FÍSICA

Quando precisar use os seguintes valores para as constantes:

1 ton de TNT = $4{,}0 \times 10^9$ J.

Aceleração da gravidade $g = 10$ m/s^2. 1 atm = 10^5 Pa. Massa específica do ferro $\rho = 8000$ kg/m^3.

Raio da Terra R = 6400 km.

Permeabilidade magnética do vácuo $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ N/A^2.

1 B

Ondas acústicas são ondas de compressão, ou seja, propagam-se em meios compressíveis. Quando uma barra metálica é golpeada em sua extremidade, uma onda longitudinal propaga-se por ela com velocidade $v = \sqrt{Ea/\rho}$. A grandeza E é conhecida como módulo de Young, enquanto ρ é a massa específica e *a* uma constante adimensional. Qual das alternativas é condizente à dimensão de E?

a) J/m^2 b) N/m^2 c) J/s.m

d) kg.m/s^2 e) dyn/cm^3

Resolução

$$V = \sqrt{\frac{Ea}{\rho}}$$

$$LT^{-1} = \sqrt{\frac{[E]}{ML^{-3}}}$$

$$L^2\,T^{-2} = \frac{[E]}{ML^{-3}}$$

$$[E] = ML^{-1}T^{-2} = \frac{MLT^{-2}}{L^2} = [p]$$

O Módulo de Young tem a mesma equação dimensional de pressão e sua unidade, no SI, é $\frac{N}{m^2}$.

Considere uma rampa plana, inclinada de um ângulo θ em relação à horizontal, no início da qual encontra-se um carrinho. Ele então recebe uma pancada que o faz subir até uma certa distância, durante o tempo t_s, descendo em seguida até sua posição inicial. A "viagem" completa dura um tempo total t. Sendo μ o coeficiente de atrito cinético entre o carrinho e a rampa, a relação t/t_s é igual a

a) 2

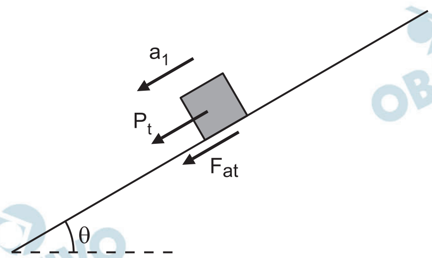
b) $1 + \sqrt{(\tan\theta + \mu)/|\tan\theta - \mu|}$

c) $1 + \sqrt{(\cos\theta + \mu)/|\cos\theta - \mu|}$

d) $1 + \sqrt{(\text{sen}\,\theta + \mu)/|\cos\theta - \mu|}$

e) $1 - \sqrt{(\tan\theta + \mu)/|\tan\theta - \mu|}$

Resolução



Na subida da rampa:

1) **PFD:** $P_t + F_{at} = ma_1$

$mg\,\text{sen}\,\theta + \mu\,mg\cos\theta = ma_1$

$$\boxed{a_1 = g(\text{sen}\,\theta + \mu\cos\theta)}$$

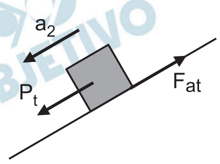
2) $V = V_0 + \gamma t$

$0 = V_0 - a_1 t_s \Rightarrow \boxed{V_0 = a_1 t_s}$

3) $$\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{V_0 + 0}{2} \Rightarrow \frac{d}{t_s} = \frac{a_1 t_s}{2} \Rightarrow t_s^2 = \frac{2d}{a_1}$$

$$t_s = \sqrt{\frac{2d}{a_1}} \Rightarrow \boxed{t_s = \sqrt{\frac{2d}{g(\text{sen}\,\theta + \mu\cos\theta)}}} \quad (1)$$

4) **Na descida da rampa:**



1) **PFD:** $P_t - F_{at} = ma_2$

$mg\,\text{sen}\,\theta - \mu mg\cos\theta = ma_2$

$a_2 = g(\text{sen}\,\theta - \mu\cos\theta)$

2) $\Delta s = v_0 t + \frac{\gamma}{2} t^2$

$$d = \frac{g(\text{sen}\,\theta - \mu\cos\theta)}{2}\, t_d^2$$

$$\boxed{t_d = \sqrt{\frac{2d}{g(\text{sen}\,\theta - \mu\cos\theta)}}} \quad (2)$$

O tempo total *t* é dado por:

$t = t_s + t_d$

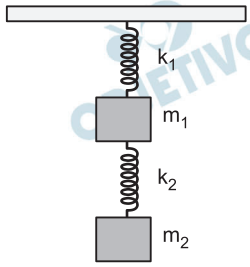
$$\div\, t_s: \frac{t}{t_s} = 1 + \frac{t_d}{t_s} \quad (3)$$

$$\frac{(2)}{(1)}: \frac{t_d}{t_s} = \sqrt{\frac{\text{sen}\,\theta + \mu\cos\theta}{\text{sen}\,\theta - \mu\cos\theta}} = \sqrt{\frac{\text{tg}\,\theta + \mu}{\text{tg}\,\theta - \mu}}$$

Em (3): $\boxed{\dfrac{t}{t_s} = 1 + \sqrt{\dfrac{\text{tg}\,\theta + \mu}{\text{tg}\,\theta - \mu}}}$

3 C

Um elevador sobe verticalmente com aceleração constante e igual a a. No seu teto está preso um conjunto de dois sistemas massa-mola acoplados em série, conforme a figura. O primeiro tem massa m_1 e constante de mola k_1, e o segundo, massa m_2 e constante de mola k_2. Ambas as molas têm o mesmo comprimento natural (sem deformação) ℓ. Na condição de equilíbrio estático relativo ao elevador, a deformação da mola de constante k_1 é y, e a da outra, x.



Pode-se então afirmar que $(y - x)$ é

a) $[(k_2 - k_1)m_2 + k_2m_1](g - a)/k_1k_2$.

b) $[(k_2 + k_1)m_2 + k_2m_1](g - a)/k_1k_2$.

c) $[(k_2 - k_1)m_2 + k_2m_1](g + a)/k_1k_2$.

d) $[(k_2 + k_1)m_2 + k_2m_1](g + a)/k_1k_2 - 2\ell$.

e) $[(k_2 - k_1)m_2 + k_2m_1](g + a)/k_1k_2 + 2\ell$.

Resolução

Como não se sabe se o movimento de subida do elevador é acelerado ou retardado, não podemos concluir qual o sentido da aceleração do elevador.

Admitindo-se que o movimento do elevador seja acelerado, a aceleração terá sentido dirigido para cima e a gravidade aparente dentro do elevador será:

$$\boxed{g_{ap} = g + a}$$

A força deformadora da mola k_1 é o peso aparente do sistema $(m_1 + m_2)$:

$$(m_1 + m_2)\,(g + a) = k_1 \,.\, y$$

$$\boxed{y = \frac{(m_1 + m_2)\,(g + a)}{k_1}}$$

A força deformadora da mola k_2 é o peso aparente do bloco m_2:

$$m_2\,(g + a) = k_2 \,.\, x$$

$$\boxed{x = \frac{m_2\,(g + a)}{k_2}}$$

$$y - x = \frac{(m_1 + m_2)\,(g + a)}{k_1} - \frac{m_2\,(g + a)}{k_2}$$

$$y - x = (g + a) \left[\frac{m_1 + m_2}{k_1} - \frac{m_2}{k_2} \right]$$

$$y - x = (g + a) \frac{(m_1 k_2 + m_2 k_2 - m_2 k_1)}{k_1 k_2}$$

$$\boxed{y - x = (g + a) \frac{[(k_2 - k_1)\, m_2 + m_1 k_2]}{k_1 k_2}}$$

Nota: Se o movimento do elevador for retardado, teremos a opção A.

Apoiado sobre patins numa superfície horizontal sem atrito, um atirador dispara um projétil de massa m com velocidade v contra um alvo a uma distância d. Antes do disparo, a massa total do atirador e seus equipamentos é M. Sendo v_s a velocidade do som no ar e desprezando a perda de energia em todo o processo, quanto tempo após o disparo o atirador ouviria o ruído do impacto do projétil no alvo?

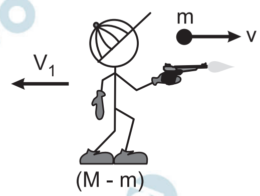
a) $\dfrac{d(v_s + v)(M - m)}{v(Mv_s - m(v_s + v))}$ b) $\dfrac{d(v_s + v)(M + m)}{v(Mv_s + m(v_s + v))}$

c) $\dfrac{d(v_s - v)(M + m)}{v(Mv_s + m(v_s + v))}$ d) $\dfrac{d(v_s + v)(M - m)}{v(Mv_s - m(v_s - v))}$

e) $\dfrac{d(v_s - v)(M - m)}{v(Mv_s + m(v_s + v))}$

Resolução

1) Admitindo-se que o atirador esteja inicialmente em repouso, temos:



$$\vec{Q}_f = \vec{Q}_0$$

$$\vec{Q}_p + \vec{Q}_A = \vec{0}$$

$$|\vec{Q}_A| = |\vec{Q}_p| \Rightarrow (M - m)\, V_1 = m\, v$$

$$\boxed{V_1 = \frac{m\,v}{M - m}}$$

2) Tempo t_1 gasto pelo projétil para chegar ao alvo:

$$d = v \,.\, t_1 \Rightarrow \boxed{t_1 = \frac{d}{v}}$$

3) Distância d_1 percorrida pelo atirador no tempo t_1:

$$d_1 = V_1 \,.\, t_1$$

$$d_1 = \frac{mv}{M - m} \,.\, \frac{d}{v} \Rightarrow \boxed{d_1 = \frac{m\,d}{M - m}}$$

4) Distância entre atirador e alvo no instante t_1:

$$D = d_1 + d = \frac{m\,d}{M - m} + d = \frac{md + Md - md}{M - m}$$

$$\boxed{D = \frac{M\,d}{M - m}}$$

5) O som e o atirador se movimentam no mesmo sentido e a velocidade relativa terá módulo V_{rel} dado por:

$$V_{rel} = v_s - v_1 = v_s - \frac{m\,v}{M - m} = \frac{(M - m)\,v_s - mv}{M - m}$$

6) O tempo gasto pelo som T_S para chegar ao atirador é dado por:

$$V_{rel} = \frac{D}{T_S}$$

$$T_S = \frac{D}{V_{rel}}$$

$$T_S = D \,.\, \frac{M - m}{(M - m)\,v_s - mv}$$

$$T_S = \frac{M\,d}{M - m} \,.\, \frac{M - m}{(M - m)\,v_s - mv}$$

$$\boxed{T_S = \frac{M\,d}{(M - m)\,v_s - mv}}$$

7) O tempo total pedido T é dado por:

$$T = t_1 + T_S$$

$$T = \frac{d}{v} + \frac{Md}{(M - m)\,v_s - mv}$$

$$T = d\left[\frac{M}{M\;v_s - m\,(v_s + v)} + \frac{1}{v}\right]$$

$$T = d\left[\frac{M\,(v + v_s) - m\,(v_s + v)}{v(M\;v_s - m\,(v_s + v))}\right]$$

$$T = \frac{d}{v} \,.\, \frac{M\,v + M\,v_s - mv_s - mv}{M\,v_s - m\,(v_s + v)}$$

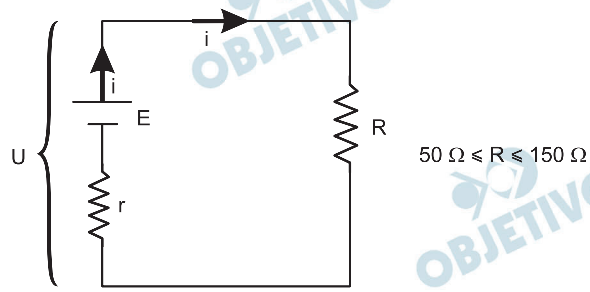
$$\boxed{T = \frac{d}{v}\;\frac{(M - m)\,(v_s + v)}{(M\,v_s - m\,(v_s + v))}}$$

Um gerador elétrico alimenta um circuito cuja resistência equivalente varia de 50 a 150 Ω, dependendo das condições de uso desse circuito. Lembrando que, com resistência mínima, a potência útil do gerador é máxima, então, o rendimento do gerador na situação de resistência máxima, é igual a

a) 0,25. b) 0,50. c) 0,67.
d) 0,75 e) 0,90.

Resolução

Temos o circuito



Na condição de potência útil máxima, temos r = R, isto é, r = 50Ω

Para r = 150Ω, vem:

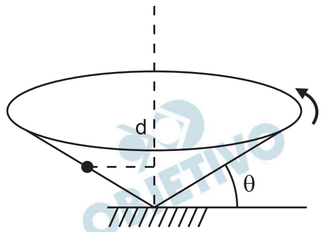
$$1^{\underline{o}})\ i = \frac{E}{r + R} \Rightarrow i = \frac{E}{50 + 150} \Rightarrow i = \frac{E}{200}$$

$$2^{\underline{o}})\ U = E - ri \Rightarrow U = E - 50 \cdot \frac{E}{200} \Rightarrow U = \frac{3E}{4}$$

O rendimento do gerador na situação de resistência elétrica máxima é igual a:

$$\eta = \frac{U}{E} \Rightarrow \eta = \frac{3E/4}{E} \Rightarrow \boxed{\eta = 0{,}75}$$

Um funil que gira com velocidade angular uniforme em torno do seu eixo vertical de simetria apresenta uma superfície cônica que forma um ângulo θ com a horizontal, conforme a figura. Sobre esta superfície, uma pequena esfera gira com a mesma velocidade angular mantendo-se a uma distância d do eixo de rotação.



Nestas condições, o período de rotação do funil é dado por

a) $2\pi\sqrt{d/g \text{ sen } \theta}$.

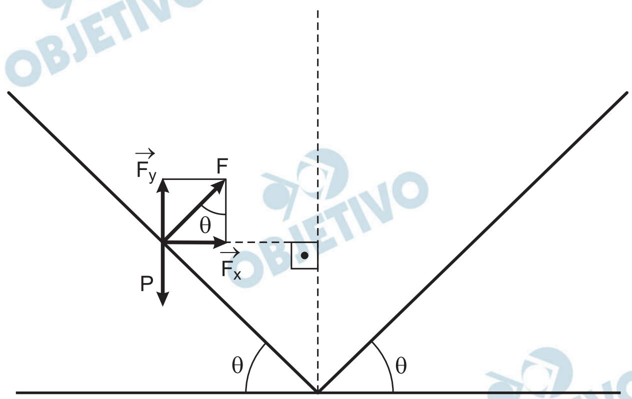
b) $2\pi\sqrt{d/g \cos \theta}$.

c) $2\pi\sqrt{d/g \tan \theta}$.

d) $2\pi\sqrt{2d/g \text{ sen } 2\theta}$.

e) $2\pi\sqrt{d \cos \theta / g \tan \theta}$.

Resolução



1) $\mathbf{F_y = P = mg}$

2) $\mathbf{F_x = F_{cp} = m\,\omega^2 d}$

3) $\mathbf{tg\,\theta = \dfrac{m\,\omega^2 d}{mg}}$

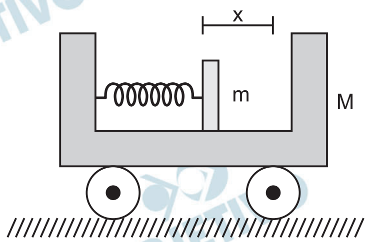
$$\omega^2 = \frac{g\,tg\,\theta}{d}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{g\,tg\,\theta}{d}} = \frac{2\pi}{T}$$

$$\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{d}{g\,tg\,\theta}}}$$

Nota: Admitimos que não há atrito entre o funil e a bolinha.

No interior de um carrinho de massa M mantido em repouso, uma mola de constante elástica k encontra-se comprimida de uma distância x, tendo uma extremidade presa e a outra conectada a um bloco de massa m, conforme a figura.



Sendo o sistema então abandonado e considerando que não há atrito, pode-se afirmar que o valor inicial da aceleração do bloco relativa ao carrinho é

a) kx / m.
b) kx / M.
c) kx / (m + M).
d) kx (M – m) / mM.
e) kx (M + m) / mM.

Resolução

PFD (bloco): $F_{mola} = k\,x = m\,a_b$

$$\boxed{a_b = \frac{kx}{m}}$$

PFD (carrinho): $F_{mola} = k\,x = M\,a_c$

$$\boxed{a_c = \frac{kx}{M}}$$

A aceleração do bloco relativa ao carrinho será:

$$a_{rel} = a_b + a_c$$

$$a_{rel} = \frac{k\,x}{m} + \frac{k\,x}{M} = k\,x\left(\frac{1}{m} + \frac{1}{M}\right)$$

$$\boxed{a_{rel} = k\,x\,\frac{(M + m)}{Mm}}$$

Um corpo movimenta-se numa superfície horizontal sem atrito, a partir do repouso, devido à ação contínua de um dispositivo que lhe fornece uma potência mecânica constante. Sendo v sua velocidade após certo tempo t, pode-se afirmar que

a) a aceleração do corpo é constante.

b) a distância percorrida é proporcional a v^2.

c) o quadrado da velocidade é proporcional a t.

d) a força que atua sobre o corpo é proporcional a $\sqrt{t}$.

e) a taxa de variação temporal da energia cinética não é constante.

Resolução

Como a potência é constante, a potência média coincide com a instantânea:

$$P = P_m = \frac{\tau}{\Delta t}$$

$$\text{TEC: } \tau = \frac{mV^2}{2} - \frac{mV_0^2}{2}$$

Como $V_0 = 0$**, vem** $\tau = \dfrac{mV^2}{2}$

$$\Delta t = t - 0 = t$$

$$P = \frac{mV^2}{2t}$$

$$V^2 = \frac{2\,P\,t}{m}$$

Como $\dfrac{2\,P}{m}$ **é constante, então** V^2 **é proporcional a t.**

Acredita-se que a colisão de um grande asteroide com a Terra tenha causado a extinção dos dinossauros. Para se ter uma ideia de um impacto dessa ordem, considere um asteroide esférico de ferro, com 2 km de diâmetro, que se encontra em repouso quase no infinito, estando sujeito somente à ação da gravidade terrestre. Desprezando as forças de atrito atmosférico, assinale a opção que expressa a energia liberada no impacto, medida em número aproximado de bombas de hidrogênio de 10 megatons de TNT.

a) 1 b) 10 c) 500 d) 50.000 e) 1.000.000

Resolução

A energia mecânica total do asteroide no infinito é nula.

Ao atingir a Terra, supondo-se que esta energia mecânica se conservou, teremos:

$$E_m = -\frac{G\,M\,m}{R} + \frac{m\,V^2}{2} = 0$$

$$\boxed{E_{cin} = \frac{G\,M\,m}{R}}$$

Sendo $g = \frac{G\,M}{R^2}$**, vem:**

$$E_{cin} = \frac{g\,.\,R^2\,m}{R} \Rightarrow \boxed{E_{cin} = m\,g\,R}$$

A massa *m* do asteroide é dada por:

$$m = \rho\,\frac{4}{3}\,\pi\,r^3$$

Portanto: $\boxed{E_{cin} = \frac{4}{3}\,\pi\,\rho\,r^3\,g\,R}$

$$E_{cin} = \frac{4}{3}\,.\,3\,.\,8000\,.\,(1{,}0\,.\,10^3)^3\,.\,10\,.\,6{,}4\,.\,10^6\ \ (J)$$

$$E_{cin} = 32\,.\,6{,}4\,.\,10^{19}J \cong 2{,}0\,.\,10^{21}J$$

$$E = 10 \text{ megatons de TNT} = 10\,.\,10^6\,.\,4{,}0\,.\,10^9 J = 4{,}0\,.\,10^{16} J$$

$$E_{cin} = n\,E$$

$$20\,.\,10^{20} = n\,.\,4\,.\,10^{16}$$

$$\boxed{n = 5\,.\,10^4}$$

Boa parte das estrelas do Universo formam sistemas binários nos quais duas estrelas giram em torno do centro de massa comum, CM. Considere duas estrelas esféricas de um sistema binário em que cada qual descreve uma órbita circular em torno desse centro. Sobre tal sistema são feitas duas afirmações:

I. O período de revolução é o mesmo para as duas estrelas e depende apenas da distância entre elas, da massa total deste binário e da constante gravitacional.

II. Considere que $\vec{R}_1$ e $\vec{R}_2$ são os vetores que ligam o CM ao respectivo centro de cada estrela. Num certo intervalo de tempo Δt, o raio vetor $\vec{R}_1$ varre uma certa área A. Durante este mesmo intervalo de tempo, o raio vetor $\vec{R}_2$ também varre uma área igual a A.

Diante destas duas proposições, assinale a alternativa correta.

a) As afirmações I e II são falsas.

b) Apenas a afirmação I é verdadeira.

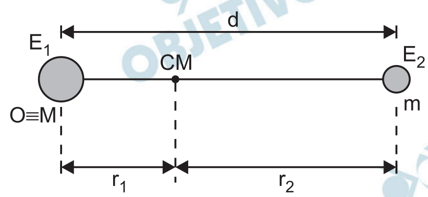
c) Apenas a afirmação II é verdadeira.

d) As afirmações I e II são verdadeiras, mas a II não justifica a I.

e) As afirmações I e II são verdadeiras e, além disso, a II justifica a I.

Resolução

I. (V)



1) Localização do CM:

$$r_1 = \frac{M \cdot 0 + m\,(r_2 + r_1)}{M + m}$$

$$Mr_1 + mr_1 = mr_2 + mr_1$$

$$\boxed{\frac{r_2}{r_1} = \frac{M}{m}}$$

Sendo $r_1 + r_2 = d$, vem:

$$r_1 + \frac{M}{m}\,r_1 = d \Rightarrow r_1 \cdot \left(1 + \frac{M}{m}\right) = d \Rightarrow \boxed{r_1 = \frac{m\,d}{M + m}}$$

$$\text{e} \quad \boxed{r_2 = \frac{M\,d}{M + m}}$$

2) Cálculo do período T:

$$F_G = F_{cp}$$

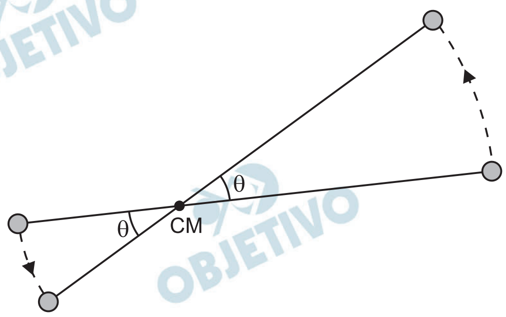
$$\frac{GMm}{d^2} = M\omega^2 \cdot \frac{md}{M+m} \Rightarrow \omega^2 = \frac{G\,(M+m)}{d^3}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{G\,(M+m)}{d^3}}$$

$$\frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{G\,(M+m)}{d^3}}$$

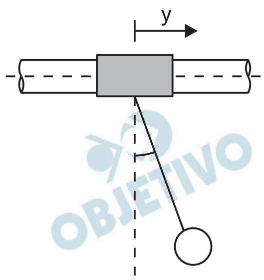
$$\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{d^3}{G\,(M+m)}}}$$

II. (F)



As velocidades angulares são iguais: no mesmo intervalo de tempo Δt, os ângulos são iguais e a estrela que tem maior raio de órbita descreve área maior.

Um cilindro vazado pode deslizar sem atrito num eixo horizontal no qual se apoia. Preso ao cilindro, há um cabo de 40 cm de comprimento tendo uma esfera na ponta, conforme figura. Uma força externa faz com que o cilindro adquira um movimento na horizontal do tipo $y = y_0 \text{ sen } (2\pi \text{ ft})$.



Qual deve ser o valor de f em hertz para que seja máxima a amplitude das oscilações da esfera?

a) 0,40 b) 0,80 c) 1,3 d) 2,5 e) 5,0

Resolução

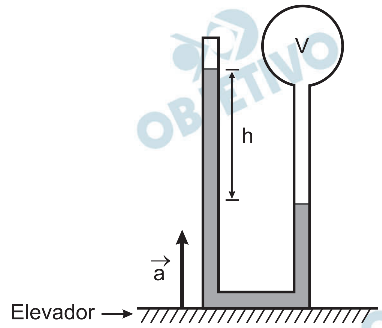
A esfera pendular vai oscilar com máxima amplitude quando o cilindro e a esfera estiverem em *ressonância*. Isso significa que o cilindro e a esfera deverão oscilar com a *mesma frequência* f.

Considerando-se que a massa do cilindro seja muito maior que a da esfera para que o pêndulo tenha comprimento efetivo de oscilação igual a 40cm e imaginando-se que o movimento oscilatório do pêndulo seja praticamente harmônico simples, o período T e a frequência f ficam dados por:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow f = \frac{1}{T} \Rightarrow f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{L}}$$

$$f = \frac{1}{2 \cdot 3{,}14} \sqrt{\frac{10}{0{,}40}} \text{ (Hz)} \Rightarrow \boxed{f \cong 0{,}80\text{Hz}}$$

No interior de um elevador encontra-se um tubo de vidro fino, em forma de U, contendo um líquido sob vácuo na extremidade vedada, sendo a outra conectada a um recipiente de volume V com ar mantido à temperatura constante. Com o elevador em repouso, verifica-se uma altura h de 10 cm entre os níveis do líquido em ambos os braços do tubo. Com o elevador subindo com aceleração constante $\vec{a}$ (ver figura), os níveis do líquido sofrem um deslocamento de altura de 1,0 cm.

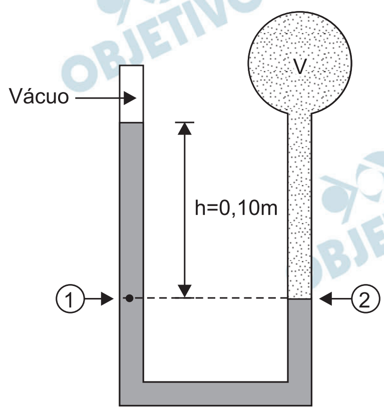


Pode-se dizer então que a aceleração do elevador é igual a

a) $-1,1\ m/s^2$.
b) $-0,91\ m/s^2$.
c) $0,91\ m/s^2$.
d) $1,1\ m/s^2$.
e) $2,5\ m/s^2$.

Resolução

(I) ***Situação inicial*** **(elevador em repouso):**

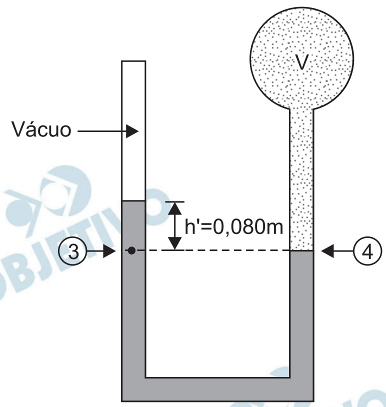


$$p_2 = p_1 \Rightarrow p_{ar} = \rho\, g\, h$$

$$p_{ar} = \rho \cdot 10 \cdot 0,10 \text{ (SI)}$$

$$\boxed{p_{ar} = \rho \cdot 1,0 \text{ (SI)}}$$

(II) *Situação final* (elevador acelerado):



$p_4 = p_3 \Rightarrow p'_{ar} = \rho \, g_{ap} \, h'$

$p'_{ar} = \rho \, . \, g_{ap} \, . \, 0{,}080$ (SI)

$\boxed{p'_{ar} = \rho \, . \, g_{ap} \, . \, 0{,}080 \text{ (SI)}}$

Como a temperatura é constante e o tubo é fino (volume desprezível), a pressão do ar dentro do bulbo praticamente não se altera. Assim:

$p'_{ar} = p_{ar} \Rightarrow \rho \, g_{ap} \, 0{,}080 = \rho \, 1{,}0$

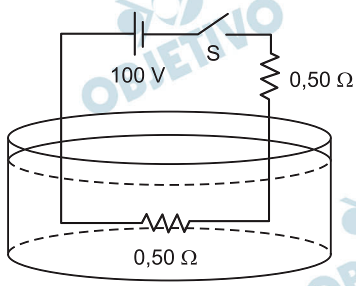
Da qual: $\boxed{g_{ap} = 12{,}5\text{m/s}^2}$

(III) Sendo $g_{ap} > g$, a aceleração do elevador é dirigida para cima (no sentido de $\vec{a}$), com módulo determinado por:

$g_{ap} = g + a \Rightarrow 12{,}5 = 10{,}0 + a$

$\boxed{a = 2{,}5\text{m/s}^2}$

Conforme a figura, um circuito elétrico dispõe de uma fonte de tensão de 100 V e de dois resistores, cada qual de 0,50 Ω. Um resistor encontra-se imerso no recipiente contendo 2,0 kg de água com temperatura inicial de 20°C, calor específico 4,18 kJ /kg.°C e calor latente de vaporização 2230 kJ /kg. Com a chave S fechada, a corrente elétrica do circuito faz com que o resistor imerso dissipe calor, que é integralmente absorvido pela água. Durante o processo, o sistema é isolado termicamente e a temperatura da água permanece sempre homogênea.



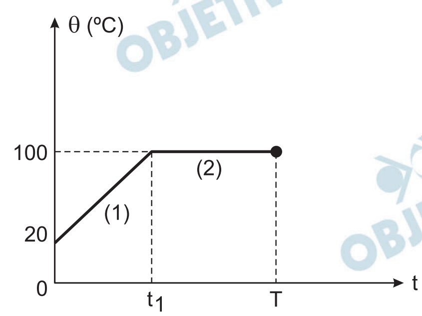
Mantido o resistor imerso durante todo o processo, o tempo necessário para vaporizar 1,0 kg de água é

a) 67,0 s. b) 223 s. c) 256 s.
d) 446 s. e) 580 s.

Resolução

$$i = \frac{\varepsilon}{2R} \Rightarrow i = \frac{100V}{2.0{,}50\Omega} \Rightarrow i = 100\text{ A}$$

$$P = R\ .\ i^2 \Rightarrow P = 0{,}50\ .\ (100)^2 W \Rightarrow P = 5{,}0\ .\ 10^3 W$$



Quantidade de calor total absorvida pela água

$Q = m\ .\ c\ .\ \Delta\theta + m\ .\ L_{vap}$

$Q = 2{,}0\ .\ 4{,}18\ .\ 80 + 1{,}0\ .\ 2230\ (J)$

$Q = 2898{,}80 kJ$

Sendo

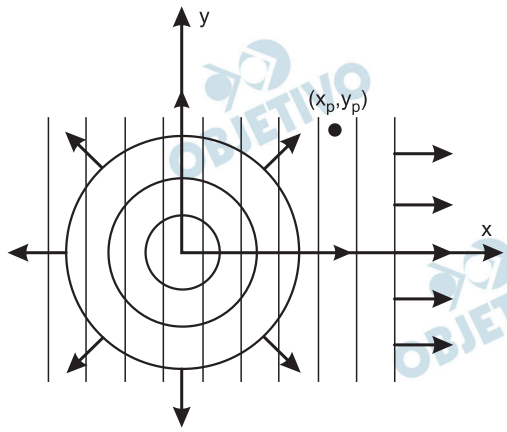
$Q = P\ .\ \Delta t$

$2898{,}80\ .\ 10^3 = 5{,}0\ .\ 10^3\ .\ \Delta t$

$\boxed{\Delta t \cong 580 s}$

14 D

Em uma superfície líquida, na origem de um sistema de coordenadas encontra-se um emissor de ondas circulares transversais. Bem distante dessa origem, elas têm a forma aproximada dada por $h_1(x, y, t) = h_0 \text{ sen } (2\pi(r/\lambda - ft))$, em que λ é o comprimento de onda, f é a frequência e r, a distância de um ponto da onda até a origem. Uma onda plana transversal com a forma $h_2(x, y, t) = h_0 \text{ sen } (2\pi(x/\lambda - ft))$ superpõe-se à primeira, conforme a figura.



Na situação descrita, podemos afirmar, sendo $\mathbb{Z}$ o conjunto dos números inteiros, que

a) nas posições $(y_P^2/(2n\lambda) - n\lambda/8,\ y_P)$ as duas ondas estão em fase se $n \in \mathbb{Z}$.

b) nas posições $(y_P^2/(2n\lambda) - n\lambda/2,\ y_P)$ as duas ondas estão em oposição de fase se $n \in \mathbb{Z}$ e $n \neq 0$.

c) nas posições $(y_P^2/(2n\lambda) - (n + 1/2)\ \lambda/2,\ y_P)$ as duas ondas estão em oposição de fase se $n \in \mathbb{Z}$ e $n \neq 0$.

d) nas posições $(y_P^2/((2n + 1)\lambda) - (n + 1/2)\ \lambda/2,\ y_P)$ as duas ondas estão em oposição de fase se $n \in \mathbb{Z}$.

e) na posição $(2y_P^2/\lambda - \lambda/8,\ y_P)$ a diferença de fase entre as ondas é de 45°.

Resolução

Para o caso no qual as ondas estão em oposição de fase, temos:

$$2\pi\left(\frac{r}{\lambda} - ft\right) - 2\pi\left(\frac{x_P}{\lambda} - ft\right) = (2n + 1)\pi$$

$$r - x_P = \frac{\lambda}{2}(2n + 1)$$

Como $r = \sqrt{x_P^2 + y_P^2}$ **, temos:**

$$\sqrt{x_P^2 + y_P^2} - x_P = \frac{\lambda}{2}(2n + 1)$$

$$\sqrt{x_P^2 + y_P^2} = \frac{\lambda}{2}(2n + 1) + x_P$$

$$x_P^2 + y_P^2 = \frac{\lambda^2}{4}(2n + 1)^2 + \lambda(2n + 1)x_P + x_P^2$$

$$y_P^2 - \frac{\lambda^2}{4}(2n+1)^2 = \lambda(2n+1)x_P$$

$$\frac{y_P^2}{\lambda(2n+1)} - \frac{\lambda}{2}\left(n + \frac{1}{2}\right) = x_P$$

O ponto P tem coordenadas x_P e y_P, tais que:

$$\boxed{P = \left(\frac{y_P^2}{(2n+1)\lambda} - \left(n + \frac{1}{2}\right) \cdot \frac{\lambda}{2}, y_P\right), n \in \mathbb{Z}}$$

Para o caso no qual as ondas estão em concordância de fase, temos:

$$2\pi\left(\frac{r}{\lambda} - f\,t\right) - 2\pi\left(\frac{x_P}{\lambda} - f\,t\right) = 2n\pi$$

$$\frac{r}{\lambda} - \frac{x_P}{\lambda} = n$$

$$\sqrt{x_P^2 + y_P^2} = n\lambda + x_P$$

$$x_P^2 + y_P^2 = (n\lambda)^2 + 2n\lambda x_P + x_P^2$$

$$\frac{y_P^2 - (n\lambda)^2}{2n\lambda} = x_P$$

$$\frac{y_P^2}{2n\lambda} - \frac{n\lambda}{2} = x_P$$

O ponto P tem coordenadas x_P e y_P, tais que

$$\boxed{P = \left(\frac{y_P^2}{2n\lambda} - \frac{n\lambda}{2}, y_P\right), n \in \mathbb{Z}^*}$$

Para o caso no qual a diferença de fase entre as ondas seja de 45° ($\frac{\pi}{4}$ rad), temos:

$$2\pi\left(\frac{r}{\lambda} - ft\right) - 2\pi\left(\frac{x_P}{\lambda} - ft\right) = \frac{\pi}{4}$$

$$\frac{r}{\lambda} - \frac{x_P}{\lambda} = \frac{1}{8}$$

$$\sqrt{x_P^2 + y_P^2} = \frac{\lambda}{8} + x_P$$

$$x_P^2 + y_P^2 = \frac{\lambda^2}{64} + \frac{\lambda}{4}x_P + x_P^2$$

$$y_P^2 - \frac{\lambda^2}{64} = \frac{\lambda}{4}x_P$$

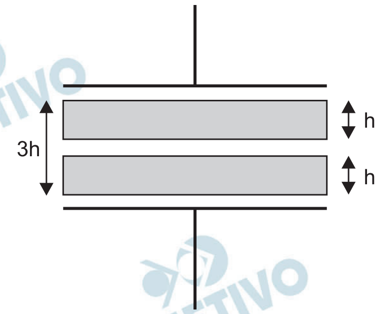
$$\frac{4y_P^2}{\lambda} - \frac{\lambda}{16} = x_P$$

O ponto P tem coordenadas x_P e y_P, tais que

$$\boxed{P = \left(\frac{4y_P^2}{\lambda} - \frac{\lambda}{16}, y_P\right)}$$

15 E

Um capacitor de placas paralelas de área A e distância 3h possui duas placas metálicas idênticas, de espessura h e área A cada uma.



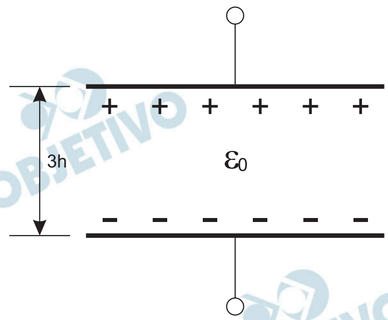
Compare a capacitância C deste capacitor com a capacitância C_0 que ele teria sem as duas placas metálicas.

a) $C = C_0$ b) $C > 4C_0$ c) $0 < C < C_0$

d) $C_0 < C < 2C_0$ e) $2C_0 < C < 4C_0$

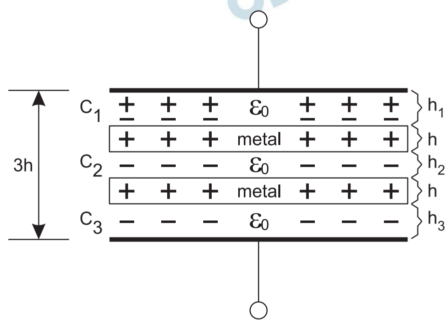
Resolução

Capacitor sem as placas metálicas:



$$C_0 = \varepsilon_0 \cdot \frac{A}{3h} \quad (1)$$

Capacitor com as duas placas metálicas:



Equivale a três capacitores em série:

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$$

$$\frac{1}{C} = \frac{h_1}{\varepsilon_0 A} + \frac{h_2}{\varepsilon_0 A} + \frac{h_3}{\varepsilon_0 A}$$

$$\frac{1}{C} = \frac{h_1 + h_2 + h_3}{\varepsilon_0 A}$$

$$\frac{1}{C} = \frac{h}{\varepsilon_0 A} \Rightarrow C = \varepsilon_0 \cdot \frac{A}{h} \quad (2)$$

De (1) e (2), vem: $C = 3C_0$

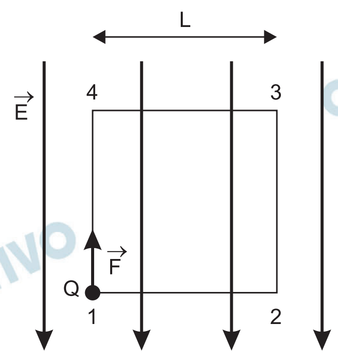
A

A figura mostra uma região espacial de campo elétrico uniforme de módulo E = 20 N/C. Uma carga Q = 4 C é deslocada com velocidade constante ao longo do perímetro do quadrado de lado L = 1 m, sob ação de uma força $\vec{F}$ igual e contrária à força coulombiana que atua na carga Q. Considere, então, as seguintes afirmações:

I. O trabalho da força $\vec{F}$ para deslocar a carga Q do ponto 1 para 2 é o mesmo do dispendido no seu deslocamento ao longo do caminho fechado 1-2-3-4-1.

II. O trabalho de $\vec{F}$ para deslocar a carga Q de 2 para 3 é maior que o para deslocá-la de 1 para 2.

III. É nula a soma do trabalho da força $\vec{F}$ para deslocar a carga Q de 2 para 3 com seu trabalho para deslocá-la de 4 para 1.



Então, pode-se afirmar que

a) todas são corretas.

b) todas são incorretas.

c) apenas a II é correta.

d) apenas a I é incorreta.

e) apenas a II e III são corretas.

Resolução

I. ***Correta***

$\tau_{12} = F \cdot L \cdot \cos 90° = 0$

$\tau_{12341} = \tau_{12} + \tau_{23} + \tau_{34} + \tau_{41} = 0 + F \cdot L + 0 - F \cdot L = 0$

Em ambos os casos, o trabalho é nulo:

$\boxed{\tau_{12} = \tau_{12341}}$

II. ***Correta***

$\tau_{23} = + F \cdot L$

$\tau_{12} = + F \cdot L \cdot \cos 90° = 0$

$\boxed{\tau_{23} > \tau_{12}}$

III. ***Correta***

$\tau_{23} = + F \cdot L$

$\tau_{41} = F \cdot L \cos 180° = - FL$

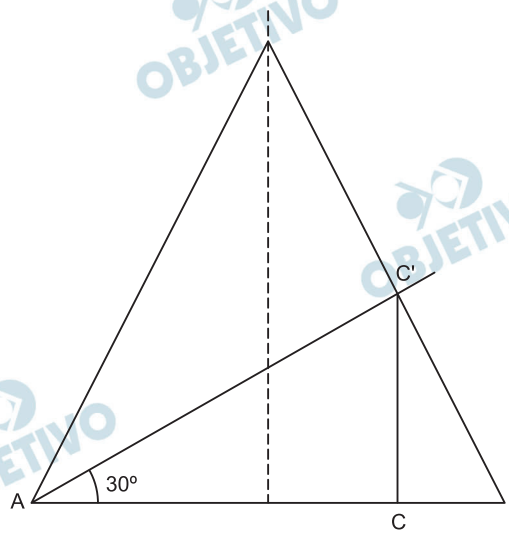
$\tau_{23} + \tau_{41} = (+FL) + (-FL) = 0$

Uma fonte luminosa uniforme no vértice de um cone reto tem iluminamento energético (fluxo energético por unidade de área) H_A na área A da base desse cone. O iluminamento incidente numa seção desse cone que forma ângulo de 30° com a sua base, e de projeção vertical S sobre esta, é igual a

a) AH_A/S. b) SH_A/A. c) $AH_A/2S$.

d) $\sqrt{3}AH_A/2S$. e) $2AH_A/\sqrt{3}S$.

Resolução



$$\overline{AC} = \overline{AC'} \cdot \cos 30°$$

$$\overline{AC} = \overline{AC'} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Sendo *a'* o semieixo maior da elipse:

$$a' = \frac{\overline{AC'}}{2}$$

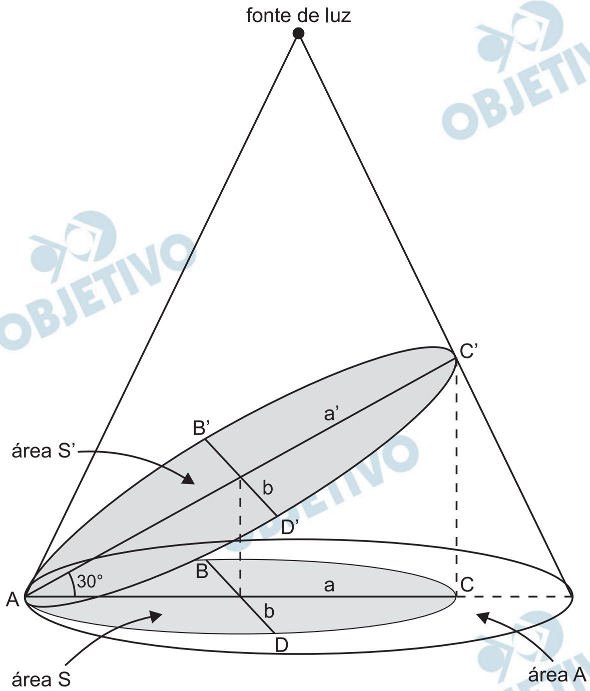
A elipse projetada na base tem semieixo *a*:

$$a = \frac{\overline{AC}}{2} \Rightarrow a = a' \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Logo, a área da elipse ADBDA e a área da elipse AD'B'D'A se relacionam por:

$$\frac{S'}{S} = \frac{\pi a'b}{\pi ab} = \frac{a'}{a} = \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

$$S' = S\left(\frac{2\sqrt{3}}{3}\right)$$



a: semieixo maior de S

b: semieixo menor: constante

a': semieixo maior de S'

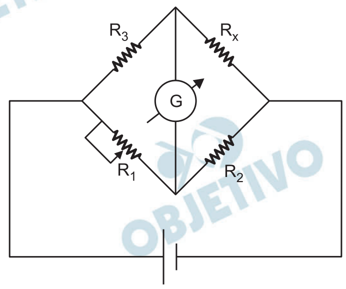
Como o fluxo é constante:

$\Phi = H_A \cdot A = H' \cdot S'$

$$H_A \cdot A = H' \cdot S \cdot \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

$$H' = \frac{H_A \cdot A \cdot 3}{2\,S\sqrt{3}} \Rightarrow \boxed{H' = \frac{H_A \cdot A \cdot \sqrt{3}}{2\,S}}$$

Alguns tipos de sensores piezorresistivos podem ser usados na confecção de sensores de pressão baseados em pontes de Wheatstone. Suponha que o resistor R_x do circuito da figura seja um piezorresistor com variação de resistência dada por $R_x = kp + 10\Omega$, em que $k = 2{,}0 \times 10^{-4}\Omega/Pa$ e p, a pressão.



Usando este piezorresistor na construção de um sensor para medir pressões na faixa de 0,10 atm a 1,0 atm, assinale a faixa de valores do resistor R_1 para que a ponte de Wheatstone seja balanceada. São dados: $R_2 = 20\Omega$ e $R_3 = 15\Omega$.

a) De $R_{1min} = 25\Omega$ a $R_{1max} = 30\Omega$
b) De $R_{1min} = 20\Omega$ a $R_{1max} = 30\Omega$
c) De $R_{1min} = 10\Omega$ a $R_{1max} = 25\Omega$
d) De $R_{1min} = 9{,}0\Omega$ a $R_{1max} = 23\Omega$
e) De $R_{1min} = 7{,}7\Omega$ a $R_{1max} = 9{,}0\Omega$

Resolução

Determinemos, inicialmente, os valores extremos que R_x pode assumir.

Para $p = 1{,}0 \text{ atm} = 1{,}0 \cdot 10^5$ Pa, temos:

$R_x = K \cdot p + 10\Omega$

$R_x = 2{,}0 \cdot 10^{-4} \cdot 1{,}0 \cdot 10^5 + 10$

$R_{x_{máx}} = 30\Omega$

Para $p = 0{,}10 \text{ atm} = 0{,}10 \cdot 10^5$Pa, temos:

$R'_x = 2{,}0 \cdot 10^{-4} \cdot 0{,}10 \cdot 10^5 + 10$

$R'_{x_{mín}} = 12\Omega$

Ponte de Wheatstone em equilíbrio na situação 1:

$R_{1_{mín}} \cdot R_x = R_2 R_3$

$R_{1_{mín}} \cdot 30 = 20 \times 15$

$\boxed{R_{1_{mín}} = 10\Omega}$

Ponte de Wheatstone em equilíbrio na situação 2:

$R_{1_{máx}} \cdot R'_x = R_2 R_3$

$R_{1_{máx}} \cdot 12 = 20 \times 15$

$\boxed{R_{1_{máx}} = 25\Omega}$

19 D

Assinale em qual das situações descritas nas opções abaixo as linhas de campo magnético formam circunferências no espaço.

a) Na região externa de um toroide.

b) Na região interna de um solenoide.

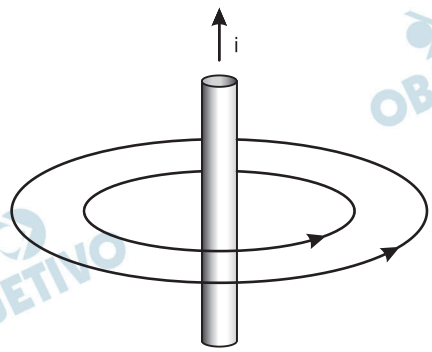
c) Próximo a um íma com formato esférico.

d) Ao redor de um fio retilíneo percorrido por corrente elétrica.

e) Na região interna de uma espira circular percorrida por corrente elétrica.

Resolução

As linhas de campo magnético formam circunferências no espaço ao redor de um fio retilíneo infinito percorrido por corrente elétrica.



Considere as seguintes afirmações:

I. As energias do átomo de Hidrogênio do modelo de Bohr satisfazem à relação, $E_n = -13{,}6/n^2$ eV, com n = 1, 2, 3, …; portanto, o elétron no estado fundamental do átomo de Hidrogênio pode absorver energia menor que 13,6 eV.

II. Não existe um limiar de frequência de radiação no efeito fotoelétrico.

III. O modelo de Bohr, que resulta em energias quantizadas, viola o princípio da incerteza de Heisenberg.

Então, pode-se afirmar que

a) apenas a II é incorreta.

b) apenas a I e II são corretas.

c) apenas a I e III são incorretas.

d) apenas a I é incorreta.

e) todas são incorretas.

Resolução

I. Correta

De acordo com o modelo de Bohr para o átomo de hidrogênio, quando o átomo recebe energia, o elétron pode sofrer uma transição para um estado de maior energia ou estado excitado, no qual n > 1. Assim: utilizando a expressão $E = -\dfrac{13{,}6}{n^2}$ **eV tem-se:**

para n = 1, temos: $E_1 = -13{,}6\text{eV}$ **(estado fundamental)**

para n = 2, temos: $E_2 = -3{,}40\text{eV}$

para n = 3, temos: $E_3 = -1{,}51\text{eV}$

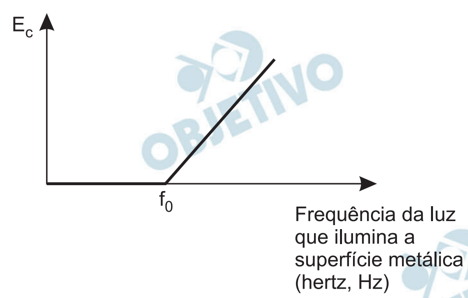
Na passagem do estado fundamental (n = 1) para o segundo estado excitado (n = 2), por exemplo, a energia recebida para a transição vale:

$\Delta E = -3{,}40 - (-13{,}6)\ (\text{eV})$

$\boxed{\Delta E = 10{,}2\text{eV}}$ **(< 13,6eV)**

II. Incorreta

A explicação de Einstein para o efeito fotoelétrico mostra que existe, para cada superfície metálica, um limiar de frequências f_0 característico. Para frequências menores que f_0, o efeito não ocorre, qualquer que seja a intensidade da iluminação. Graficamente:



III. Correta

O segundo postulado de Bohr pode ser assim enunciado:

"Em vez da infinidade de órbitas que seriam possíveis segundo a Mecânica Clássica, um elétron só pode mover-se em uma única órbita na qual seu momento angular orbital L é um múltiplo inteiro de $\frac{h}{2\pi}$".

O modelo de Bohr (1913) define com precisão a posição (raio da órbita) e o momento do elétron de forma simultânea, contrariando o Princípio da Incerteza de Heisenberg (1925):

"Uma experiência não pode determinar simultaneamente o valor exato de uma componente do momento, por exemplo p_x, de uma partícula e também o valor exato da coordenada correspondente, x".

As questões dissertativas, numeradas de **21** a **30**, devem ser desenvolvidas, justificadas e respondidas no caderno de soluções

21

100 cápsulas com água, cada uma de massa m = 1,0g, são disparadas à velocidade de 10,0m/s perpendicularmente a uma placa vertical com a qual colidem inelasticamente. Sendo as cápsulas enfileiradas com espaçamento de 1,0cm, determine a força média exercida pelas mesmas sobre a placa.

Resolução

As cápsulas alinhadas perfazem um comprimento L dado por:

$$L = 100 \,.\, 1{,}0\text{cm} = 1{,}0\text{m}$$

O tempo gasto para a última cápsula atingir a parede é dado por:

$$V = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow 10{,}0 = \frac{1{,}0}{T} \Rightarrow \boxed{T_1 = 0{,}1\text{s}}$$

Neste tempo, aplicando o teorema do impulso:

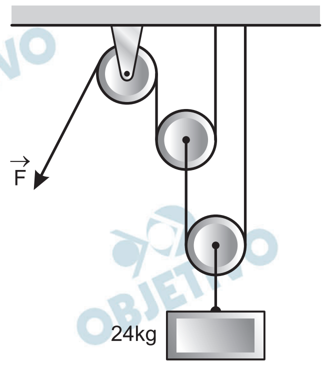
$$I_{parede} = \Delta Q_{cápsula}$$

$$F_m \,.\, T = m_{total} \, |\Delta V|$$

$$F_m \,.\, 0{,}1 = 0{,}1 \,.\, 10{,}0$$

Resposta: $\boxed{F_m = 10{,}0\text{N}}$

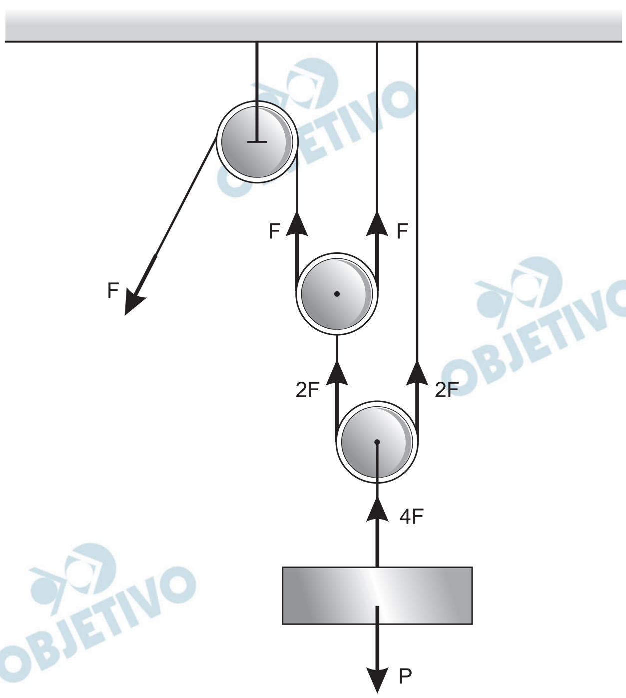
O arranjo de polias da figura é preso ao teto para erguer uma massa de 24 kg, sendo os fios inextensíveis, e desprezíveis as massas das polias e dos fios.



Desprezando os atritos, determine:

1. O valor do módulo da força $\vec{F}$ necessário para equilibrar o sistema.
2. O valor do módulo da força $\vec{F}$ necessário para erguer a massa com velocidade constante.
3. A força ($\vec{F}$ ou peso?) que realiza maior trabalho, em módulo, durante o tempo T em que a massa está sendo erguida com velocidade constante.

Resolução



1) 4F = P

$$\mathbf{F = \frac{P}{4} = \frac{mg}{4}}$$

$$\mathbf{F = \frac{240}{4}\ (N)}$$

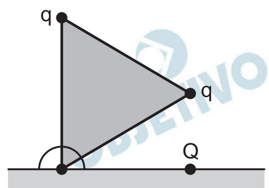
$\boxed{F = 60N}$

2) Em repouso ou com velocidade constante, a força resultante é nula e F = 60N.

3) Trabalho é uma forma de energia e os trabalhos serão iguais, em módulo, porque não há variação de energia cinética.

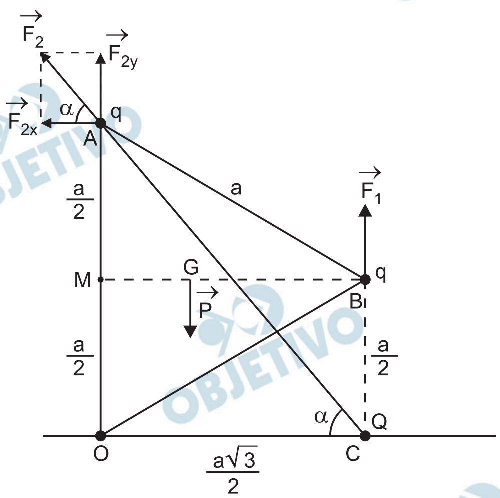
Respostas: 1) F = 60N
2) F = 60N
3) Trabalho com módulos iguais

A figura mostra uma chapa fina de massa M com o formato de um triângulo equilátero, tendo um lado na posição vertical, de comprimento a, e um vértice articulado numa barra horizontal contida no plano da figura. Em cada um dos outros vértices encontra-se fixada uma carga elétrica q e, na barra horizontal, a uma distância $a\sqrt{3}/2$ do ponto de articulação, encontra-se fixada uma carga Q.



Sendo as três cargas de mesmo sinal e massa desprezível, determine a magnitude da carga Q para que o sistema permaneça em equilíbrio.

Resolução



1) Elementos geométricos necessários:

$$\overline{OC} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$\overline{BC} = \overline{OM} = \frac{a}{2}$$

$$\overline{OA} = a$$

$$\overline{AC}^2 = \overline{OA}^2 + \overline{OC}^2 \text{ (Pitágoras)}$$

$$\overline{AC}^2 = a^2 + \frac{3a^2}{4} = \frac{7a^2}{4} \Rightarrow \overline{AC} = \frac{a\sqrt{7}}{2}$$

$$\cos\alpha = \frac{\overline{OC}}{\overline{AC}} = \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{2}{a\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$$

$$\overline{MB} = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \overline{MG} = \frac{1}{3}\ \overline{MB} = \frac{a\sqrt{3}}{6}$$

2) Lei de Coulomb para calcular os módulos das forças elétricas $\vec{F_1}$ e $\vec{F_2}$:

$$F_1 = k\ \frac{q\,.\,Q}{\overline{BC}^2} = \frac{k\,.\,q\,.\,Q}{\left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{4\,kq\,Q}{a^2}$$

$$F_2 = k\ \frac{q\,.\,Q}{\overline{AC}^2} = \frac{k\,.\,q\,.\,Q}{\frac{7a^2}{4}} = \frac{4\,kq\,Q}{7a^2}$$

Observação: Adotamos k como sendo a constante eletrostática do meio, embora não tenha sido dada na prova.

Decompondo $\vec{F_2}$ nas direções horizontal Ox e vertical Oy:

$$F_{2x} = F_2\,.\cos\alpha = \frac{4\,kq\,.\,Q}{7\,.\,a^2}\,.\,\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}} = \frac{4\sqrt{3}\,.\,k\,q\,.\,Q}{7\sqrt{7}\,.\,a^2}$$

3) Para que a chapa não sofra rotação, o somatório dos momentos em torno de O (articulação) deve ser nulo.

$$M_{F_{2x}} + M_{F_{2y}} + M_{F_1} - M_P = 0$$

$$M_{F_{2y}} = 0$$

$$F_{2x}\,.\,\overline{OA} + 0 + F_1\,.\,\overline{MB} - P\,.\,\overline{MG} = 0$$

$$\frac{4\sqrt{3}}{7\sqrt{7}}\,.\,\frac{kq\,Q}{a^2}\,.\,a + \frac{4\,kq\,Q}{a^2}\,.\,\frac{a\sqrt{3}}{2} = M\,.\,g\,.\,\frac{a\sqrt{3}}{6}$$

Simplificando:

$$\frac{4\,kq\,Q}{7\sqrt{7}\,.\,a^2} + \frac{2\,kq\,Q}{a^2} = \frac{M\,.\,g}{6}$$

$$\frac{2\,kq\,.\,Q}{a^2}\left(\frac{2}{7\sqrt{7}} + 1\right) = \frac{M\,.\,g}{6}$$

$$\frac{2\,kq\,.\,Q}{a^2}\left(\frac{2 + 7\sqrt{7}}{7\sqrt{7}}\right) = \frac{M\,.\,g}{6}$$

$$\boxed{Q = \frac{7\sqrt{7}\,a^2}{12\,(2 + 7\sqrt{7}\,)}\,.\,\frac{M\,.\,g}{k\,.\,q}}$$

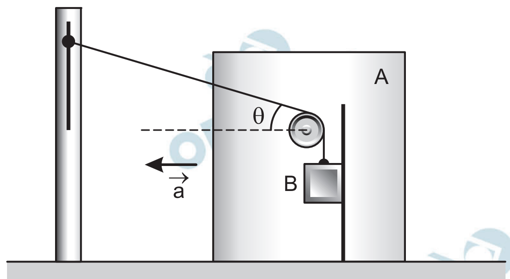
Se usarmos para a constante eletrostática:

$$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$$

$$Q = \frac{7\sqrt{7} \, . \, a^2 \, . \, M \, . \, g}{12\,(2 + 7\sqrt{7})\, q \;\; . \, \dfrac{1}{4\,\pi\,\varepsilon_0}}$$

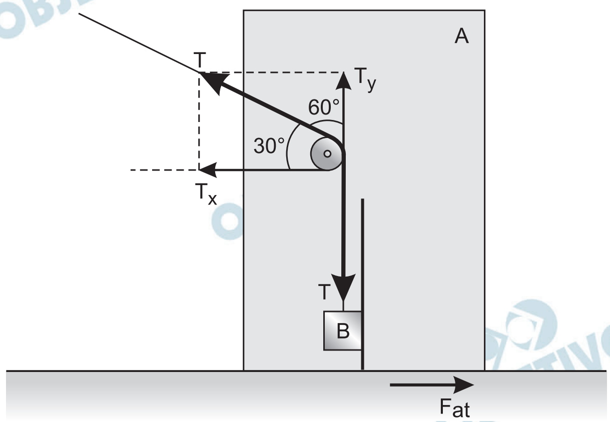
$$Q = \frac{7\sqrt{7}\,\pi\,\varepsilon_0 \, . \, a^2 \, . \, M \, . \, g}{3\,(2 + 7\sqrt{7}) \, . \, q}$$

A figura mostra um sistema formado por dois blocos, A e B, cada um com massa m. O bloco A pode deslocar-se sobre a superfície plana e horizontal onde se encontra. O bloco B está conectado a um fio inextensível fixado à parede, e que passa por uma polia ideal com eixo preso ao bloco A. Um suporte vertical sem atrito mantém o bloco B descendo sempre paralelo a ele, conforme mostra a figura.



Sendo μ o coeficiente de atrito cinético entre o bloco A e a superfície, g a aceleração da gravidade, e θ = 30° mantido constante, determine a tração no fio após o sistema ser abandonado do repouso.

Resolução



1) **Força normal que A troca com o solo:**

$$F_N = P_A + T - T\cos 60°$$

$$F_N = m\,g + T - \frac{T}{2} = m\,g + \frac{T}{2}$$

2) **Força de atrito aplicada pelo chão:**

$$F_{at} = \mu\,F_N = \mu\left(m\,g + \frac{T}{2}\right)$$

3) **2.ª Lei de Newton (A + B):**

$$T\cos 30° - F_{at} = (m_A + m_B)\,a$$

$$T\,\frac{\sqrt{3}}{2} - \mu\left(m\,g + \frac{T}{2}\right) = 2\,m\,a$$

$$T\,\frac{\sqrt{3}}{2} - \mu\,m\,g - \mu\,\frac{T}{2} = 2\,m\,a$$

$$\frac{T}{2}(\sqrt{3} - \mu) = \mu\, m\, g + 2\, m\, a$$

$$\frac{T}{2}(\sqrt{3} - \mu) = m\,(\mu\, g + 2\, a)$$

$$\boxed{T = \frac{2m\,(\mu\, g + 2a)}{\sqrt{3} - \mu}} \quad (1)$$

Se o valor de *a* não for considerado como dado, temos:

4) O deslocamento vertical de B se relaciona com o seu deslocamento horizontal pela relação:

$$\Delta x = \Delta y \;.\; \cos\theta$$

$$\Delta x = \Delta y\, \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$a = \frac{a_y \sqrt{3}}{2} \Rightarrow \boxed{a_y = \frac{2a}{\sqrt{3}}}$$

5) PFD (B) (na direção vertical):

$$P - T = m\, a_y$$

$$m\, g - T = \frac{m\, 2\, a}{\sqrt{3}}$$

$$2a = \frac{m\, g\sqrt{3} - T\sqrt{3}}{m} = g\sqrt{3} - \frac{T}{m}\sqrt{3} \quad (2)$$

(2) em (1):

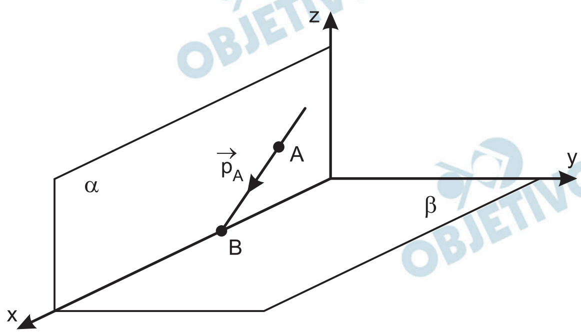
$$T = \frac{2m}{\sqrt{3} - \mu}\left(\mu\, g + g\sqrt{3} - \frac{T}{m}\sqrt{3}\right)$$

$$T(\sqrt{3} - \mu) = 2\, m\, \mu\, g + 2\, m\, g\sqrt{3} - 2T\sqrt{3}$$

$$T(\sqrt{3} - \mu + 2\sqrt{3}) = 2\, m\, g\,(\mu + \sqrt{3})$$

$$\boxed{T = \frac{2\, m\, g\,(\mu + \sqrt{3})}{3\sqrt{3} - \mu}}$$

Átomos neutros ultrafrios restritos a um plano são uma realidade experimental atual em armadilhas magneto-ópticas. Imagine que possa existir uma situação na qual átomos do tipo A e B estão restritos respectivamente aos planos α e β perpendiculares entre si, sendo suas massas tais que $m_A = 2m_B$. Os átomos A e B colidem elasticamente entre si não saindo dos respectivos planos, sendo as quantidades de movimento iniciais $\vec{p}_A$ e $\vec{p}_B$, e as finais, $\vec{q}_A$ e $\vec{q}_B$. $\vec{p}_A$ forma um ângulo θ com o plano horizontal e $\vec{p}_B = 0$.



Sabendo que houve transferência de momento entre A e B, qual é a razão das energias cinéticas de B e A após a colisão?

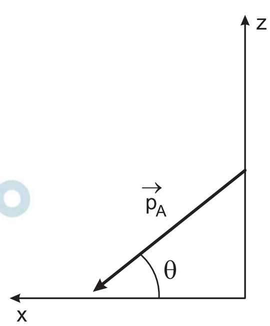
Resolução

$\vec{Q}_0 = \vec{p}_A + \vec{p}_B = \vec{p}_A$

$\vec{Q}_f = \vec{q}_A + \vec{q}_B$

Como $\vec{Q}_f = \vec{Q}_0$, temos $\vec{q}_A + \vec{q}_B = \vec{p}_A$

Como $\vec{p}_A$ e $\vec{q}_A$ estão restritos ao plano α, concluímos que $\vec{q}_B$ também estará no plano α e como $\vec{q}_B$ pertence ao plano β, ele estará na intersecção entre α e β, ou seja, no eixo x.



Na direção x: $q_{Ax} + q_B = p_A \cos\theta$ (I)

Na direção z: $q_{Az} = p_A \operatorname{sen}\theta$ (II)

$$q_A^2 = q_{Ax}^2 + q_{Az}^2 = (p_A \cos\theta - q_B)^2 + (p_A \operatorname{sen}\theta)^2$$

$$q_A^2 = p_A^2 \cos^2\theta - 2p_A\, q_B \cos\theta + q_B^2 + p_A^2 \operatorname{sen}^2\theta$$

$$q_A^2 = p_A^2 - 2p_A\, q_B \cos\theta + q_B^2 \quad (1)$$

Conservação da energia cinética:

$E_{cin_0} = E_{cin_f}$

$$\frac{p_A^2}{4m} = \frac{q_A^2}{4m} + \frac{q_B^2}{2m}$$

$p_A^2 = q_A^2 + 2\,q_B^2$ (2)

(2) em (1): $q_A^2 = q_A^2 + 2\,q_B^2 - 2\,p_A q_B \cos\theta + q_B^2$

$3\,q_B^2 = 2p_A q_B \cos\theta$

$$\boxed{q_B = \frac{2}{3}\,p_A \cos\theta}$$

Em (I): $q_{Ax} + \dfrac{2}{3}\,p_A \cos\theta = p_A \cos\theta$

$$q_{Ax} = \frac{1}{3}\,p_A \cos\theta$$

Como $q_{Az} = p_A \operatorname{sen}\theta$, vem:

$$q_A^2 = \frac{p_A^2 \cos^2\theta}{9} + p_A^2 \operatorname{sen}^2\theta$$

Comparando as energias cinéticas após a colisão:

$$E_{cin_A} = \frac{q_A^2}{4m}$$

$$E_{cin_B} = \frac{q_B^2}{2m}$$

$$\frac{E_{cin_A}}{E_{cin_B}} = \frac{1}{2}\,\frac{q_A^2}{q_B^2}$$

$$\frac{E_{cin_A}}{E_{cin_B}} = \frac{1}{2}\,\frac{p_A^2\left(\dfrac{\cos^2\theta}{9} + \operatorname{sen}^2\theta\right)}{\dfrac{4}{9}\,p_A^2\cos^2\theta}$$

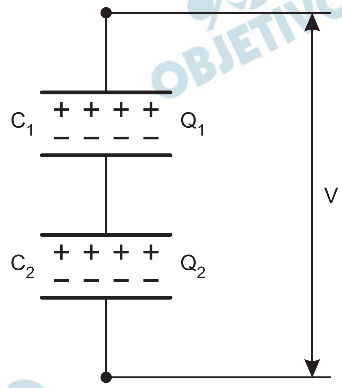
$$\frac{E_{cin_B}}{E_{cin_A}} = \frac{8\cos^2\theta}{\cos^2\theta + 9\operatorname{sen}^2\theta}$$

$$\boxed{\frac{E_{cin_B}}{E_{cin_A}} = \frac{8}{1 + 9\,\operatorname{tg}^2\theta}}$$

26

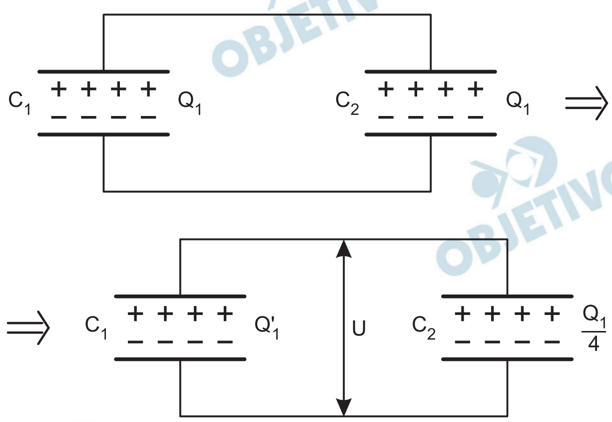
Dois capacitores em série, de capacitância C_1 e C_2, respectivamente, estão sujeitos a uma diferença de potencial V. O Capacitor de capacitância C_1 tem carga Q_1 e está relacionado com C_2 através de $C_2 = xC_1$, sendo x um coeficiente de proporcionalidade. Os capacitores carregados são então desligados da fonte e entre si, sendo a seguir religados com os respectivos terminais de carga de mesmo sinal. Determine o valor de x para que a carga Q_2 final do capacitor de capacitância C_2 seja $Q_1/4$.

Resolução



Estando ligados em série, concluímos que $Q_2 = Q_1$

Religando-os com os respectivos terminais de carga de mesmo sinal e atingindo o equilíbrio eletrostático, temos:

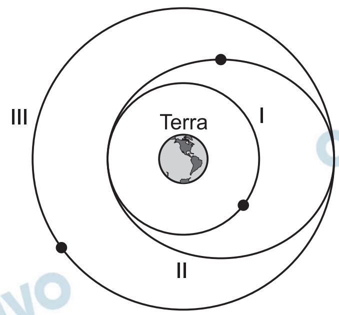


$$Q_1 + Q_1 = Q'_1 + \frac{Q_1}{4} \Rightarrow Q'_1 = \frac{7Q_1}{4}$$

Sendo $C_1 = \dfrac{\frac{7Q_1}{4}}{U}$ **e** $C_2 = \dfrac{\frac{Q_1}{4}}{U}$**, vem:**

$C_1 = 7C_2$ **e de** $C_2 = xC_1$**, vem:** $\boxed{x = \frac{1}{7}}$

O momento angular é uma grandeza importante na Física. O seu módulo é definido como $L = rp \text{ sen } \theta$, em que r é o módulo do vetor posição com relação à origem de um dado sistema de referência, p o módulo do vetor quantidade de movimento e θ o ângulo por eles formado. Em particular, no caso de um satélite girando ao redor da Terra, em órbita elíptica ou circular, seu momento angular (medido em relação ao centro da Terra) é conservado. Considere, então, três satélites de mesma massa com órbitas diferentes entre si, I, II e III, sendo I e III circulares e II elíptica e tangencial a I e III, como mostra a figura. Sendo L_I, L_{II} e L_{III} os respectivos módulos do momento angular dos satélites em suas órbitas, ordene, de forma crescente, L_I, L_{II} e L_{III}.



Justifique com equações a sua resposta.

Resolução

Comparando as órbitas circulares I e III:

1) $F_G = F_{cp} \Rightarrow \dfrac{G\,M\,m}{r^2} = \dfrac{m\,V^2}{r} \Rightarrow V = \sqrt{\dfrac{G\,M}{r}}$

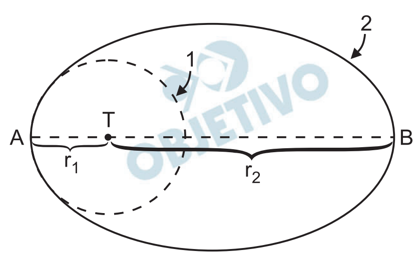
2) **Para a órbita circular, temos $\theta = 90° \Rightarrow \text{sen } \theta = 1$ e $L = r\,p$**

$L = r\,m\,V \Rightarrow L = m\,r\sqrt{\dfrac{G\,M}{r}} \Rightarrow L = m\sqrt{G\,M\,r}$

Como $r_{III} > r_I$, resulta $L_{III} > L_I$

Comparando a órbita circular I com a órbita elíptica II:

Para a órbita circular: $v_I^2 = \dfrac{G\,M}{r_1}$ **(1)**



Para a órbita elíptica:

1) $L_A = L_B \Rightarrow m\,V_A\,r_1 = m\,V_B\,r_2 \Rightarrow \boxed{V_B = \dfrac{V_A \cdot r_1}{r_2}}$

2) **Conservação da energia mecânica:**

$$E_A = E_B$$

$$\frac{m\,V_A^2}{2} - \frac{G\,M\,m}{r_1} = \frac{m\,V_B^2}{2} - \frac{G\,M\,m}{r_2}$$

$$V_A^2 - 2\,\frac{G\,M}{r_1} = \frac{V_A^2\,r_1^2}{r_2^2} - \frac{2\,G\,M}{r_2}$$

$$V_A^2\left(1 - \frac{r_1^2}{r_2^2}\right) = 2GM\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$$

$$V_A^2\,\frac{(r_2^2 - r_1^2)}{r_2^2} = 2GM\,\frac{(r_2 - r_1)}{r_1\,r_2}$$

$$V_A^2\,\frac{(r_2 + r_1)}{r_2} = \frac{2\,GM}{r_1}$$

$$V_A^2 = \frac{2\,GM\,r_2}{r_1(r_2 + r_1)} \quad (2)$$

Fazendo-se $\dfrac{(2)}{(1)}$: $\dfrac{V_A^2}{V_I^2} = \dfrac{2\,r_2}{r_2 + r_1}$

Como $r_2 > r_1 \Rightarrow 2\,r_2 > r_2 + r_1$

Portanto: $V_A > V_I$

Sendo: $L_I = m\,V_I\,r_1$

$L_{II} = m\,V_A\,r_1$

Vem: $L_{II} > L_I$

Comparando a órbita circular III com a órbita elíptica II:

$$V^2 = \frac{GM}{r_2} \quad (3)$$

$$V_B^2 = \frac{2\,GM\,r_1}{r_2(r_1 + r_2)} \quad (4)$$

$$\frac{(4)}{(3)} : \frac{V_B^2}{V^2} = \frac{2\,r_1}{r_1 + r_2}$$

$r_1 < r_2 \Rightarrow 2\,r_1 < r_2 + r_1 \Rightarrow V_B < V$

$L = m\,V\,r$

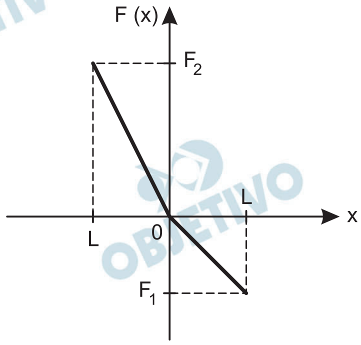
$L_{II} = m\,V_B\,r_2$

$L_{III} = m\,V\,r_2$

$V_B < V \Rightarrow L_{II} < L_{III}$

Portanto: $\boxed{L_I < L_{II} < L_{III}}$

Uma partícula de massa m está sujeita exclusivamente à ação da força $\vec{F} = F(x)\,\vec{e}_x$, que varia de acordo com o gráfico da figura, sendo $\vec{e}_x$ o versor no sentido positivo de x. Se em t = 0, a partícula se encontra em x = 0 com velocidade v no sentido positivo de x, pedem-se:



1. O período do movimento da partícula em função de F_1, F_2, L e m.
2. A máxima distância da partícula à origem em função de F_1, F_2, L, m e v.
3. Explicar se o movimento descrito pela partícula é do tipo harmônico simples.

Resolução

1) A partícula descreve nos semieixos, positivo e negativo, do eixo x dois MHS.

O período do oscilador harmônico simples é T, dado por:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

em que k é a constante de força do MHS.

Assim, o período do oscilador em questão fica expresso por:

$$T = \frac{T_1}{2} + \frac{T_2}{2} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{2}\sqrt{\frac{m}{k_1}} + \frac{2\pi}{2}\sqrt{\frac{m}{k_2}}$$

Mas $k_1 = \dfrac{F_1}{L}$ **e** $k_2 = \dfrac{F_2}{L}$**, logo:**

$$T = \pi\left(\sqrt{\frac{m}{\frac{F_1}{L}}} + \sqrt{\frac{m}{\frac{F_2}{L}}}\right)$$

Da qual:

$$\boxed{T = \pi\left(\sqrt{\frac{mL}{F_1}} + \sqrt{\frac{mL}{F_2}}\right)}$$

2) A máxima distância da partícula à origem é dada por:

$$\frac{m\,v^2}{2} = \frac{k\,x^2_{máx}}{2}$$

$$m\,v^2 = \frac{F}{L}\,x^2_{máx}$$

$$x_{máx} = \sqrt{\frac{m\,v^2\,L}{F}}$$

$$x_{máx} = v\sqrt{\frac{m\,L}{F}}$$

No semieixo negativo, temos:

$$x_{máx_2} = v\sqrt{\frac{m\,L}{F_2}}$$

No semieixo positivo, temos:

$$x_{máx_1} = v\sqrt{\frac{m\,L}{F_1}}$$

Do gráfico, temos que $F_2 > F_1$ e, portanto:
$x_{máx_1} > x_{máx_2}$

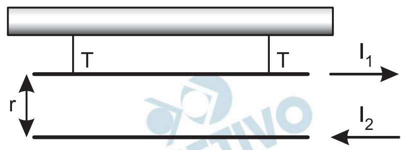
Assim, a máxima distância da partícula à origem é:

$$\boxed{x_{máx_1} = v\sqrt{\frac{mL}{F_1}}}$$

3) O movimento completo é periódico, mas não é harmônico simples, pois, em cada semieixo, a partícula tem períodos e amplitudes diferentes.

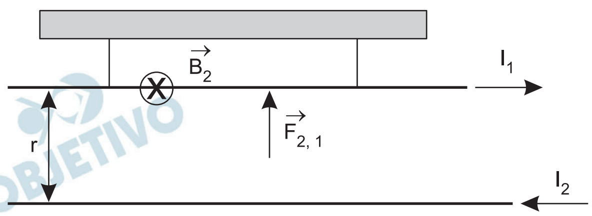
29

Considere dois fios paralelos, muito longos e finos, dispostos horizontalmente conforme mostra a figura. O fio de cima pesa 0,080N/m, é percorrido por uma corrente $I_1 = 20A$ e se encontra dependurado por dois cabos. O fio de baixo encontra-se preso e é percorrido por uma corrente $I_2 = 40A$, em sentido oposto. Para qual distância r indicada na figura, a tensão T nos cabos será nula?



Resolução

O fio (2) gera um campo magnético $\vec{B}_2$, que tem orientação dada pela "regra da mão direita", como mostrada na figura:



A intensidade de $\vec{B}_2$ é dada por:

$$B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi r}$$

$$B_2 = \frac{4\pi \,.\, 10^{-2} \,.\, 40}{2\pi r} \text{ (T)}$$

$$B_2 = \frac{8{,}0 \,.\, 10^{-6}}{r} \text{ (T)}$$

Devido ao campo $\vec{B}_2$, o fio (1) sofre a ação da força $\vec{F}_{2,1}$, com intensidade dada por:

$$\vec{F}_{2,1} = B_2 I_1 \, L \operatorname{sen} \theta, \text{ com } \theta = 90°$$

$$F_{2,1} = \frac{8{,}0 \,.\, 10^{-6}}{r} \,.\, 20 \,.\, L \,.\, \operatorname{sen}(90°)$$

$$F_{2,1} = 1{,}6 \,.\, 10^{-4} \, \frac{L}{r} \text{ (N)}$$

Para que as trações nos fios se anulem, $\vec{F}_{2,1}$ deve equilibrar a força peso do fio (1).
Para um comprimento L do fio (2), seu peso tem intensidade dada por:

$$P_2 = 8{,}0 \cdot 10^{-2}\, L \ \ (N)$$

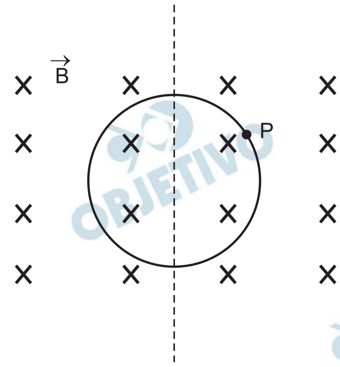
$$F_{2,1} = P_2$$

$$1{,}6 \cdot 10^{-4}\, \frac{L}{r} = 8{,}0 \cdot 10^{-2}\, L$$

$$r = \frac{1{,}6 \cdot 10^{-4}}{8{,}0 \cdot 10^{-2}} \ (m)$$

$$\boxed{r = 2{,}0 \cdot 10^{-3} m}$$

Considere uma espira com N voltas de área A, imersa num campo magnético $\vec{B}$ uniforme e constante, cujo sen–tido aponta para dentro da página. A espira está situada inicialmente no plano perpendicular ao campo e possui uma resistência R. Se a espira gira 180° em torno do eixo mostrado na figura, calcule a carga que passa pelo ponto P.



Resolução

Analisaremos, inicialmente, apenas *metade* do giro total de 180°, assim:

$$\Phi_{inicial} = NBA \cos 180°$$

$$\Phi_{inicial} = -NBA$$

O fluxo final será nulo, pois a espira estará paralela a $\vec{B}$ nesta situação.

$$\Phi_{final} = 0$$

A variação do fluxo para esta metade do giro será dada por:

$$\Delta\Phi = \Phi_{final} - \Phi_{inicial}$$

$$\Delta\Phi = 0 - (-NBA)$$

$$\Delta\Phi = NBA$$

A f.e.m. induzida média, em módulo, será dada por:

$$E = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \frac{NBA}{\Delta t}$$

A intensidade média de corrente elétrica neste trecho analisado será dada por

$$i = \frac{Q}{\Delta t}$$

mas $i = \dfrac{E}{R}$

Assim: $\dfrac{E}{R} = \dfrac{Q}{\Delta t}$

$$\frac{NBA}{\Delta t\, R} = \frac{Q}{\Delta t}$$

$$Q = \frac{NBA}{R}$$

Nos 90° restantes, para se completar os 180° de giro, teremos essa mesma quantidade de carga passando por P mas com sentido oposto.

A carga total que passa efetivamente por P será então:

$$Q_{total} = \frac{NBA}{R} + \frac{NBA}{R}$$

$$\boxed{Q_{total} = \frac{2NBA}{R}}$$