# MATEMÁTICA

**Convenções:** Consideramos o sistema de coordenadas cartesiano a menos que haja indicação contrária.

$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \ldots\}$ : denota o conjunto dos números naturais.

$\mathbb{R}$ : denota o conjunto dos números reais.

$\mathbb{C}$ : denota o conjunto dos números complexos.

$i$ : denota a unidade imaginária, $i^2 = -1$.

$M_n(\mathbb{R})$ : denota o conjunto das matrizes $n \times n$ de entradas reais.

$\overline{AB}$ : denota o segmento de reta de extremidades nos pontos A e B.

$A\hat{O}B$ : denota o ângulo formado pelas semirretas $\overrightarrow{OA}$ e $\overrightarrow{OB}$, com vértice no ponto O.

$m(\overline{AB})$ : denota o comprimento do segmento $\overline{AB}$

## 1

Seja $x \in \mathbb{R}$. Considere um retângulo R de lados medindo $a = 9x^2 - 5x^4$ e $b = 8x - 8x^3$. Sabendo que o perímetro de R é 8 determine a e b.

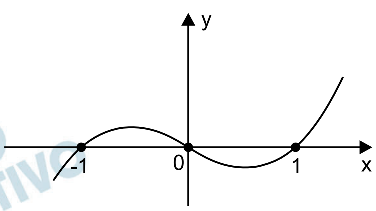
**Resolução**

**1)** $a = 9x^2 - 5x^4 > 0 \Leftrightarrow x^2 . (5x^2 - 9) < 0 \Leftrightarrow$

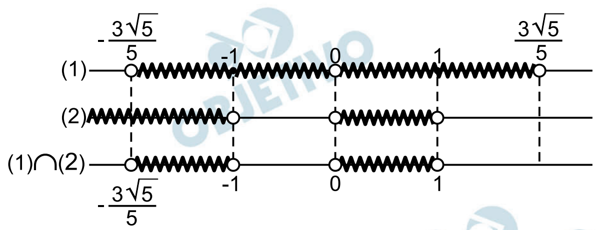
$$\Leftrightarrow -\frac{3\sqrt{5}}{5} < x < \frac{3\sqrt{5}}{5} \text{ e } x \neq 0$$

**2)** $b = 8x - 8x^3 > 0 \Leftrightarrow 8x \cdot (x^2 - 1) < 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x < -1$ **ou** $0 < x < 1$




**3)** **De (1) e (2), temos:**



4) Logo: $-\dfrac{3\sqrt{5}}{5} < x < -1$ ou $0 < x < 1$

5) Se o perímetro do retângulo é 8, então $a + b = 4$ e, portanto, $(9x^2 - 5x^4) + (8x - 8x^3) = 4 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow 5x^4 + 8x^3 - 9x^2 - 8x + 4 = 0$

6) Por verificação, conclui-se que 1 e – 1 são raízes e o polinômio é divisível por $x - 1$ e $x + 1$.

7) Utilizando Briot-Ruffini, temos:

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 5 | 8 | –9 | –8 | 4 | 1 |
| 5 | 13 | 4 | –4 | 0 | –1 |
| 5 | 8 | –4 | 0 | | |

8) Fatorando o polinômio do 4º grau, temos:
$5x^4 + 8x^3 - 9x^2 - 8x + 4 =$
$= (x - 1)(x + 1)(5x^2 + 8x - 4)$

9) $(x - 1)(x + 1)(5x^2 + 8x - 4) = 0 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow x = 1$ ou $x = -1$ ou $x = \dfrac{-8 \pm 12}{10} \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow x = 1$ ou $x = -1$ ou $x = -2$ ou $x = \dfrac{2}{5}$

10) De acordo com o item 4, o único valor possível para x é $\dfrac{2}{5}$

11) Para $x = \dfrac{2}{5}$, temos:

$$a = 9 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^2 - 5 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^4 = \frac{164}{125}$$

$$b = 8 \cdot \frac{2}{5} - 8 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^3 = \frac{336}{125}$$

Respostas: $a = \dfrac{164}{125}$

$b = \dfrac{336}{125}$

## 2

Seja $z \in \mathbb{C}$ e denote por $\Im(z)$ a parte imaginária de z. Determine todos os possíveis $z \in \mathbb{C}$ com $\Im(z) \neq 0$ tais que temos simultaneamente $\Im(z^3) = 0$ e $\Im((1 + z)^3) = 0$.

**Resolução**

**Se $z = a + bi$, com $a \in \mathbb{R}$, $b \in \mathbb{R}^*$, então:**

1) $z^3 = (a + bi)^3 = (a^3 - 3ab^2) + (3a^2b - b^3)i$

2) $Im(z^3) = 0 \Rightarrow 3a^2b - b^3 = 0 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow b \cdot (3a^2 - b^2) = 0 \Leftrightarrow b^2 = 3a^2$, pois $b \neq 0$

3) $(1 + z)^3 = (1 + a + bi)^3 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow (1 + z)^3 = [(1 + a)^3 - 3(1 + a) \,.\, b^2] +$
$+ [3 \cdot (1 + a)^2 \cdot b - b^3] \cdot i$

4) $Im\big((1 + z)^3\big) = 0 \Rightarrow 3(1 + a)^2 \cdot b - b^3 = 0$
$\Rightarrow b \,.\, [3(1 + a)^2 - b^2] = 0 \Leftrightarrow$
$\Rightarrow 3(1 + a)^2 - b^2 = 0$, pois $b \neq 0$

5) De (2) e (4), temos:
$3(1 + a)^2 - 3a^2 = 0 \Leftrightarrow 3 + 6a + 3a^2 - 3a^2 = 0 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow 3 + 6a = 0 \Leftrightarrow a = -\dfrac{1}{2}$

6) $\left(a = -\dfrac{1}{2} \text{ e } b^2 = 3a^2\right) \Rightarrow$

$\Rightarrow b^2 = 3 \,.\, \dfrac{1}{4} \Leftrightarrow b = \pm \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

7) $a = -\dfrac{1}{2}$ e $b = \pm \dfrac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow$

$\Rightarrow z = -\dfrac{1}{2} \pm \dfrac{\sqrt{3}}{2}\, i$

**Respostas:** $z = -\dfrac{1}{2} + \dfrac{\sqrt{3}}{2}\, i$ ou

$z = -\dfrac{1}{2} - \dfrac{\sqrt{3}}{2}\, i$

Seja A a matriz com 5 linhas e 10 colunas cujas entradas $a_{n,m}$ são dadas por

$$a_{n,m} = \begin{cases} 1, & \text{se } m = 1 \\ n + a_{n,(m-1)}, & \text{se } m > 1 \end{cases}.$$

Determine a soma de todas as entradas de A.

**Resolução**

**De acordo com o enunciado, temos que a primeira coluna de A é formada por elementos 1, enquanto nas demais colunas cada elemento será formado pela *soma* da linha em que ele se encontra (n) com o elemento da mesma linha na coluna imediatamente anterior ($a_{n,(m-1)}$).**

**Com isso, temos que**

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \\ 1 & 3 & 5 & 7 & 9 & 11 & 13 & 15 & 17 & 19 \\ 1 & 4 & 7 & 10 & 13 & 16 & 19 & 22 & 25 & 28 \\ 1 & 5 & 9 & 13 & 17 & 21 & 25 & 29 & 33 & 37 \\ 1 & 6 & 11 & 16 & 21 & 26 & 31 & 36 & 41 & 46 \end{bmatrix}$$

**Podemos perceber que as respectivas somas dos elementos das colunas consecutivas de A estão em progressão aritmética de primeiro termo 5 e razão 15.**

**De fato, calculando a soma dos elementos das colunas**

**1ª Coluna** $\Rightarrow a_1 = 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 5$

**2ª Coluna** $\Rightarrow a_2 = 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 20$

**3ª Coluna** $\Rightarrow a_3 = 3 + 5 + 7 + 9 + 11 = 35$

$\vdots$

**10ª Coluna** $\Rightarrow a_{10} = \underbrace{5}_{a_1} + 9 \cdot \underbrace{15}_{r} = 140$

**Assim, temos que a soma dos 10 primeiros termos da PA formada pelas somas dos elementos das 10 colunas de A é dada por**

$$S_{10} = \frac{(a_1 + a_{10})\, 10}{2} = (5 + 140) \cdot 5 \Leftrightarrow S_{10} = 725$$

**Resposta: a soma de todas as entradas de A é igual a 725.**

No jogo da velha, dois jogadores competem em um tabuleiro ordenado formado por 3 linhas e 3 colunas. Os jogadores se alternam marcando uma casa ainda não ocupada até que um deles ocupe toda uma linha, coluna ou diagonal, sendo declarado o vencedor. Quantas configurações diferentes do tabuleiro correspondem à vitória do primeiro jogador na sua terceira jogada?

**Resolução**

**O primeiro jogador vence de 8 formas possíveis:**

**Preechendo qualquer uma das 3 linhas ou das 3 colunas ou das 2 diagonais. Para cada cenário de vitória, o segundo jogador terá marcado 2 das outras 6 casas. Assim, o total de configurações é dado por:**

$$8 \cdot C_{6,2} = 8 \,.\, \frac{6!}{2!\,(6-2)!} = 8 \cdot 15 = 120$$

**Existem 120 configurações diferentes de tabuleiro.**

Considere arccos : $[-1, 1] \rightarrow [0, \pi]$ e arcsen : $[-1,1] \rightarrow [-\pi/2, \pi/2]$. Determine todos os valores de arccos(x) dado que x satisfaz

$$\arccos(x^4) + \text{arcsen}\,(x^2 - 1/4) = \pi/2.$$

**Resolução**

**Sendo $\alpha = \text{arc cos}\,(x^4)$ e $\beta = \text{arc sen}\left(x^2 - \dfrac{1}{4}\right)$, temos:**

$$\alpha + \beta = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \cos\alpha = \text{sen}\,\beta \Leftrightarrow$$

**Assim, temos:**

$$x^4 = x^2 - \frac{1}{4} \Leftrightarrow 4x^4 - 4x^2 + 1 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (2x^2 - 1)^2 = 0 \Leftrightarrow 2x^2 = 1 \Leftrightarrow x = \pm\frac{\sqrt{2}}{2}$$

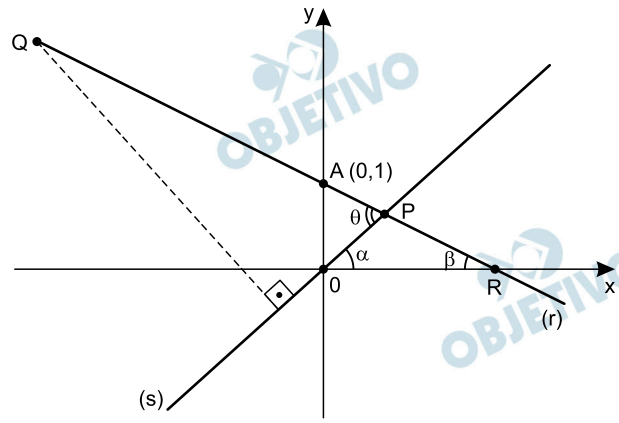
**Logo,** $\text{arc cos}\,x = \text{arc cos}\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right) = \dfrac{\pi}{4}$ **ou**

$$\text{arc cos}\,x = \text{arc cos}\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{3\pi}{4}$$

**Resposta:** $\dfrac{\pi}{4}$ **ou** $\dfrac{3\pi}{4}$

Seja A = (0, 1). Considere a reta r de equação y = 1 – x/4 e seja s uma reta passando pela origem O e que intersecta r no 1º quadrante em um ponto P. Determine o ponto Q do 2º quadrante que pertence a r e dista $\sqrt{2}$ de s sabendo que $A\hat{P}O = \theta$ e que $\tan(\theta) = \dfrac{5}{3}$.

**Resolução**




**I) Sendo $y = 1 - \dfrac{x}{4}$, a equação da reta (r), y = m . x a equação da reta (s) que passa pela origem e $tg\,\theta = \dfrac{5}{3}$, no triângulo OPR, temos:**

$$tg\,\theta = \frac{tg\,\alpha + tg\,\beta}{1 - tg\,\alpha \, . \, tg\,\beta} \Leftrightarrow \frac{5}{3} = \frac{m + \dfrac{1}{4}}{1 - m \, . \dfrac{1}{4}}$$

$$5 - \frac{5m}{4} = 3m + \frac{3}{4} \Leftrightarrow m = 1$$

**Logo, (s) y = x**

**II) As coordenadas de Q são $\left(x_Q ; 1 - \dfrac{x_Q}{4}\right)$, pois Q pertence a (r), e como sua distância até (s) vale $\sqrt{2}$, temos:**

$$\frac{\left| x_Q - 1 + \dfrac{x_Q}{4} \right|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = \sqrt{2} \Leftrightarrow \left| \frac{5x_Q}{4} - 1 \right| = 2$$

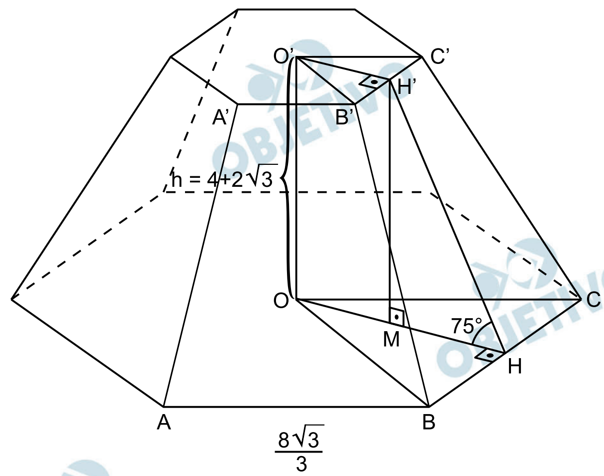
**$\Leftrightarrow x_Q = -\dfrac{4}{5}$, pois Q ∈ 2.º quadrante, portanto**

$$Q\left(-\frac{4}{5} ; \frac{6}{5}\right)$$

**Resposta:** $\left(-\dfrac{4}{5} ; \dfrac{6}{5}\right)$

Considere T um tronco de pirâmide regular de altura $h = 4 + 2\sqrt{3}$ com bases hexagonais paralelas. Sabendo que o lado da maior base hexagonal mede $8\sqrt{3}/3$ e que o ângulo diedral entre as faces laterais e a base do tronco mede 75°, determine o volume de T.

**Resolução**




I) $OH = \dfrac{AB \,.\, \sqrt{3}}{2} = \dfrac{8\sqrt{3}}{3} \cdot \dfrac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow OH = 4$

II) $\text{tg } 75° = \text{tg}(45° + 30°) = \dfrac{1 + \dfrac{\sqrt{3}}{3}}{1 - 1 \,.\, \dfrac{\sqrt{3}}{3}} =$

$= \dfrac{3 + \sqrt{3}}{3 - \sqrt{3}} = 2 + \sqrt{3}$

III) No triângulo retângulo H'MH, temos:

$\text{tg } 75° = \dfrac{H'M}{MH} \Rightarrow 2 + \sqrt{3} = \dfrac{4 + 2\sqrt{3}}{MH} \Rightarrow$

$\Rightarrow MH = 2$

Assim, $O'H' = OM = 4 - 2 \Rightarrow O'H' = 2$

IV) $\Delta BCO \sim \Delta B'C'O' \Rightarrow \dfrac{B'C'}{BC} = \dfrac{O'H'}{OH} \Rightarrow$

$\Rightarrow \dfrac{B'C'}{\dfrac{8\sqrt{3}}{3}} = \dfrac{2}{4} \Rightarrow B'C' = \dfrac{4\sqrt{3}}{3}$

V) $A_{\text{base maior}} = 6 \cdot \dfrac{(BC)^2 \cdot \sqrt{3}}{4} =$

$= 6 \cdot \left(\dfrac{8\sqrt{3}}{3}\right)^2 \cdot \dfrac{\sqrt{3}}{4} = 32\sqrt{3}$

VI) $A_{\text{base menor}} = 6 \cdot \dfrac{(B'C')^2 \cdot \sqrt{3}}{4} =$

$= 6 \cdot \left(\dfrac{4\sqrt{3}}{3}\right)^2 \cdot \dfrac{\sqrt{3}}{4} = 8\sqrt{3}$

VII) $V_{\text{tronco}} = \dfrac{h}{3} \cdot \Big(A_{\text{base maior}} + A_{\text{base menor}} +$

$+ \sqrt{A_{\text{base maior}} \cdot A_{\text{base menor}}}\Big) =$

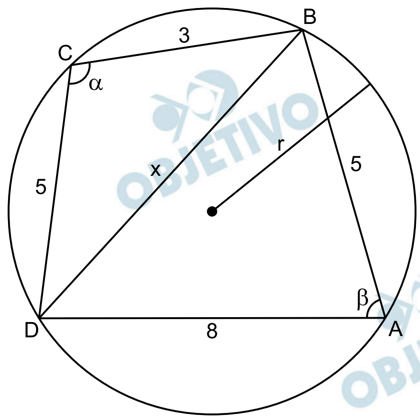
$= \dfrac{4 + 2\sqrt{3}}{3} \cdot \left(32\sqrt{3} + 8\sqrt{3} + \sqrt{32\sqrt{3} \cdot 8\sqrt{3}}\right) =$

$= \dfrac{4 + 2\sqrt{3}}{3} \cdot 56\sqrt{3} = \dfrac{112 \cdot (2\sqrt{3} + 3)}{3}$

**Resposta:** $\dfrac{112 \cdot (2\sqrt{3} + 3)}{3}$

Seja Q um quadrilátero de vértices A, B, C e D cujos lados satisfazem $m(\overline{AB}) = 5 = m(\overline{CD})$, $m(\overline{BC}) = 3$ e $m(\overline{DA}) = 8$. Sabendo que Q é inscrito em uma circunferência de raio r, determine r.

**Resolução**




1) $2\alpha + 2\beta = 360° \Leftrightarrow \alpha + \beta = 180°$

   logo, $\cos \beta = -\cos \alpha$

2) No ΔBCD, temos:

   $x^2 = 3^2 + 5^2 - 2 \,.\, 3 \,.\, 5 \,.\, \cos \alpha \Leftrightarrow$

   $\Leftrightarrow x^2 = 34 - 30 \cos \alpha \quad (I)$

3) No ΔABD, temos:

   $x^2 = 8^2 + 5^2 - 2 \,.\, 8 \,.\, 5 \,.\, \cos \beta \Leftrightarrow$

   $\Leftrightarrow x^2 = 89 + 80 \cos \alpha \quad (II)$

4) De I e II, temos:

   $34 - 30 \cos \alpha = 89 + 80 \cos \alpha \Rightarrow \cos \alpha = -\dfrac{1}{2}$

5) $x^2 = 34 - 30 \,.\, \left(-\dfrac{1}{2}\right) = 49 \Rightarrow x = 7 \; (x > 0)$

6) Como $0 < \alpha < 180°$, $\text{sen}\, \alpha = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

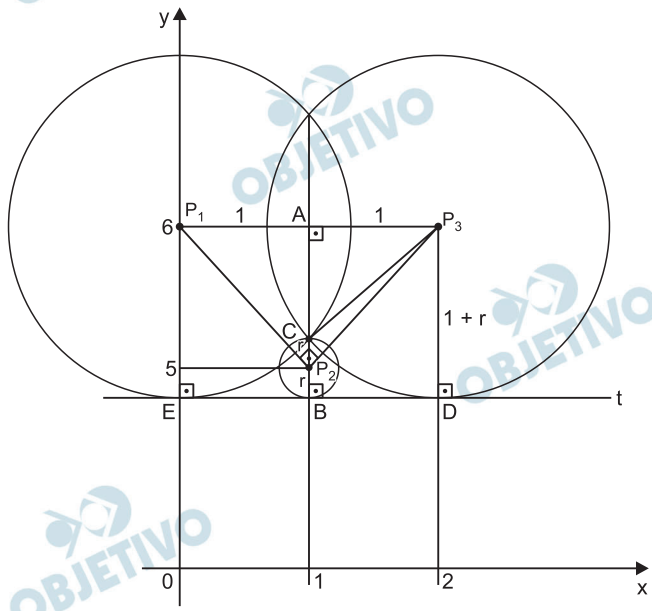
Aplicando a lei dos senos no ΔBCD, temos:

$$\frac{7}{\dfrac{\sqrt{3}}{2}} = 2r \Leftrightarrow r = \frac{7\sqrt{3}}{3}$$

Respostas: $r = \dfrac{7\sqrt{3}}{3}$

Sejam $P_1 = (0, 6)$, $P_2 = (1, 5)$ e $P_3 = (2, 6)$ e sejam $C_1$, $C_2$ e $C_3$ circunferências centradas em $P_1$, $P_2$ e $P_3$, respectivamente. Sabendo que existe uma reta horizontal que é tangente a $C_1$, $C_2$ e $C_3$ determine $C_1 \cap C_2 \cap C_3$ quando este não for vazio.

**Resolução**




**(1) Sendo $C_1 \cap C_2 \cap C_3 = \{C\}$, temos:**

**$AC = AP_2 - r$, sendo r o raio de $C_2$**

**Como $AP_2 = AP_3 = 1$, então $AC = 1 - r$**

**(2) Como a reta tangente t é horizontal:**

**$P_3D = AB = P_1E = AP_2 + r = 1 + r$**

**e $P_3C = 1 + r$, raio de $C_3$**

**(3) Por Pitágoras no $\Delta AP_3C$, temos:**

$$(1 + r)^2 = (1 - r)^2 + 1^2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 1 + 2r + r^2 = 1 - 2r + r^2 + 1 \Leftrightarrow 4r = 1 \Leftrightarrow$$

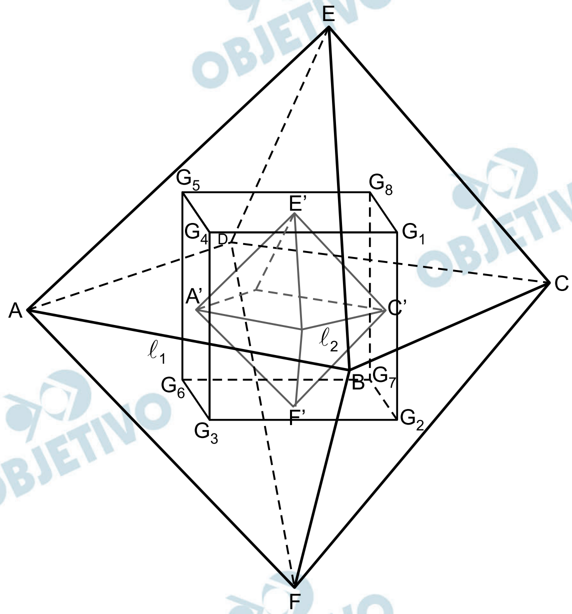
$$\Leftrightarrow r = \frac{1}{4}$$

$$\text{e } C\left(1\,;5 + \frac{1}{4}\right) \Rightarrow C\left(1\,;\frac{21}{4}\right)$$

**Resposta:** $C\left(1\,;\frac{21}{4}\right)$

Considere um octaedro regular de aresta de comprimento $l_2$. Inscreva nesse octaedro um cubo cujos vértices estão nos baricentros das faces do octaedro. Dentro desse cubo inscreva um novo octaedro regular de aresta de comprimento $l_2$ cujos vértices estão nos centros das faces do cubo. Continue com esse processo obtendo uma sequência $l_1$ para $i \in \mathbb{N}$. Determine então o valor da razão $l_{10}/l_1$.

**Resolução**




**I) $AC = \ell_1\sqrt{2}$ (diagonal do quadrado ABCD)**

**II) Como os vértices do cubo são os baricentros das faces do octaedro regular, podemos concluir que a aresta do cubo mede $\frac{1}{3}$ da diagonal do octaedro.**

**Assim, $G_1G_4 = \frac{1}{3} \cdot \ell_1\sqrt{2}$**

**III) Como $A'C' = G_1G_4 = \frac{1}{3} \cdot \ell_1\sqrt{2}$, temos:**

$$\ell_2\sqrt{2} = \frac{1}{3} \cdot \ell_1\sqrt{2} \Leftrightarrow \ell_2 = \frac{1}{3} \cdot \ell_1$$

**De forma análoga, temos:**

$$\ell_3 = \left(\frac{1}{3}\right)^2 \cdot \ell_1$$

$$\ell_4 = \left(\frac{1}{3}\right)^3 \ell_1; \ldots; \ell_{10} = \left(\frac{1}{3}\right)^9 \ell_1$$

Logo, $\dfrac{\ell_{10}}{\ell_1} = \dfrac{\left(\dfrac{1}{3}\right)^9 \ell_1}{\ell_1} = \left(\dfrac{1}{3}\right)^9$

**Resposta:** $\left(\dfrac{1}{3}\right)^9$

**Constantes**

Constante de Avogadro ($N_A$) = $6,02 \times 10^{23}$ mol$^{-1}$

Constante de Faraday (F) = $9,65 \times 10^4$ C.mol$^{-1}$ = = $9,65 \times 10^4$ A.s.mol$^{-1}$ = $9,65 \times 10^4$ J.V$^{-1}$ . mol$^{-1}$

Carga elementar = $1,60 \times 10^{-19}$ C

Constante dos gases (R) = $8,21 \times 10^{-2}$ atm. L.K$^{-1}$ .mol$^{-1}$ = = 8,31 J. K$^{-1}$. mol$^{-1}$ = 1,98 cal. K$^{-1}$. mol$^{-1}$

Constante de Planck (h) = $6,63 \times 10^{-34}$ J.s

Velocidade da luz no vácuo = $3,0 \times 10^8$ m.s$^{-1}$

Número de Euler (e) = 2,72

**Definições**

Pressão:1 atm = 760 mmHg = $1,01325 \times 10^5$ N.m$^{-2}$ = = 1,01325 bar

Energia:1 J = 1 N.m = 1 kg.m$^2$.s$^{-2}$ = $6,24 \times 10^{18}$ eV

Condições normais de temperatura e pressão (CNTP): 0°C e 1 atm

Condições ambientes: 25°C e 1 atm

Condições padrão: 1 bar; concentração das soluções = = 1 mol.L$^{-1}$ (rigorosamente: atividade unitária das espécies); sólido com estrutura cristalina mais estável nas condições de pressão e temperatura em questão.

(s) = sólido. ($\ell$) = líquido. (g) = gás. (aq) = aquoso.

(conc) = concentrado. (ua) = unidades arbitrárias.

u.m.a. = unidade de massa atômica. [X] = concentração da espécie química X em mol.L$^{-1}$

ln X = 2,3 log X

EPH = eletrodo padrão de hidrogênio

Dados eventualmente necessários:

$e^{10} = 2,2 \times 10^4$

**Massas Molares**

| Elemento Químico | Número Atômico | Massa Molar ($g.mol^{-1}$) |
|---|---|---|
| H | 1 | 1,01 |
| B | 5 | 10,81 |
| C | 6 | 12,01 |
| N | 7 | 14,01 |
| O | 8 | 16,00 |
| F | 9 | 19,00 |
| Na | 11 | 22,99 |
| Mg | 12 | 24,30 |
| P | 15 | 30,97 |
| S | 16 | 32,06 |
| C*l* | 17 | 35,45 |
| K | 19 | 39,10 |
| Ca | 20 | 40,08 |
| Mn | 25 | 54,94 |
| Br | 35 | 79,90 |
| Ag | 47 | 107,87 |
| I | 53 | 126,90 |
| Hg | 80 | 200,59 |
| Pb | 82 | 207,19 |
| Pa | 91 | 231,04 |

Considere a seguinte reação química hipotética:

$$2X + Y \rightleftarrows 3Z$$

A velocidade dessa reação é igual à constante de velocidade multiplicada pelas concentrações da espécie X elevada ao quadrado e da espécie Y. A constante de velocidade obedece a equação de Arrhenius:

$$k = A \,.\, e^{\left(\frac{-E_a}{RT}\right)}$$

em que $E_a$ representa a energia de ativação e A representa o fator de frequência. Sabendo-se que a energia de ativação da reação é igual a 24,94 $kJ \cdot mol^{-1}$ a 300 K, concentrações iniciais de X e Y iguais a 0,2 $mol \cdot L^{-1}$ e Z igual a zero, determine o valor numérico da:

a) constante de velocidade da reação inversa, considerando o atingimento do equilíbrio quando a concentração de Z é igual a 0,15 $mol \cdot L^{-1}$.

b) velocidade da reação química, considerando o fator de frequência igual a 25,00 x $e^{10}$ $mol^{-2} \cdot L^2 \cdot s^{-1}$.

**Resolução**

**a)** $2X + Y \rightleftarrows 3Z$

$V_{direta} = k \cdot [X]^2 \cdot [Y]$

$V_{inversa} = k^{-1} \cdot [Z]^3$

**No equilíbrio,** $V_{direta} = V_{inversa}$

$k \cdot [X]^2 \cdot [Y] = k^{-1} [Z]^3$

$$\frac{k}{k^{-1}} = \frac{[Z]^3}{[X]^2 \cdot [Y]} = K_c \text{ (constante de equilíbrio)}$$

**Montando a tabela (em mol/L):**

| | 2X + | Y | ⇄ 3Z |
|---|---|---|---|
| início | 0,2 | 0,2 | 0 |
| reage e forma | 0,10 | 0,05 | 0,15 |
| equilíbrio | (0,2 – 0,10) = 0,10 | (0,2 – 0,05) = 0,15 | 0,15 |

**Cálculo de $K_c$:**

$$K_c = \frac{[Z]^3}{[X]^2 \cdot [Y]}$$

$$K_c = \frac{(0,15)^3}{(0,10)^2 \cdot 0,15} = 2,25$$

**Cálculo da constante de velocidade da reação inversa:**

$$\frac{k}{k^{-1}} = K_c$$

$k^{-1} = K_c^{-1} \cdot k$

$k^{-1} = 2{,}25^{-1} \cdot A \cdot e^{(-E_a/RT)}$

$k^{-1} = 2{,}25^{-1} \cdot 25{,}00 \cdot e^{10} \cdot e^{(-24{,}94.10^3/8{,}31 \cdot 300)}$

$k^{-1} = 2{,}25^{-1} \cdot 25{,}00 \cdot e^{10} \cdot e^{-10{,}004}$

$k^{-1} \cong 11\ L^2/mol^2 \cdot s$

**b) Cálculo da constante de velocidade da reação direta:**

$k = K_c \cdot k^{-1}$

$k = 2{,}25 \cdot 11 = 24{,}7\ L^2/mol^2 \cdot s$

**Cálculo da velocidade inicial:**

$V = k \cdot [X]^2 \cdot [Y]$

$V = 24{,}7 \cdot (0{,}2)^2 \cdot 0{,}2$

$V = 0{,}1970\ mol/L \cdot s$

**Cálculo da velocidade no equilíbrio:**

$V = 24{,}7 \cdot (0{,}10)^2 \cdot 0{,}15$

$V \cong 0{,}037\ mol/L \cdot s$

O método de determinação da quantidade de nitrogênio amoniacal (NHx) em amostras de efluentes baseia-se nas seguintes etapas: (i) alcalinização da amostra, com excesso de base forte para produção de amônia, (ii) a qual é posteriormente destilada e recolhida em uma quantidade conhecida de uma solução padrão de ácido bórico. Após reação da amônia com o ácido, (iii) o borato formado é titulado com uma solução padrão de ácido sulfúrico, formando sulfato de amônio.

Considere que uma amostra de 20,00 mL de efluente com densidade de 1,50 $g \cdot cm^{-3}$ foi alcalinizada com excesso de NaOH e que a titulação do borato consumiu 18,00 mL de uma solução aquosa 0,500 $mol \cdot L^{-1}$ em ácido sulfúrico. Com base nessas informações:

a) escreva as reações químicas balanceadas que representam cada uma das etapas envolvidas nesse método.

b) calcule o valor numérico da massa (em g) de sulfato de amônio formado.

c) calcule o valor numérico da massa (em g) de nitrogênio na amostra.

d) calcule o valor numérico do percentual do elemento N na amostra.

**Resolução**

a) **Considerando o nitrogênio amoniacal como $NH_4^+$, temos:**

**(i)** $NH_4^+(aq) + OH^-(aq) \rightarrow NH_3(g) + H_2O(l)$

**(ii)** $3\ NH_3(g) + H_3BO_3(aq) \rightarrow (NH_4)_3BO_3(aq)$

**(iii)** $2\ (NH_4)_3BO_3(aq) + 3\ H_2SO_4(aq) \rightarrow$

$\rightarrow 3\ (NH_4)_2SO_4(aq) + 2\ H_3BO_3(aq)$

b) **Cálculo da quantidade em mol de $H_2SO_4$ consumido:**

**0,500 mol de $H_2SO_4$ ——— 1 L**

**x ——— 0,018 L**

$\boxed{x = 0{,}009 \text{ mol de } H_2SO_4}$

**Cálculo da quantidade em mol de $(NH_4)_2SO_4$ pela equação (iii):**

**3 mol de $H_2SO_4$ ——— 3 mol de $(NH_4)_2SO_4$**

**0,009 mol de $H_2SO_4$ ——— y**

$\boxed{y = 0{,}009 \text{ mol de } (NH_4)_2SO_4}$

**Cálculo da massa de $(NH_4)_2SO_4$, considerando massa molar $132\ g \cdot mol^{-1}$:**

$$\begin{array}{lcl} 132\ g\ \text{de}\ (NH_4)_2SO_4 & \text{———} & 1\ mol \\ z & \text{———} & 0{,}009\ mol \end{array}$$

$$\boxed{z \cong 1{,}19\ g\ \text{de}\ (NH_4)_2SO_4}$$

**c) Considerando que o nitrogênio se converte em $(NH_4)_2SO_4$ ($M = 132\ g \cdot mol^{-1}$) e que a proporção, neste sal, em mols de nitrogênio ($M = 14\ g \cdot mol^{-1}$), é de 2:1, temos:**

$$\begin{array}{lcl} 1\ mol\ \text{de}\ (NH_4)_2SO_4 & \text{———} & 2\ mols\ \text{de}\ N \\ 132\ g\ \text{de}\ (NH_4)_2SO_4 & \text{———} & 2 \cdot 14\ g\ \text{de}\ N \\ 1{,}19\ g\ \text{de}\ (NH_4)_2SO_4 & \text{———} & x \end{array}$$

$$\boxed{x = 0{,}25\ g\ \text{de}\ N}$$

**d) Cálculo da massa total da amostra, em função da densidade ($1{,}5\ g \cdot cm^{-3}$):**

$$\begin{array}{lcl} 1{,}5\ g & \text{———} & 1\ cm^3 \\ x & \text{———} & 20\ cm^3 \end{array}$$

$$\boxed{x = 30\ g\ \text{de massa total}}$$

**Cálculo da porcentagem de nitrogênio na amostra:**

$$\begin{array}{lcl} 30\ g & \text{———} & 100\% \\ 0{,}25\ g & \text{———} & y \end{array}$$

$$\boxed{y \cong 0{,}83\%\ \text{de}\ N}$$

Um químico carregou um reator com 20 atm de uma mistura gasosa, constituída de uma substância A e de um componente inerte I, em uma proporção molar de A: I igual a 4: 1. A temperatura do reator foi mantida constante e a pressão total foi monitorada, o que permitiu determinar a velocidade da reação em função do tempo, de acordo com os dados da tabela.

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| t (min) | 0,89 | 2,08 | 3,75 | 6,25 | 10,42 | 18,75 |
| P (atm) | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 |
| v ($atm \cdot min^{-1}$) | 1,96 | 1,44 | 1,00 | 0,64 | 0,36 | 0,16 |

Com base nesses dados e sabendo que a estequiometria da reação é $2A(g) \to 3B(g)$, pede-se:

a) O valor numérico da ordem da reação.

b) O valor numérico da constante de velocidade com sua unidade de medida.

c) A composição no interior do reator no tempo 10,42 minutos em termos das pressões parciais (em atm) de cada componente.

d) O valor numérico do tempo de meia vida da reação.

**Resolução**

**20 atm: proporção em mols 4A: 1I**

**$P_A = 16$ atm; $P_I = 4$ atm**

**Lei da velocidade: $v = k \cdot P_A^x$**

**Variação da pressão total com o decorrer do tempo:**

| | 2A(g) + | I(g) → | 3B(g) |
|---|---|---|---|
| início | 16 atm | 4 atm | — |
| reage e forma | – 2a | — | 3a |
| tempo t | 16 – 2a | 4 atm | 3a |

**Pressão total = 16 – 2a + 4 + 3a = 20 + a**

**$t = 3{,}75$ min $P_{total} = 23$ atm $\therefore$ a = 3 $\therefore$ $P_A = 10$ atm (16 – 6)**

**$t = 6{,}25$ min $P_{total} = 24$ atm $\therefore$ a = 4 $\therefore$ $P_A = 8$ atm (16 – 8)**

**3,75 min $\quad 1{,}00 = k\ 10^x$ (1)**

**6,25 min $\quad 0{,}64 = k\ 8^x$ (2)**

**2 ÷ 1:**

$$\frac{0{,}64}{1{,}00} = 0{,}8^x \therefore x = 2$$

**b) $v = k\ P_A^2$**

$$t = 3{,}75\text{min}: 1{,}00\ \frac{\text{atm}}{\text{min}} = k \cdot 10^2 \therefore k = 0{,}01/\text{atm.min}$$

c) **t = 10,42 min:**

$P = 25\ atm \therefore 25\ atm = 20 + a \therefore a = 5$

$P_A = 16 - 2a \therefore P_A = 6\ atm; P_I = 4\ atm;$

$P_B = 15\ atm$

d) **A meia-vida de segunda ordem é calculada usando a fórmula:**

$$t_{1/2} = \frac{1}{k \cdot P_{A_{inicial}}}$$

$$t_{1/2} = \frac{1}{\dfrac{0{,}01}{atm \cdot min} \cdot 16\ atm} \therefore t_{1/2} = 6{,}25\ min$$

Um novo método para potabilização da água residual em espaçonaves emprega íons de prata como agente bactericida. Considere os dados de produto de solubilidade de alguns sais apresentados na Tabela 1 e o limite máximo permitido de íons nos padrões de qualidade da água potável disposto na Tabela 2.

Tabela 1. Dados de constantes de solubilidade.

| Sal | $K_{PS}$ |
|---|---|
| $AgCl(s)$ | $1{,}21 \times 10^{-10}$ |
| $AgBr(s)$ | $4{,}90 \times 10^{-13}$ |
| $AgI(s)$ | $1{,}00 \times 10^{-16}$ |
| $NaCl(s)$ | 37,3 |
| $NaBr(s)$ | 127 |
| $NaI(s)$ | 151 |
| $HgCl_2(s)$ | $8{,}10 \times 10^{-2}$ |
| $HgBr_2(s)$ | $6{,}20 \times 10^{-20}$ |
| $HgI_2(s)$ | $3{,}20 \times 10^{-29}$ |

Tabela 2. Limite máximo permitido nos padrões de qualidade da água potável.

| Espécie | Máximo nível permitido ($mg \cdot L^{-1}$) |
|---|---|
| Cloretos | 1000 |
| Brometos | 4,0 |
| Iodetos | 0,018 |
| Prata | 0,090 |
| Sódio | 20 |
| Mercúrio | 0,002 |

Sabe-se que concentrações de íons de prata acima de dez partes por bilhão (>10 ppb) são suficientes para prevenir o crescimento de bactérias, algas e outros microorganismos. A estratégia do método consiste em assegurar uma concentração fixa de $Ag^+$ na água potável por meio da saturação da solução com um sal de prata moderadamente solúvel. Com base nessas informações, responda:

a) Dentre os sais de prata apresentados na Tabela 1, indique qual(is) poderia(m) ser empregado(s) no método de potabilização da água e calcule a concentração em ppb de $Ag^+$ na solução resultante.

b) Dentre os sais de prata que não poderiam ser usados no item (a) e considerando o limite máximo permitido nos padrões de qualidade da água potável, indique aquele(s) sal(is) que poderia(m) ser empregado(s), juntamente com $NaCl$ ou $HgCl_2$, para ajustar a concentração total de $Ag^+$ para 10,8 ppb. Determine o valor numérico da concentração final de $Na^+$ ou $Hg^{2+}$ em cada situação.

**Resolução**

a) **No AgBr, temos em solução saturada:**

$$AgBr(s) \rightleftarrows Ag^+(aq) + Br^-(aq) \quad K_{PS} = [Ag^+] \cdot [Br^-]$$
$$S\ (mol/L) \quad S\ (mol/L) \quad S\ (mol/L) \quad K_{PS} = (S) \cdot (S)$$

$$K_{PS} = 4{,}9 \cdot 10^{-13} = (S) \cdot (S) \Rightarrow S = 7 \cdot 10^{-7}\ mol/L$$

**Como $M_{Ag^+} = 108$ g/mol e considerando solução diluída, temos:**
**$[Ag^+] = 0{,}076$ ppm = 76ppb e $[Br^-] = 0{,}056$ppm**

**Utilizando o mesmo raciocínio para Ag*Cl* e AgI, temos:**
**Para Ag*Cl* $\Rightarrow [Ag^+] = 1{,}188$ppm = 1188ppb e $[Cl^-] = 0{,}390$ppm**
**Para AgI $\Rightarrow [Ag^+] = 0{,}00108$ppm = 1,08ppb e $[I^-] = 0{,}00127$ppm**

**Portanto, o sal que deve ser utilizado no método de potabilização é o AgBr, pois fornece uma concentração de íons $Ag^+$ maior que 10ppb e menor que 0,090ppm.**

b) **$[Ag^+]_{total} = 10{,}8$ppb = 0,0108ppm = $10^{-7}$ mol/L**

**Para Ag*Cl*: $K_{PS} = [Ag^+] \cdot [Cl^-] \Rightarrow$**

$$\Rightarrow 1{,}21 \cdot 10^{-10} = 10^{-7} \cdot [Cl^-]$$

$$\therefore [Cl^-] = 1{,}21 \cdot 10^{-3}\ mol/L$$

**Como a proporção é 1 : 1 no Na*Cl***
**$[Na^+] = 1{,}21 \cdot 10^{-3}$ mol/L = 27,8 mg/L**
**e como a proporção é 1 : 2 no $HgCl_2$,**
**$[Hg^{2+}] = 0{,}685 \cdot 10^{-3}$ mol/L = 137 mg/L**

**Para AgI: $K_{PS} = [Ag^+] \cdot [I^-] \Rightarrow$**

$$\Rightarrow 1 \cdot 10^{-16} = 10^{-7} \cdot [I^-]$$

$$\therefore [I^-] = 1 \cdot 10^{-9}\ mol/L$$

**De acordo com o Princípio de Le Châtelier, a remoção de íons $I^-$ do equilíbrio de solubilidade do AgI aumenta a solubilidade do sal. Os íons $Hg^{2+}$ provenientes do $HgCl_2$ removem íons $I^-$ do equilíbrio, pois ocorre precipitação de $HgI_2$.**

**Para $HgI_2$: $K_{PS} = [Hg^{2+}] \cdot [I^-]^2 =$**

$$= 3{,}2 \cdot 10^{-29} = [Hg^{2+}] \cdot (10^{-9})^2$$

$$\therefore [Hg^{2+}] = 3{,}2 \cdot 10^{-11}\ mol/L \Rightarrow$$

$$\Rightarrow [Hg^{2+}] = 6{,}4 \cdot 10^{-6}\ mg/L$$

**Portanto, para Ag$Cl$ as concentrações dos íons $Na^+$ e $Hg^{2+}$ ultrapassam o limite máximo permitido e não podem ser usados com Ag$Cl$. Para AgI, a concentração de $Hg^{2+}$ é inferior ao limite máximo permitido e, portanto, o Hg$Cl_2$ pode ser utilizado.**

Na reação conhecida como "cão que late", uma mistura de óxido nitroso e dissulfeto de carbono entra em combustão, gerando um clarão azulado e um som parecido com "*woof*" ou *"uulsh"*. Considerando uma combustão completa e que todo o enxofre gerado se encontra na forma de sólido $S_8$:

a) escreva a equação química balanceada dessa reação.

b) determine o valor numérico do volume de gás gerado (em litros) para cada 304 g de dissulfeto de carbono que reagiu de forma estequiométrica. Considere a pressão igual a $10^5$ Pa e a temperatura de 300 K.

c) calcule o valor numérico da massa de enxofre sólido (em g) gerado considerando a mesma quantidade de dissulfeto de carbono do item (b).

**Resolução**

**a) Clarão azulado: lembra $N_2$**

**Chiado: lembra $CO_2$**

$$8N_2O + 4CS_2 \rightarrow S_8 + 4CO_2 + 8N_2$$

**b) $CS_2$: M = 76 g/mol**

**1 mol ——— 76g**

**x ——— 304g**

**x = 4 mol**

$$8N_2O + 4CS_2 \rightarrow S_8 + 4CO_2 + 8N_2$$

**4 mol 4 mol 8 mol**

**Volume dos gases produzidos = 12 mol**

$$PV = n\,R\,T \therefore 10^5\ \text{Pa} \cdot V =$$

$$= 12\ \text{mol} \cdot 8{,}31\ \frac{\text{Pa} \cdot \text{m}^3}{\text{mol} \cdot \text{K}} \cdot 300\ \text{K}$$

$$V \cong 0{,}3\ \text{m}^3$$

**Portanto: 300L**

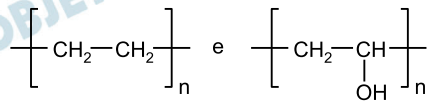
**c) $S_8$: M = 256 g/mol**

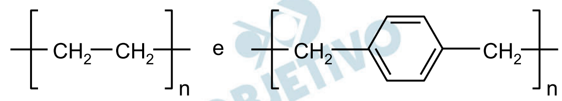
**$4CS_2$ $S_8$**

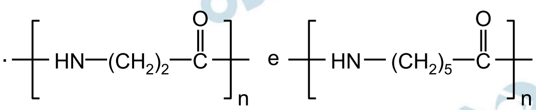
**304g ——— 256g**

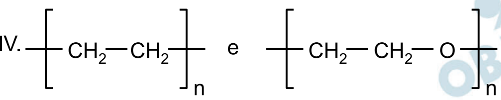
**Formaram-se 256g de $S_8$**

Considere os seguintes pares de homopolímeros, representados pelas respectivas fórmulas estruturais. Para cada par, indique qual homopolímero terá temperatura de fusão maior, considerando que suas massas molares sejam similares. Justifique a sua resposta.

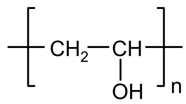
I. 

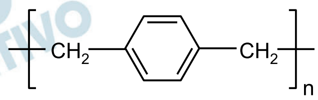
II. 

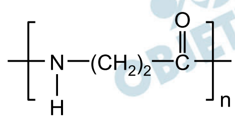
III. 

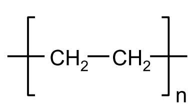
IV. 

**Resolução**

- **No par I, o composto**  **possui maior temperatura de fusão, pois os grupos hidroxila estabelecem ligações de hidrogênio entre suas moléculas. O outro polímero é apolar.**

- **No par II, o composto**  **possui maior ponto de fusão. Ambos são apolares, mas o benzeno otimiza o empacotamento das cadeias.**

- **No par III, o composto**  **possui maior ponto de fusão, pois sua cadeia hidrocarbônica (parte apolar) é menor. Por possuir a ligação (N — H), estabelece ligações de hidrogênio entre suas cadeias.**

- **No par IV, o composto**  **possui maior ponto de fusão, pois a presença do heteroátomo no outro polímero dificulta o empacotamento das cadeias devido aos ângulos de ligação diferentes das ligações dos carbonos.**

Considere as seguintes informações:

I. Primeira energia de ionização do cálcio: 590 kJ·mol$^{-1}$

II. Segunda energia de ionização do cálcio: 1145 kJ·mol$^{-1}$

III. Afinidade eletrônica do cloro: – 340 kJ·mol$^{-1}$

IV. Entalpia de solubilização do cloreto de cálcio: – 81 kJ·mol$^{-1}$

V. Entalpia de hidratação do íon de cálcio: – 1579 kJ·mol$^{-1}$

VI. Entalpia de hidratação do íon de cloro: – 378 kJ·mol$^{-}$

Com base nessas informações, responda os itens abaixo.

a) Represente, na forma de equações químicas, as informações acima (I-VI).

b) Equacione a reação de entalpia de rede do cloreto de cálcio a partir das equações I-VI, conforme a necessidade.

c) Calcule o valor numérico da entalpia de rede do cloreto de cálcio (em kJ·mol$^{-1}$).

**Resolução**

**a)** **I)** $Ca(g) \rightarrow Ca^{+}(g) + e^{-}$

**II)** $Ca^{+}(g) \rightarrow Ca^{2+}(g) + e^{-}$

**III)** $Cl(g) + e^{-} \rightarrow Cl^{-}(g)$

**IV)** $CaCl_2(s) \xrightarrow{H_2O} Ca^{2+}(aq) + 2Cl^{-}(aq)$

**V)** $Ca^{2+}(g) \xrightarrow{H_2O} Ca^{2+}(aq)$

**VI)** $Cl^{-}(g) \xrightarrow{H_2O} Cl^{-}(aq)$

**b)** **Podemos definir energia reticular como a energia necessária para romper o retículo cristalino obtendo íons gasosos.**

$CaCl_2(s) \rightarrow Ca^{2+}(g) + 2Cl^{-}(g)$

**c)** **Usando a Lei de Hess:**

**manter IV:** $CaCl_2(s) \rightarrow Ca^{2+}(aq) + 2Cl^{-}(aq)$ $\Delta H = -81\ kJ$

**Inverter V:** $Ca^{2+}(aq) \rightarrow Ca^{2+}(g)$ $\Delta H = +1579\ kJ$

**x2 e inverter VI:** $2Cl^{-}(aq) \rightarrow 2Cl^{-}(g)$ $\Delta H = +756\ kJ$

---

$CaCl_2(s) \rightarrow Ca^{2+}(g) + 2Cl^{-}(g)$ $\Delta H = +2254\ kJ$

## 8

Em um reator químico vazio, mantido a altas temperaturas, injeta-se uma mistura gasosa, com massa molar aparente igual a 29 $g \cdot mol^{-1}$, constituída de amônia e oxigênio puros. Os gases reagem entre si formando óxido nítrico e água no estado gasoso. Ao final do processo, toda a amônia é consumida e são formados 20 mol de óxido nítrico. A respeito deste processo, pede-se:

a) A equação química balanceada.

b) Os valores numéricos das frações molares de amônia e de oxigênio no início da reação.

c) O valor numérico da porcentagem de reagente em excesso.

d) Os valores numéricos das quantidades (em mols) das espécies químicas no final da reação.

**Resolução**

a) $2\,NH_3(g) + \frac{5}{2}\,O_2(g) \rightarrow 2NO(g) + 3H_2O(g)$

**ou**

$4NH_3(g) + 5O_2(g) \rightarrow 4NO(g) + 6H_2O(g)$

b) **A massa molar aparente é a média ponderada usando as frações em mols dos componentes da mistura.**

$NH_3$: M = 17g/mol

$O_2$: M = 32g/mol

$\overline{M} = X_{NH_3} \cdot M_{NH_3} + X_{O_2}\, M_{O_2}\ ;\ X_{NH_3} + X_{O_2} = 1$

$29 = (1 - X_{O_2})\, 17 + X_{O_2} \cdot 32$

$29 = 17 - 17\, X_{O_2} + 32\, X_{O_2}$

$12 = 15\, X_{O_2} \quad \therefore \quad X_{O_2} = 0{,}8$

$0{,}8 + X_{NH_3} = 1 \therefore X_{NH_3} = 0{,}2$

c) **Temos no início 20 mol de $NH_3$ em presença de 80 mol de $O_2$:**

$4\,NH_3(g) \quad + \quad 5O_2(g) \rightarrow 4NO(g) + 6H_2O(g)$

4 mol *maior* 5 mol

20 mol 80 mol

excesso

4 mol ——— 5 mol
20 mol ——— n
n = 25 mol ($O_2$ que reagiu)
Excesso de $O_2$: 80mol – 25 mol = 55 mol

80 mol ——— 100%
55 mol ——— P
P = 68,75%

**d)** $2\,NH_3(g) + \frac{5}{2}\,O_2(g) \rightarrow 2NO(g) + 3H_2O(g)$

**55 mol    20 mol    30 mol**

## 9

A etilcarbilamina ou isocianeto de etila é utilizada como reagente em duas rotas reacionais:

(i) Aquecimento a 250 °C que leva a sua isomerização funcional com a formação de um composto A, o qual reage com o cloreto de metil magnésio e, posteriormente, forma uma cetona B por hidrólise;

(ii) Hidrólise em meio ácido com a formação de uma amina primária C e um composto D.

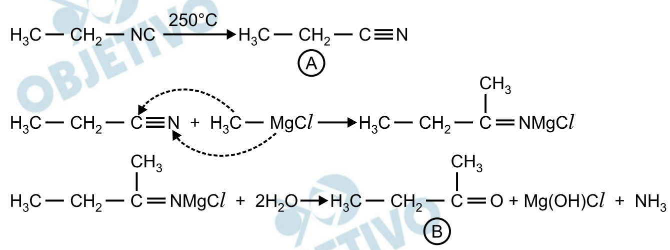
Com base no enunciado, escreva as reações químicas envolvidas nas rotas (i) e (ii). Escreva a estrutura química dos compostos A, B, C e D.

**Resolução**

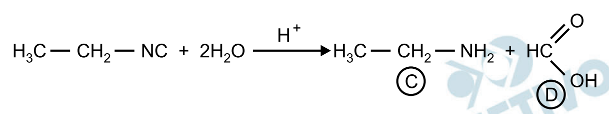
**Etilcarbilamina ou isocianeto de etila, de fórmula:**

$H_3C - CH_2 - NC$ **é usado como reagente em duas rotas:**

**(i) Aquecimento a 250°C, que leva a sua isomerização funcional, formando uma nitrila (A), que reage com cloreto de metilmagnésio e forma uma cetona (B) por hidrólise.**

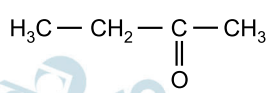


**(ii) Hidrólise em meio ácido com a formação de uma amina primária (C) e um composto (D).**

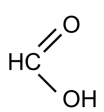


**Os compostos são:**

(A) $H_3C - CH_2 - C \equiv N$ propanonitrila ou cianeto de etila

(B)  butanona

(C) $H_3C - CH_2 - NH_2$ etanamina ou etilamina

(D)  ácido fórmico ou ácido metanoico

Uma mistura de cloreto de cálcio e fluoreto de sódio, de massa igual a 39,0 g, foi adicionada à água, sendo observada a formação de um precipitado (Precipitado 1), o qual foi removido por filtração. Ao sobrenadante, foram adicionados 900 mL de uma solução aquosa 0,5 mol $L^{-1}$ em nitrato de prata, sendo essa quantidade em excesso para garantir a formação de um precipitado (Precipitado 2) que também foi removido por filtração. Posteriormente, foi adicionada a essa nova solução sobrenadante uma placa polida de zinco metálico. Após um tempo suficientemente longo, observou-se um aumento de massa dessa placa igual a 3,76 g. A partir dessas observações:

a) apresente todas as equações que representam as reações químicas balanceadas envolvidas no processo, identificando cada um dos precipitados.

b) calcule o valor numérico do número de mols do Precipitado 2.

c) calcule o valor numérico das massas de cloreto de cálcio e fluoreto de sódio na mistura inicial.

**Resolução**

**a) I)** $CaCl_2(aq) + 2NaF(aq) \rightarrow CaF_2(s) + 2NaCl(aq)$

**precipitado 1** (CaF₂) — **sobrenadante** (NaCl)

**II)** $NaCl(aq) + AgNO_3(aq) \rightarrow AgCl(s) + NaNO_3(aq)$

**precipitado 2** (AgCl) — **sobrenadante** (NaNO₃)

**A solução sobrenadante é formada por $NaNO_3(aq)$ e $AgNO_3(aq)$ adicionado em excesso.**

**III)** $2AgNO_3(aq) + Zn(s) \rightarrow 2Ag(s) + Zn(NO_3)_2(aq)$

**b)** $2\,AgNO_3(aq) + Zn(s) \rightarrow 2Ag(s) + Zn(NO_3)_2(aq)$

**65,4g  216g**

**216g – 65,4g = 150,6g (aumento)**

**150,6g ——— 1 mol**

**3,76g ——— x ∴ x = 0,025 mol**

| | |
|---|---|
| $2AgNO_3(s)$ | $Zn(s)$ |
| **0,05 mol** | **0,025 mol** |

**Quantidade em mols inicial de $AgNO_3$:**

$$\mathcal{M} = \frac{n}{V} \therefore 0,5\text{ mol/L} = \frac{n}{0,9\text{ L}} \therefore n = 0,45\text{ mol}$$

**Quantidade em mols que reagiu de $AgNO_3$:**

**n = 0,45 mol – 0,05 mol = 0,40 mol**

$$NaCl(aq) + AgNO_3(aq) \rightarrow AgCl(s) + NaNO_3(aq)$$

**0,40 mol  0,40 mol  0,40 mol**

**precipitado 2**

c) $CaCl_2(aq) + 2NaF(aq) \rightarrow CaF_2(s) + 2NaCl(aq)$

$2 \,.\, 42 \text{ g/mol} \text{ ——— } 2 \text{ mol}$

$x \text{ ——— } 0{,}40 \text{ mol}$

$x = 16{,}8g$

$39{,}0g = m_{CaCl_2} + m_{NaF}$

$39{,}0g = m_{CaCl_2} + 16{,}8g$

$m_{CaCl_2} = 22{,}2g$

**Como a massa molar do Zn não foi fornecida, a questão poderá ser anulada.**