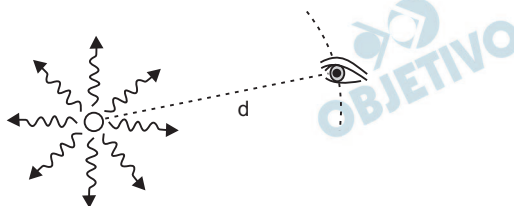
$$M = \frac{\mu \cdot I^2}{2 \pi} \cdot \cos 60^\circ \cdot a \sqrt{3}$$

$$M = \frac{\mu \cdot I^2}{2 \pi} \cdot \frac{1}{2} \cdot a \sqrt{3}$$

$$\mu = \frac{\sqrt{3} \mu \cdot I^2 a}{4 \pi}$$

O olho humano é uma câmara com um pequeno diafragma de entrada (pupila), uma lente (cristalino) e uma superfície fotossensível (retina). Chegando à retina, os fótons produzem impulsos elétricos que são conduzidos pelo nervo ótico até o cérebro, onde são decodificados.

Quando devidamente acostumada à obscuridade, a pupila se dilata até um raio de 3 mm e o olho pode ser sensibilizado por apenas 400 fótons por segundo. Numa noite muito escura, duas fontes monocromáticas, ambas com potência de  $6 \times 10^{-5}$  W, emitem, respectivamente, luz azul ( $\lambda = 475$  nm) e vermelha ( $\lambda = 650$  nm) isotropicamente, isto é, em todas as direções. Desprezando a absorção de luz pelo ar e considerando a área da pupila circular, qual das duas fontes pode ser vista a uma maior distância? Justifique com cálculos.



### Resolução

(I) Equação de Planck:  $E = h f$

$$\text{Mas } c = \lambda f \Rightarrow f = \frac{c}{\lambda}$$

$$\text{Logo: } E = \frac{hc}{\lambda} \quad (1)$$

(II) Potência requerida para sensibilizar a retina:

$$P = \frac{400E}{\Delta t} \quad (2)$$

$$(1) \text{ em } (2): P = \frac{400hc}{\lambda \Delta t} \quad (3)$$

(III) Intensidade de onda requerida para sensibilizar a retina:

$$I = \frac{P}{A} \Rightarrow I = \frac{P}{\pi r^2} \quad (4)$$

$$(3) \text{ em } (4): I = \frac{400hc}{\pi \lambda \Delta t r^2} \quad (5)$$

(IV) Intensidade de onda da fonte:

$$I = \frac{P_F}{4\pi x^2} \quad (6)$$

Comparando-se (5) e (6), vem:

$$\frac{P_F}{4\pi x^2} = \frac{400 h c}{\pi \lambda \Delta t r^2}$$

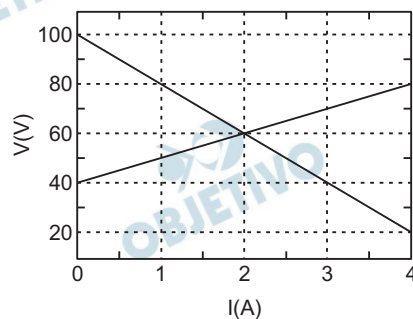
Da qual:

$$x = \frac{r}{40} \sqrt{\frac{P_F \lambda \Delta t}{h c}}$$

Tendo-se em conta os valores constantes  
 $r = 3\text{mm}$ ,  $P_F = 6 \cdot 10^{-5}\text{W}$ ,  $\Delta t = 1\text{s}$ ,  
 $h = 6,62 \cdot 10^{-34}\text{m}^2\text{kg/s}$  e  $c = 3 \cdot 10^8\text{m/s}$ ,  
conclui-se que poderá ser vista a uma maior  
distância  $x$  a luz de maior comprimento de onda  
 $\lambda$ . É o caso da luz *vermelha*, cujo comprimento  
de onda é maior que o da luz azul.

$$\lambda_v = 650\text{nm} > \lambda_A = 475\text{nm}$$

No gráfico a seguir estão representadas as características de um gerador, de força eletromotriz igual a  $\varepsilon$  e resistência interna  $r$ , e um receptor ativo de força contraeletromotriz  $\varepsilon'$  e resistência interna  $r'$ . Sabendo que os dois estão interligados, determine a resistência interna e o rendimento para o gerador e para o receptor.



### Resolução

1 – Leitura do gráfico:

- gerador:  $\varepsilon = 100\text{V}$
- receptor:  $\varepsilon' = 40\text{V}$

2 – Cálculo das resistências internas:

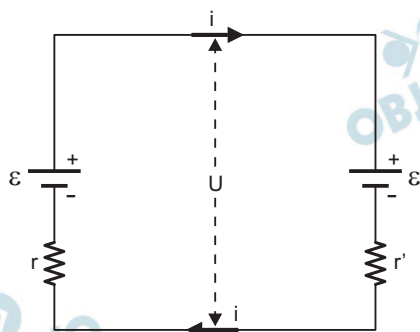
- gerador:

$$r = \frac{100 - 20}{4} \text{ (}\Omega\text{)} \Rightarrow r = 20\Omega$$

- receptor:

$$r' = \frac{60 - 40}{2} \text{ (}\Omega\text{)} \Rightarrow r' = 10\Omega$$

3. O circuito elétrico é mostrado na figura abaixo:



Lei de Pouillet:

$$i = \frac{\varepsilon - \varepsilon'}{r - r'} \Rightarrow i = \frac{100 - 40}{20 + 10} \text{ (A)}$$

$$i = 2\text{A}$$

4. Cálculo da ddp comum ao gerador e ao receptor:

$$U = \varepsilon - r i$$

$$U = 100 - 20 \cdot 2 \text{ (V)}$$

$$U = 60\text{V}$$

5. Cálculo dos rendimentos:

- gerador:

$$\eta_G = \frac{U}{\varepsilon} \Rightarrow \eta_G = \frac{60V}{100V} = 0,60$$

$$\eta_G = 60\%$$

- receptor:

$$\eta_{\text{rec}} = \frac{\varepsilon'}{U} \Rightarrow \eta_{\text{rec}} = \frac{40V}{60V} = \frac{2}{3}$$

$$\eta_{\text{rec}} \cong 67\%$$

Respostas: gerador:  $r = 20\Omega$ ;  $\eta_G = 60\%$

receptor:  $r' = 10\Omega$ ;  $\eta_{\text{rec}} = 67\%$