No dia 2 de setembro, ocorreu um incêndio no Museu Nacional que destruiu grande parte de seu acervo, do qual apenas cerca de 1% estava exposto. Mais antigo do país, esse museu foi fundado por D. João VI em 1818 e está localizado em um palacete imperial, na Quinta da Boa Vista, no Rio de Janeiro. A Organização das Nações Unidas para a Educação e Cultura (Unesco) considerou que o incêndio foi uma grande perda para o Brasil e para a humanidade, comparada à destruição das ruínas da cidade de Palmira, na Síria.

A partir da leitura dos excertos e da charge apresentados a seguir, redija um texto dissertativo-argumentativo em norma padrão da língua portuguesa. Os textos poderão servir como subsídios para a sua argumentação, mas não devem ser integralmente copiados.

Texto 1:

O incêndio que consumiu o Museu Nacional, no Rio ele Janeiro, não pode ser encarado como uma tragédia. Um foco de fogo que destruísse uma obra, mas fosse rapidamente debelado seria uma tragédia. A queima de uma instituição com 200 anos e um acervo de 20 milhões de itens, que não contava com estrutura adequada de prevenção a incêndios, não é um acidente, mas um empreendimento. Um projeto coletivo, pacientemente implementado ao longo do tempo por um Estado e uma sociedade que condenaram seu patrimônio histórico, natural, científico e cultural à inanição. [...]

Esse projeto coletivo não enxerga barreiras ideológicas e matizes políticos. [...] Pois não se trata apenas de recursos financeiros e vontade. Um fogo que consome um museu inteiro é paradigmático da ausência de um projeto nacional que veja esse patrimônio como subsídio fundamental para a construção de um país melhor. E que, portanto, precisaria ser protegido a qualquer custo. Se assim fosse, haveria recursos para monitorar, conservar e estudar nosso patrimônio da mesma forma que existe para garantir o funcionamento dos mais diversos palácios que hospedam os poderes Executivo, Legislativo e Judiciário pelo país. Até porque representantes políticos vêm e vão, mas nossa história fica. O povo seria o primeiro a ocupar palácios para pedir recursos a museus.

Fonte:<http://blogdosakamoto.blogosfera.uol.com.br/2018/09/03 incendio-do-museu-nacional-nao-e-tragedia-mas-fruto-de-um-projeto-de-pais/> Acesso em: set. 2018.

Texto 2:

O Museu Nacional teve menos visitantes em 2017 do que o número de brasileiros que visitou o Museu do Louvre no mesmo ano. O Museu Nacional registrou 192 mil visitantes em 2017, segundo informou a assessoria de imprensa da instituição à BBC News Brasil. No mesmo período, 289 mil brasileiros passaram pelo Louvre, em Paris, na França, uma das principais instituições de arte do mundo, segundo registros do próprio museu. O número de brasileiros que visitaram o museu francês é 50,5% superior à visitação total da instituição brasileira. O Louvre teve um aumento de 82% do número de visitantes do Brasil no ano passado em relação a 2016.

Fonte:<http://noticias.uol.com.br/ciencia/ultimas-noticias/bbc/2018/09/03/em-2017-museu-nacional-teve-menos-visitantes-do-que numero-de-brasileiros-que-foram-ao-louvre>. Acesso em: set 2018.

Texto 3:

Museus em chamas, bibliotecas entregues às traças e prédios históricos devorados por cupins ou simplesmente colocados à venda pelo preço do terreno. Em um cenário de crise econômica e com imposição de um teto para os gastos públicos federais, a Cultura e a preservação do patrimônio histórico acabam sendo uma das primeiras e maiores vítimas. A destruição de boa parte do Museu Nacional na noite de domingo, no Rio de Janeiro, é um exemplo extremo do que se repete silenciosa e diariamente em todo o país.

São Paulo, o Estado mais rico do país, se tornou uma vitrine do descaso com o patrimônio. Já arderam nas chamas o Teatro Cultura Artística, em 2008, o Memorial da América Latina, em 2013, o Museu da Língua Portuguesa, em 2015, e a Cinemateca, em 2016. Por fim, o Museu do Ipiranga, um dos mais importantes do país, encontra-se fechado há cinco anos para reformas. O Conselho de Defesa do Patrimônio Histórico, Arqueológico, Artístico e Turístico do Estado de São Paulo, Condephaat, por exemplo, dispõe de apenas 50.000 reais para realizar a manutenção e avaliação preventiva de 2.000 bens tombados em 645 municípios neste ano. Outros 75.000 reais são recursos vinculados que, por problemas burocráticos, não são utilizados pelo órgão, segundo a reportagem apurou. De acordo com fontes da entidade, o valor pleiteado foi de 1 milhão de reais para que o conselho pudesse desempenhar sua função de forma adequada.

Fonte:<https://brasil.elpais.com/brasil/2018/09/03/politica153602917.439429.html?rel=str.articulo#1537583855784>. Acesso em: set. 2018.

Texto 4:

Fonte: <https://www.diariodocentrodomundo.com.br/aqui-jaz-o-brasil-incendio-no-museu-nacional-por-carlos-latuff/>. Acesso em: set. 2018.

Comentário à proposta de Redação

O candidato deveria escrever uma dissertação-argumentativa, baseando-se nos textos motivadores e na charge apresentada, todos tratando do incêndio do Museu Nacional no Rio de Janeiro. O primeiro texto denuncia "um projeto coletivo" de omissão da sociedade e dos governantes em relação ao que representa a história e a cultura do país, alegando a negligência na manutenção do museu, pois o incêndio destruiu um acervo enorme, não algumas peças, por não haver estrutura adequada para proteger o patrimônio cultural que remontava desde o reinado de D. João VI. O segundo texto apresenta dados estatísticos comparativos de visitas ao Museu Nacional e ao Louvre, constatando que esse último foi visitado pelo dobro de brasileiros que visitaram a instituição brasileira no mesmo período. O terceiro texto expõe a situação precária do patrimônio cultural no Brasil em meio a uma crise econômica, mesmo no estado mais rico da federação, que coleciona incidentes com seus museus e um orçamento abaixo do necessário. Por fim, a charge traz a imagem de um museu em chamas, cujo alicerce é a palavra "cultura", e o epitáfio "aqui jaz", frequentemente visto em lápides.

O candidato deveria deduzir o tema de sua redação da leitura dos quatro textos apresentados, que poderia ser resumido como o descaso com o patrimônio histórico, cultural e artístico no Brasil, representado não só pelo incêndio do Museu Nacional, como também os citados Museu da Língua Portuguesa, a Cinemateca, o Memorial da América Latina e o Teatro Cultura Artística.

Dessa forma, seria necessário que o vestibulando estabelecesse a importância de se debater a tragédia que destruiu o Museu Nacional e um acervo insubstituível, que era patrimônio de todos os brasileiros, parte da história e da cultura da nação. Ao

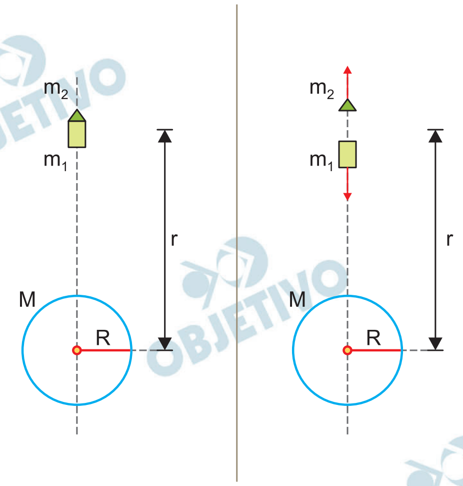
desenvolver sua argumentação, sem copiar os textos motivadores, deveria abordar as diversas causas desse evento e de outros correlatos, entre elas: a falta de vontade política de priorizar os gastos com cultura e educação; a burocracia que muitas vezes atravanca a distribuição de verbas; a pouca valorização que o próprio cidadão brasileiro dá a sua história; a negligência na manutenção dos prédios públicos, o que provocou tantos acidentes no país e, caso essa incúria se mantenha, eles voltarão a ocorrer. Para enriquecer a discussão, poder-se-ia traçar uma comparação entre a pouca importância que o Brasil dá à sua memória nacional e a valorização que os países desenvolvidos dão a seu patrimônio histórico, gerando do turismo recursos para manutenção. O sociólogo Herbert de Souza, o Betinho, dizia que "Um país não muda pela sua economia, sua política e nem mesmo sua ciência; muda sim pela sua cultura". Assim também sobre o assunto, há uma frase atribuída a Fernando Pessoa: "A cultura é a alma de um povo, sua identidade". Pode-se citar também o pensador Edmund Burke, que cunhou a famosa frase "Um povo que não conhece a sua história está condenado a repeti-la".

Quando precisar use os seguintes valores para as constantes:

Aceleração da gravidade $g = 10\ m/s^2$, permeabilidade magnética do vácuo $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\ N/A^2$, massa molar do neônio $M_{Ne} = 20$ g/mol e massa molar do nitrogênio gasoso $M_{N_2} = 28$ g/mol.

1

Conforme a figura, um veículo espacial, composto de um motor-foguete de massa m_1 e carga útil de massa m_2, é lançado verticalmente de um planeta esférico e homogêneo de massa M e raio R. Após esgotar o combustível, o veículo permanece em voo vertical até atingir o repouso a uma distância r do centro do planeta. Nesse instante um explosivo é acionado, separando a carga útil do motor-foguete e impulsionando-a verticalmente com velocidade mínima para escapar do campo gravitacional do planeta.



Desprezando forças dissipativas, a variação de massa associada à queima do combustível do foguete e efeitos de rotação do planeta, e sendo G a constante de gravitação universal, determine

a) o trabalho realizado pelo motor-foguete durante o 1º estágio do seu movimento de subida e

b) a energia mecânica adquirida pelo sistema devido à explosão.

Resolução

a) Aplicação do teorema da energia cinética:

$\tau_{total} = \Delta E_{cin}$

Admitindo-se que o foguete parte do repouso da superfície do planeta e volta ao repouso a uma distância r do centro do planeta, temos:

$\tau_P + \tau_{motor} = 0$

$\tau_{motor} = -\tau_P$

$\tau_P = -\Delta E_{pot}$

$\tau_{motor} = \Delta E_{pot} = E_{pot_f} - E_{pot_i}$

$$\tau_{motor} = -\frac{GM\,(m_1 + m_2)}{r} + \frac{GM\,(m_1 + m_2)}{R}$$

$$\tau_{motor} = GM\,(m_1 + m_2)\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{r}\right)$$

$$\boxed{\tau_{motor} = GM\,(m_1 + m_2)\,\frac{(r - R)}{Rr}}$$

b) 1) A velocidade escalar mínima para a carga útil de massa m_2 escapar do campo gravitacional do planeta ocorre quando sua energia mecânica total é nula.

$$E_m = -\frac{G\,M\,m_2}{r} + \frac{m_2 V_2^2}{2} = 0$$

$$V_2^2 = \frac{2\,G\,M}{r}$$

$$V_2 = \sqrt{\frac{2\,G\,M}{r}}$$

2) Conservação da quantidade de movimento no ato da explosão:

$Q_2 = Q_1$

$m_2 V_2 = m_1 V_1$

$$\boxed{V_1 = \frac{m_2 V_2}{m_1} = \frac{m_2}{m_1}\sqrt{\frac{2\,G\,M}{r}}}$$

3) A energia mecânica liberada na explosão é dada pela soma das energias cinéticas adquiridas pelo motor-foguete e pela carga últil:

$$E_m = \frac{m_1 V_1^2}{2} + \frac{m_2 V_2^2}{2}$$

$$E_m = \frac{m_1}{2} \cdot \frac{m_2^2}{m_1^2} \cdot \frac{2\,G\,M}{r} + \frac{m_2}{2} \cdot \frac{2\,G\,M}{r}$$

$$E_m = \frac{G\,M\,m_2}{r}\left(\frac{m_2}{m_1} + 1\right)$$

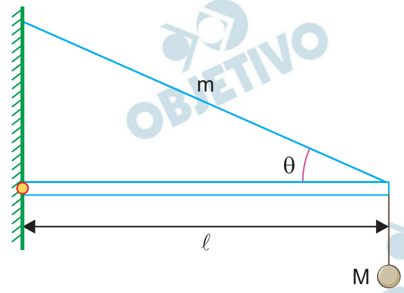
$$\boxed{E_m = \frac{G\,M\,m_2}{r}\left(\frac{m_2 + m_1}{m_1}\right)}$$

Respostas: a) $\tau_{motor} = GM\,(m_1 + m_2)\,\dfrac{(r - R)}{Rr}$

b) $E_m = \dfrac{G\,M\,m_2}{r}\left(\dfrac{m_2 + m_1}{m_1}\right)$

2

Na figura, um braço articulado de massa desprezível e de comprimento *l* tem sua extremidade fixada a uma corda homogênea de massa m, que o mantém sempre na horizontal. Nessa mesma extremidade é fixado um fio inextensível, também de massa desprezível, que sustenta um objeto de massa M. Esse dispositivo permite a medida de frequências sonoras pela observação da ressonância entre o som e a corda oscilando em seu modo fundamental.

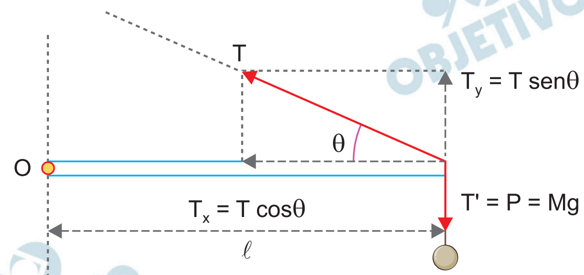


a) Determine a frequência medida pelo dispositivo em função das massas m e M, do comprimento *l*, da aceleração da gravidade g e do ângulo θ entre a corda e o braço.

b) Considere esse dispositivo instalado na única boca de um túnel inacabado em cujo interior são geradas ondas sonoras. Determine o comprimento L do túnel, sabendo-se que dois modos consecutivos de vibração do ar são medidos, respectivamente, pela substituição de M pelas massas M_1 e M_2, com $M_2 > M_1$, A resposta deve ser explicitada em função de m, *l*, θ, g, M_1 , M_2 e da velocidade do som no ar v_s.

Resolução

a) I) Equilíbrio do braço articulado:

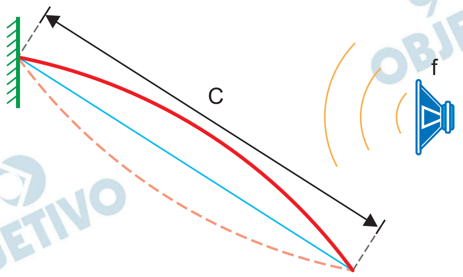


Torque nulo em relação à articulação O:

$$T_y\,\ell = T'\ell \Rightarrow T \text{ sen } \theta = Mg$$

Logo: $\boxed{T = \dfrac{Mg}{\text{sen } \theta}}$

II) Sendo C o comprimento vibratório e λ o comprimento de onda presente na corda, tem-se:



$$C = \frac{\lambda}{2}$$

$$C = \frac{V}{2f}$$

Da qual: $f = \frac{V}{2C}$

Mas: $\cos\theta = \frac{\ell}{C} \Rightarrow C = \frac{\ell}{\cos\theta}$

Logo: $f = \frac{V}{2 \cdot \frac{\ell}{\cos\theta}} \Rightarrow \boxed{f = \frac{\cos\theta}{2\ell} V}$ (1)

III) Fórmula de Taylor: $V = \sqrt{\frac{T}{\rho}}$

$$V = \sqrt{\frac{TC}{m}}$$

$$\boxed{V = \sqrt{\frac{Mg\,\ell}{m\,\text{sen}\,\theta \cdot \cos\theta}}} \quad (2)$$

IV) Substitutindo-se (1) em (2):

$$f = \frac{\cos\theta}{2\ell}\sqrt{\frac{Mg\,\ell}{m\,\text{sen}\,\theta \cdot \cos\theta}}$$

Da qual se obtém:

$$\boxed{f = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{Mg\cos\theta}{\ell\, m\,\text{sen}\,\theta}}}$$

b) O tubo sonoro constituído pelo túnel é aberto em uma extremidade e fechado na extremidade oposta.
Sendo f e f’ as frequências associadas a dois harmônicos de ordem ímpar consecutivos, a diferença f’ – f, com f’ > f, fica determinada por:

$$f' - f = \frac{V_s}{2L} \Rightarrow L = \frac{V_s}{2(f' - f)}$$

Portanto:

$$f' = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{M_2 g\cos\theta}{\ell m \operatorname{sen}\theta}} \quad e \quad f = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{M_1 g\cos\theta}{\ell m \operatorname{sen}\theta}}$$

Substituindo-se, segue-se que:

$$L = \frac{V_s}{2\left(\frac{1}{2}\sqrt{\frac{M_2 g\cos\theta}{\ell m \operatorname{sen}\theta}} - \frac{1}{2}\sqrt{\frac{M_1 g\cos\theta}{\ell m \operatorname{sen}\theta}}\right)}$$

Portanto, a expressão de L é:

$$\boxed{L = \frac{V_s}{\sqrt{\frac{M_2\, g\cos\theta}{\ell m \operatorname{sen}\theta}} - \sqrt{\frac{M_1\, g\cos\theta}{\ell m \operatorname{sen}\theta}}}}$$

Respostas: a) $f = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{Mg\cos\theta}{\ell\, m \operatorname{sen}\theta}}$

b) $L = \frac{V_s}{\sqrt{\frac{M_2\, g\cos\theta}{\ell m \operatorname{sen}\theta}} - \sqrt{\frac{M_1\, g\cos\theta}{\ell m \operatorname{sen}\theta}}}$

3

Uma estação espacial, Kepler, estuda um exoplaneta cujo satélite natural tem órbita elíptica de semieixo maior a_0 e período T_0, sendo $d = 32a_0$ a distância entre a estação e o exoplaneta. Um objeto que se desprende de Kepler é atraído gravitacionalmente pelo exoplaneta e inicia um movimento de queda livre a partir do repouso em relação a este. Desprezando a rotação do exoplaneta, a interação gravitacional entre o satélite e o objeto, bem como as dimensões de todos os corpos envolvidos, calcule em função de T_0 o tempo de queda do objeto.

Resolução

1) **Vamos imaginar que o objeto estivesse em órbita circular de raio $R = 16a_0$ em torno do exoplaneta. O seu período será calculado pela 3.ª Lei de Kepler:**

$$\frac{R^3}{T^2} = \frac{a_0{}^3}{T_0{}^2} \Rightarrow \frac{(16a_0)^3}{T^2} = \frac{a_0{}^3}{T_0{}^2}$$

$$T^2 = 2^{12} \cdot T_0^2 = \boxed{T = 2^6\, T_0}$$

2) **De acordo com a 3.ª Lei de Kepler, o período só depende do planeta e do eixo maior da órbita. Se transformarmos a órbita circular de raio $R = 16a_0$ numa órbita elíptica de eixo maior $32a_0$, o período continuaria o mesmo, T.**
   Neste caso, a elipse iria degenerar em um segmento de reta e a velocidade da estação seria nula e o tempo gasto para chegar ao exoplaneta seria a metade do período:

$$T_Q = \frac{T}{2} = \boxed{T_Q = 2^5\, T_0}$$

Resposta: $2^5\, T_0$

Um espelho côncavo de distância focal 12 cm reftete a imagem de um objeto puntiforme situado no seu eixo principal a 30 cm de distância. O objeto, então, inicia um movimento com velocidade $\vec{v}_o$ de módulo 9,0 m/s. Determine o módulo e o sentido do vetor velocidade inicial da imagem, $\vec{v}_i$, nos seguintes casos:

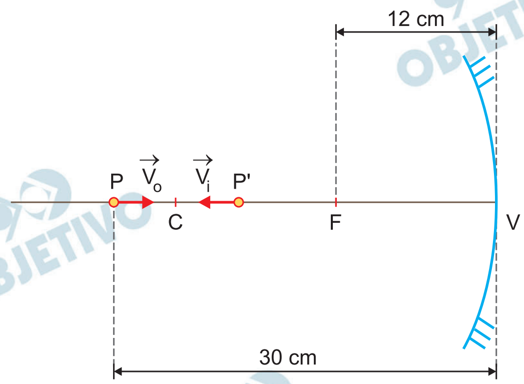
a) o objeto desloca-se ao longo do eixo principal do espelho.

b) o objeto desloca-se perpendicularmente ao eixo principal do espelho.

Dado: $(1 + x)^{-1} \approx 1 - x$, para $|x| \ll 1$.

Resolução

a) **Admitamos a situação inicial abaixo e verifiquemos algebricamente que o sentido do movimento da imagem é oposto ao do movimento do objeto.**



Equação de Gauss:

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{f} \Rightarrow p^{-1} + (p')^{-1} = \frac{1}{f}$$

Derivando-se esta expressão em relação ao tempo, vem:

$$-1p^{-2}v_o - 1\,(p')^{-2}\,v_i = 0 \Rightarrow \boxed{\frac{v_i}{v_o} = -\left(\frac{p'}{p}\right)^2}$$

No instante inicial:

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{30} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{12}$$

$$\frac{1}{p'} = \frac{1}{12} - \frac{1}{30} \Rightarrow \frac{1}{p'} = \frac{5-2}{60}$$

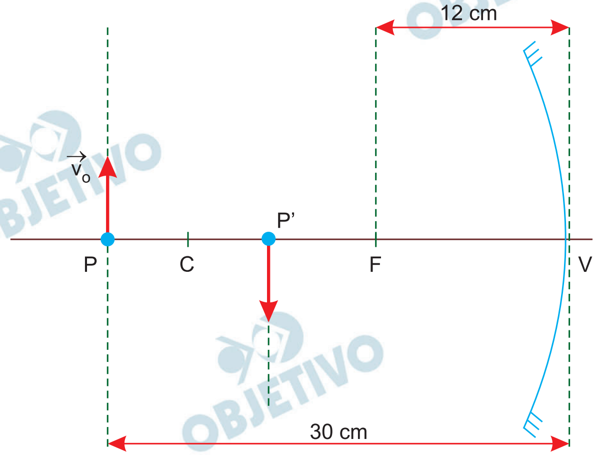
$$\boxed{p' = 20\text{cm}}$$

Substituindo-se os valores conhecidos na expressão anterior, temos:

$$\frac{v_i}{-9{,}0} = -\left(\frac{20}{30}\right)^2 \Rightarrow \boxed{v_i = 4{,}0\text{m/s}}$$

O sentido de $\vec{v}_i$ é oposto em relação ao de $\vec{v}_o$, como mencionamos.

b)



$$A = \frac{i}{o} = -\frac{p'}{p}$$

Sendo p = 30cm e p' = 20cm, vem:

$$\frac{v_i \, \Delta t}{v_o \, \Delta t} = -\frac{20}{30}$$

$$\frac{v_i}{9{,}0} = -\frac{2}{3} \Rightarrow \boxed{v_i = -6{,}0\text{m/s}}$$

Também aqui, o sentido de $\vec{v}_i$ é oposto ao de $\vec{v}_o$.

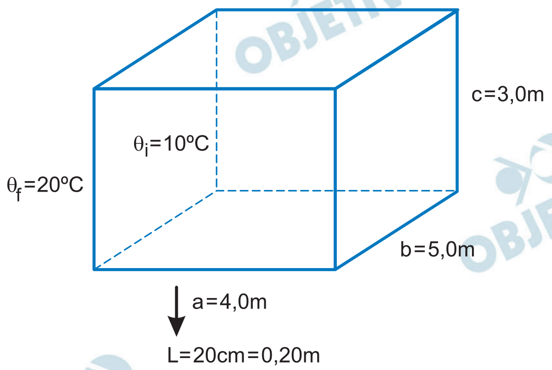
Respostas: a) $|\vec{v}_i| = 4{,}0\text{m/s}$ (sentido oposto a $\vec{v}_o$)

b) $|\vec{v}_i| = 6{,}0\text{m/s}$ (sentido oposto a $\vec{v}_o$)

5

Uma empresa planeja instalar um sistema de refrigeração para manter uma sala de dimensões 4,0 m x 5,0 m x 3,0 m a uma temperatura controlada em torno de 10°C. A temperatura média do ambiente não controlado é de 20°C e a sala é revestida com um material de 20 cm de espessura e coeficiente de condutibilidade térmica de 0,60 W/m°C. Sabendo que a eficiência do sistema de refrigeração escolhido é igual a 2,0 e que o custo de 1 kWh é de R$ 0,50, estime o custo diário de refrigeração da sala.

Resolução



Área lateral da sala:

$A = 2\,(ab + bc + ac)$

$A = 2\,(4{,}0 \,.\, 5{,}0 + 5{,}0 \,.\, 3{,}0 + 4{,}0 \,.\, 3{,}0)\ (m^2)$

$A = 2\,(20{,}0 + 15{,}0 + 12{,}0)\ (m^2)$

$A = 2 \,.\, 47{,}0\ (m^2)$

$\boxed{A = 94{,}0m^2}$

Fluxo de calor:

$$\Phi = \frac{K\,A\,(\theta_F - \theta_i)}{L}$$

$$\Phi = \frac{0{,}60 \,.\, 94{,}0 \,.\, (20 - 10)}{0{,}20}\ (W)$$

$\Phi = 3{,}0 \,.\, 94{,}0 \,.\, 10\ (W)$

$\boxed{\Phi = 2820W}$

$$\boxed{\text{Eficiência do sistema de refrigeração}} = \frac{\text{calor removido}}{\text{trabalho do motor}}$$

$$e = \frac{\Phi}{Pot}$$

$$Pot = \frac{\Phi}{e}$$

$$Pot = \frac{2820}{2}\ (W)$$

$$\boxed{Pot = 1410W = 1,41\ kW}$$

$E_{e\ell} = Pot \ . \ \Delta t$

$E_{e\ell} = 1,41kW \ . \ 24h$

$E_{e\ell} = 33,84kWh$

Custo da energia elétrica	=	Energia elétrica	.	Preço do kWh

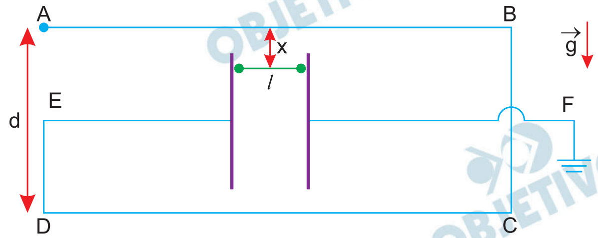
$Custo = E_{e\ell} \ . \ p$

$$Custo = (33,84\ kWh)\ .\ \frac{R\$\ 0,50}{kWh}$$

$$\boxed{Custo = R\$\ 16,92}$$

6

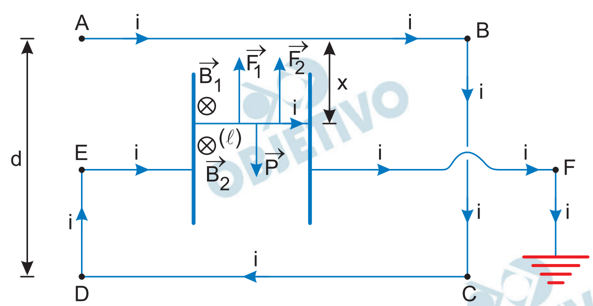
Um condutor muito longo ABCDEF é interrompido num trecho, onde é ligado a guias metálicas pelas quais desliza sem atrito um condutor metálico rígido de comprimento l = 10 cm e massa m = 5,0 mg, mantendo o contato elétrico e a passagem de corrente pelo sistema contido no plano vertical, conforme esquematizado na figura. O potencial elétrico no terminal A é V_0 = 1,0 V e o sistema como um todo possui resistência R = 0,10 Ω. Sendo a distância d = 18 cm e considerando apenas o efeito dos segmentos longos $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$ sobre o condutor móvel, determine a distância de equilíbrio x indicada na figura.



Resolução

A corrente elétrica circula do ponto A (1,0V) para o ponto F (ligado à terra; zero volt). Temos:

$$U = R \cdot i \Rightarrow 1{,}0 = 0{,}10\, i \Rightarrow \boxed{i = 10{,}0A}$$



A corrente elétrica em AB gera sobre o condutor móvel um campo magnético $\vec{B}_1$ cujo sentido, dado pela regra da mão direita, é representado na figura anterior. Do mesmo modo, a corrente elétrica CD gera $\vec{B}_2$, cujo sentido é também dado na figura.

Sejam $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$ as forças magnéticas geradas por $\vec{B}_1$ e $\vec{B}_2$ sobre a corrente do condutor móvel. Os respectivos sentidos foram determinados pela regra da mão esquerda.

Os respectivos módulos são:

$$B_1 = \frac{\mu \cdot i}{2\pi x} \qquad B_2 = \frac{\mu \cdot i}{2\pi (d - x)}$$

$$F_1 = B_1 \cdot i \cdot \ell = \frac{\mu \cdot i^2 \cdot \ell}{2\pi\, x}$$

$$F_2 = B_2 \cdot i \cdot \ell = \frac{\mu \cdot i^2 \cdot \ell}{2\pi\, (d - x)}$$

No equilíbrio do condutor a força resultante é nula.

Em módulo, temos:

$$F_1 + F_2 = P$$

$$\frac{\mu \cdot i^2 \cdot \ell}{2\pi}\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{d - x}\right) = m \cdot g$$

$$\frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot (10{,}0)^2 \cdot 10 \cdot 10^{-2}}{2\pi}\left(\frac{d}{x \cdot (d - x)}\right) = 5{,}0 \cdot 10^{-6} \cdot 10$$

$$2{,}0 \cdot 10^{-6}\left(\frac{18 \cdot 10^{-2}}{x \cdot (18 \cdot 10^{-2} - x)}\right) = 50 \cdot 10^{-6} \text{ (un. SI)}$$

$$\left(\frac{18 \cdot 10^{-2}}{x \cdot (18 \cdot 10^{-2} - x)}\right) = 25$$

$$25\,x\,(18 \cdot 10^{-2} - x) = 18 \cdot 10^{-2}$$

$$-25x^2 + 4{,}5x = 18 \cdot 10^{-2}$$

$$25x^2 - 4{,}5x + 18 \cdot 10^{-2} = 0$$

$$x = \frac{+4{,}5 \pm \sqrt{(4{,}5)^2 - 4 \cdot 25 \cdot 18 \cdot 10^{-2}}}{2 \cdot 25}$$

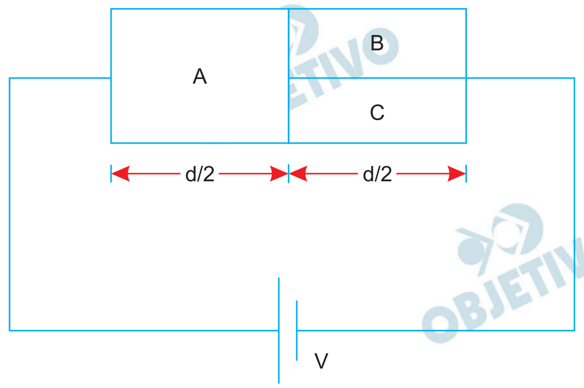
$$x_1 = \frac{4{,}5 + 1{,}5}{50}\,m \Rightarrow x_1 = 0{,}120m \text{ ou } \boxed{x_1 = 12{,}0cm}$$

$$x_2 = \frac{4{,}5 - 1{,}5}{50}\,m \Rightarrow x_2 = 0{,}060m \text{ ou } \boxed{x_2 = 6{,}0cm}$$

Respostas: 6,0cm ou 12,0cm

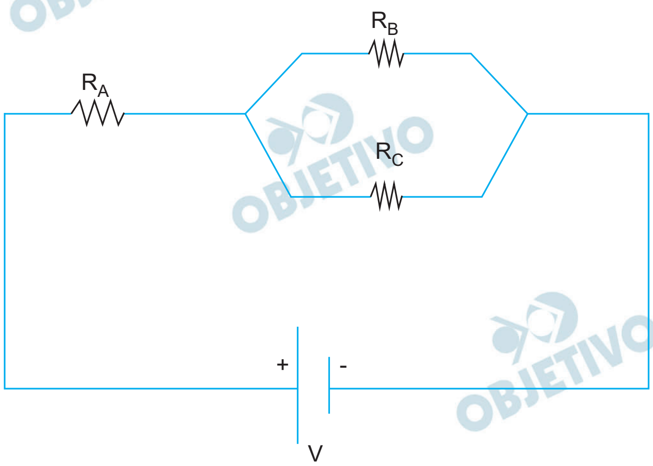
7

A figura mostra um circuito simples em que um gerador ideal fornece uma d.d.p. V aos blocos retangulares A, B e C, sendo os dois últimos de mesmas dimensões. Esses três são constituídos por materiais distintos de respectivas condutividades elétricas σ_A, σ_B e σ_C, tais que $\sigma_A = 3\sigma_C$ e $\sigma_B = 2\sigma_C$. Considerando que a área da seção transversal à passagem de corrente do bloco A é o dobro da de B, e sendo P_A, P_B e P_C as respectivas potências dissipadas nos blocos, determine as razões P_B/P_A e P_C/P_A.



Resolução

O circuito dado pode ser modelado conforme o esquema abaixo:



São dadas as condutividades elétricas σ_A, σ_B e σ_C, tais que $\sigma_A = 3\sigma_C$ e $\sigma_B = 2\sigma_C$. Sendo a resistividade elétrica o inverso da condutividade, temos:

$$\frac{1}{\rho_A} = 3 \cdot \frac{1}{\rho_C} \Rightarrow \rho_A = \frac{\rho_C}{3}$$

$$\frac{1}{\rho_B} = 2 \cdot \frac{1}{\rho_C} \Rightarrow \rho_B = \frac{\rho_C}{2}$$

As resistências elétricas dos blocos A, B e C são dadas por:

$$R_A = \rho_A \frac{d/2}{A_A} \; ; \; R_B = \rho_B \frac{d/2}{A_B} \; ; \; R_C = \rho_C \frac{d/2}{A_C}$$

Sendo $A_A = 2A_B$ e $A_A = 2A_C$, vem:

$$R_A = \frac{\rho_C}{3} \cdot \frac{d/2}{2A_B} \; ; \; R_B = \frac{\rho_C}{2} \cdot \frac{d/2}{A_B} \; ;$$

$$R_C = \rho_C \cdot \frac{d/2}{A_B}$$

Indicando por R a resistência elétrica de A, temos:

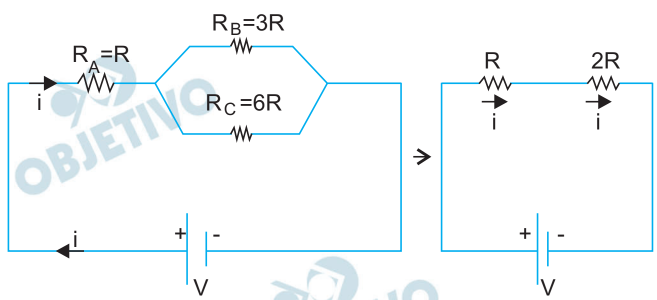
$$R_A = R = \frac{\rho_C}{6} \cdot \frac{d/2}{A_B}$$

$$R_B = \frac{\rho_C}{2} \cdot \frac{d/2}{A_B}$$

$$\frac{R_A}{R_B} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{R}{R_B} = \frac{1}{3} \Rightarrow \boxed{R_B = 3R}$$

$$\frac{R_A}{R_C} = \frac{1}{6} \Rightarrow \boxed{R_C = 6R}$$

O circuito fica:



Ddp em cada resistor:

$$V = (3R) \cdot i$$

$$\therefore \; U_A = Ri = \frac{V}{3}$$

Logo, as ddps em B e C são iguais a $\dfrac{2V}{3}$.

Cálculo das potências:

$$P_A = \frac{U_A^2}{R_A} \Rightarrow P_A = \frac{(V/3)^2}{R} = \frac{V^2}{9R}$$

$$P_B = \frac{U_B^2}{R_B} \Rightarrow P_B = \frac{(2V/3)^2}{3R} = \frac{4V^2}{27R}$$

$$\frac{P_B}{P_A} = \frac{4V^2/27R}{V^2/9R} \Rightarrow \boxed{\frac{P_B}{P_A} = \frac{4}{3}}$$

$$P_C = \frac{U_C^2}{R_C} \Rightarrow P_C = \frac{(2V/3)^2}{6R} = \frac{4V^2/9}{6R}$$

$$\frac{P_C}{P_A} = \frac{4V^2/54R}{V^2/9R} \Rightarrow \boxed{\frac{P_C}{P_A} = \frac{2}{3}}$$

Respostas: $\frac{P_B}{P_A} = \frac{4}{3}$

$$\frac{P_C}{P_A} = \frac{2}{3}$$

8

Sejam T, P, V e ρ, respectivamente, a temperatura, a pressão, o volume e a densidade de massa de um meio gasoso no qual há propagação de ondas sonoras.

a) Supondo uma expressão empírica para a velocidade da onda sonora em um gás, $v_s = KT^aP^bV^c\rho^d$, em que K é um número real, determine os expoentes a, b, c e d.

b) Considere uma onda sonora que se propaga em um sistema composto por dois ambientes contendo, respectivamente, os gases neônio, mantido à temperatura T_1, e nitrogênio, à temperatura $T_2 = 5T_1/3$. Os ambientes estão separados entre si por uma membrana fina, impermeável e termoisolante, que permite a transmissão do som de um para outro ambiente. Considerando a constante do item anterior dada por $K = \sqrt{\gamma}$, em que γ é o coeficiente de Poisson do meio gasoso no qual o som se propaga, determine a razão numérica entre as respectivas velocidades de propagação do som nos gases.

Resolução

a) $V_s = k\,T^a\,P^b\,V^c\,\rho^d$

$LT^{-1} = \theta\,(ML^{-1}T^{-2})^b\,(L^3)^c\,(ML^{-3})^d$

$LT^{-1} = M^{b+d}\,L^{-b+3c-3d}\,T^{-2b}\,\theta^a$

$b + d = 0$

$-b + 3c - 3d = 1 \Rightarrow$ $\boxed{a = 0}$ $\boxed{b = \frac{1}{2}}$ $\boxed{d = -\frac{1}{2}}$

$-2b = -1$

$a = 0$

$$-\frac{1}{2} + 3c + \frac{3}{2} = 1$$

$$3c + \frac{3}{2} = \frac{3}{2}$$

$$\boxed{c = 0}$$

b) $V_s = \sqrt{\gamma}\sqrt{\dfrac{p}{\rho}}$

Para o gás neônio (monoatômico): $C_p = \dfrac{5}{2}R$ e

$C_V = \dfrac{3}{2}R$

Para o gás nitrogênio (diatômico): $C'_p = \dfrac{7}{2}R$ e

$C_V = \dfrac{5}{2}R$

Para o gás neônio: $\gamma_1 = \dfrac{C_p}{C_V} = \dfrac{5}{3}$

Para o gás nitrogênio $\gamma_2 = \frac{7}{5}$

Da Equação de Clapeyron:

$$pV = \frac{m}{M} RT \Rightarrow p = \frac{\rho R T}{M} \Rightarrow \boxed{\frac{p}{\rho} = \frac{RT}{M}}$$

Portanto: $\boxed{V_s = \sqrt{\frac{\gamma R T}{M}}}$

$$\frac{V_1}{V_2} = \sqrt{\frac{\gamma_1}{\gamma_2} \frac{T_1}{T_2} \frac{M_2}{M_1}}$$

Sendo $\frac{T_2}{T_1} = \frac{5}{3}$

$$\frac{\gamma_1}{\gamma_2} = \frac{5}{3} \cdot \frac{5}{7} = \frac{25}{21}$$

$$\frac{M_2}{M_1} \cdot \frac{28}{20} = \frac{7}{5}$$

Portanto: $\frac{V_1}{V_2} = \sqrt{\frac{25}{21} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{7}{5}}$

$$\boxed{\frac{V_1}{V_2} = 1}$$

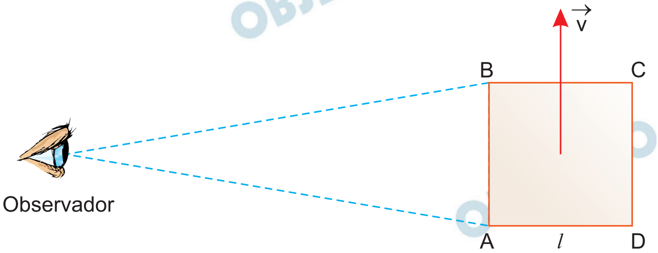
Respostas: a) $a = 0$; $b = \frac{1}{2}$; $c = 0$ e $d = -\frac{1}{2}$

b) $\frac{V_1}{V_2} = 1$

Observação: admitimos na solução que T_1 e T_2 são temperaturas absolutas.

9

Uma placa quadrada de vértices A, B, C, D e lado l, medido em seu referencial de repouso, move-se em linha reta com velocidade de módulo v, próximo ao da velocidade da luz no vácuo c, em relação a um observador localizado a uma distância muito maior que l, conforme ilustra a figura. A imagem percebida pelo observador é formada a partir dos raios de luz que lhe chegam simultaneamente. Sabe-se que o movimento da placa faz com que o observador a perceba girada. Determine em função de v e c o ângulo de giro aparente da placa e indique o seu sentido, sabendo que esta e o observador se situam num mesmo plano.



Resolução

Raios de luz que têm origem nos pontos C e D percorrem uma distância ℓ a mais que os raios que se originam nos pontos B ou A. Os raios de luz com origem em C ou D sofrem um atraso Δt para o observador:

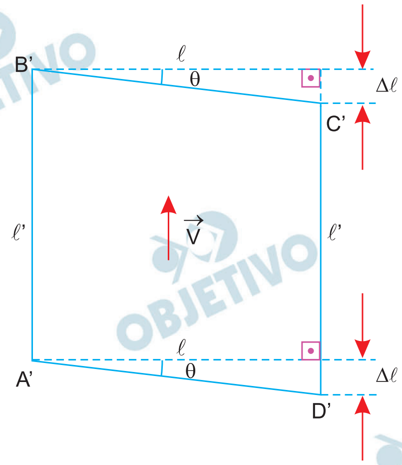
$$\Delta t = \frac{\ell}{c}$$

Para o observador, o segmento $\overline{BA}$ se apresenta adiantando em relação ao segmento $\overline{CD}$ de uma distância $\Delta\ell$ na direção de $\vec{v}$:

$$\Delta\ell = v\,\Delta t$$

$$\Delta\ell = v\,\frac{\ell}{c}$$

Para o observador, a placa se apresenta girada como mostra a figura:



$$\text{tg}\,\theta = \frac{\Delta\ell}{\ell} = v\,\frac{\ell}{\ell c}$$

$$\text{tg}\,\theta = \frac{v}{c}$$

$$\boxed{\theta = \text{arc tg}\left(\frac{v}{c}\right)}$$

Para o observador, a rotação da placa se dá no sentido *B'C'D'A'*.

Obs.: **Como a distância entre o observador e a placa é muito maior que ℓ, o segmento $\overline{B'C'}$ tem comprimento aproximadamente igual a ℓ.**

A placa também sofre uma contração relativística, que ocorre somente na direção de $\vec{v}$. Os segmentos $\overline{B'A'}$ e $\overline{C'D'}$ adquirem um comprimento ℓ' dado pela Transformada de Lorentz:

$$\ell' = \ell\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

Resposta: $\theta = \text{arc tg}\left(\frac{v}{c}\right)$ no sentido B'C'D'A'

10

Considere um elétron confinado no interior de uma cavidade esférica de raio a cuja fronteira é intransponível.

a) Estime o valor do módulo da velocidade (v) e a energia total (E) desse elétron em seu estado fundamental.

b) De acordo com o modelo de Bohr, o estado de menor energia do elétron em um átomo de hidrogênio é caracterizado pela órbita circular de raio r_B, tendo o elétron a velocidade tangencial de módulo V_B. Obtenha a restrição em a/r_B para que ocorra a desigualdade $v > v_B$.

Resolução

a) **Estando o elétron confinado no interior de uma cavidade esférica de raio *a*, a incerteza máxima na determinação de sua posição *x* vale *2a*.**
Sendo *m* a massa do elétron e *h* a constante de Planck de acordo com o princípio da incerteza de Heisenberg , temos:

$$\boxed{\Delta x \,.\, \Delta Q \cong \frac{h}{4\pi}}$$

Para um sistema de coordenadas cartesianas no interior da cavidade o elétron pode se mover nas direções x, y e z com velocidades V_x, V_y e V_z.

Para cada componente de velocidade, teremos:

$$2a \,.\, m\, V_1 = \frac{h}{4\pi}$$

$$\boxed{V_1 = \frac{h}{8\,\pi\, a\, m}}$$

Para a velocidade resultante do elétron:

$$V^2 = V_x^2 + V_y^2 + V_z^2 \text{ com } V_x = V_y = V_z = V_1\text{, vem:}$$

$$V = \sqrt{3}\, V_1 \Rightarrow \boxed{V = \frac{h\sqrt{3}}{8\,\pi\, a\, m}}$$

A energia total associada ao elétron será:

$$E = \frac{m\,V^2}{2} \Rightarrow E = \frac{m}{2}\;\frac{h^2\, 3}{64\,\pi^2\, a^2 m^2}$$

$$\boxed{E = \frac{3\,h^2}{128\,\pi^2\, a^2\, m}}$$

b) No átomo de Bohr as órbitas possíveis são quantizadas:

$$2\pi\, r = n\,\lambda = n\,\frac{mV}{h}$$

Para o estado de menor energia, temos:

$n = 1$: $r = r_B$ e $V = V_B$

$$2\pi\, r_B = \frac{mV_B}{h}$$

$$\boxed{V_B = \frac{h}{2\,\pi\, r_B\, m}}$$

Impondo a condição $V > V_B$, vem:

$$\frac{h\sqrt{3}}{8\,\pi\, a\, m} = \frac{h}{2\,\pi\, r_B\, m}$$

$$\boxed{\frac{a}{r_B} < \frac{\sqrt{3}}{4}}$$

Respostas: a) $V = \dfrac{h\sqrt{3}}{8\,\pi\, a\, m}$; $E = \dfrac{3\,h^2}{128\,\pi^2\, a^2\, m}$

b) $\dfrac{a}{r_B} < \dfrac{\sqrt{3}}{4}$