

Quando necessário, use os seguintes valores para as constantes:

Aceleração local da gravidade  $g = 10 \text{ m/s}^2$ ;

velocidade da luz no vácuo  $c = 3,0 \times 10^8 \text{ m/s}$ ;

Velocidade do som  $v_{\text{som}} = 340 \text{ m/s}$ ;

carga elementar  $e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$ ;

Constante de Planck  $h$  vezes a velocidade da luz  $c$ ,

$hc = 1240 \text{ eV.nm}$ ;

Massa do elétron  $m_e = 9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}$ .

Aproximações numéricas:  $(1 + \alpha)^n \approx 1 + n\alpha$ , para  $|\alpha| \ll 1$ ;

$\sqrt{3} \approx 1,7$ .

Um bloco cúbico de aresta  $l = 4,5$  cm desliza, sob o efeito da gravidade, sobre um plano inclinado de ângulo  $\alpha = 60^\circ$  relativamente à horizontal. O deslizamento acontece com as normais de duas de suas faces sempre paralelas à direção do movimento. Para estudar o movimento, um observador usa uma máquina fotográfica que captura em uma mesma imagem a posição do bloco em instantes diferentes. Para isso, a câmera é programada para abrir e fechar o diafragma periodicamente, a cada intervalo de tempo  $\Delta t = 0,2$  s. O tempo de exposição  $\delta t$ , isto é, o tempo em que o diafragma permanece aberto, é tal que  $\delta t \ll \Delta t$ . O disparo da câmera é sincronizado com o movimento, de modo que a primeira exposição acontece no instante em que o bloco é solto. A foto registra quatro pontos, que correspondem à posição do objeto em diferentes instantes. O experimentador extrai da foto a distância entre pontos adjacentes,  $\Delta x_n = x_n - x_{n-1}$ , com  $n = 1, 2$  e  $3$ .

Considere que a foto capta o perfil lateral do plano inclinado sem distorções ópticas ou efeitos de paralaxe. Em seguida, faça o que se pede:

- se  $\Delta x_3 = 0,75$  m, determine os valores de  $\Delta x_2$ ,  $\Delta x_1$  e o deslocamento total do bloco;
- estime o valor do coeficiente de atrito cinético entre a superfície do bloco e do plano inclinado;
- considere agora que  $\delta t$  ainda é pequeno, mas seu efeito já não é mais desprezível. Determine o valor de  $\delta t$  para que, na quarta captura, a imagem seja um retângulo de dimensões  $l$  por  $2l$ .

### Resolução

- a) 1) A posição  $x_n$  é dada por:

$$x = x_0 + V_0 t + \frac{\gamma}{2} t^2$$

$$x_n = \frac{\gamma}{2} (n \cdot 0,2)^2$$

$$\Delta x_3 = x_3 - x_2 = \frac{\gamma}{2} [(0,6)^2 - (0,4)^2]$$

Como  $\Delta x_3 = 0,75$  m temos:

$$0,75 = \frac{\gamma}{2} (0,36 - 0,16)$$

$$1,5 = \gamma \cdot 0,20 \Rightarrow \gamma = 7,5 \text{ m/s}^2$$

$$2) x_1 = \frac{7,5}{2} (0,2)^2 \text{ (m)} = 0,15\text{m}$$

$$x_2 = \frac{7,5}{2} (0,4)^2 \text{ (m)} = 0,60\text{m}$$

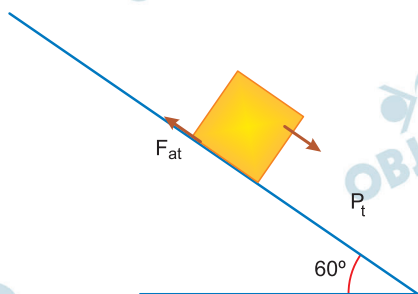
$$x_3 = \frac{7,5}{2} (0,6)^2 \text{ (m)} = 1,35\text{m}$$

Portanto:  $\Delta x_2 = x_2 - x_1 = 0,45\text{m}$

$$\Delta x_1 = x_1 - x_0 = 0,15\text{m}$$

O deslocamento total:  $\Delta x = x_3 = 1,35\text{m}$

b)



PFD:  $P_t - F_{at} = m a$

$$m g \text{ sen } \theta - \mu m g \text{ cos } \theta = m a$$

$$a = g (\text{sen } \theta - \mu \text{ cos } \theta)$$

$$7,5 = 10 \left( \frac{1,7}{2} - \mu \frac{1}{2} \right)$$

$$0,75 = 0,85 - 0,5\mu$$

$$0,5\mu = 0,10$$

$$\mu = 0,20$$

c) Na 4.<sup>a</sup> captura temos:

$$x_4 - x_3 = 0,045\text{m}$$

$$x_4 - 1,35 = 0,045$$

$$x_4 = 1,395\text{m}$$

Porém  $x_4 = \frac{\gamma}{2} (0,60 + \delta t)^2$

$$1,395 = \frac{7,5}{2} (0,60 + \delta t)^2$$

$$(0,60 + \delta t)^2 = 0,372$$

$$\left[0,60 \left(1 + \frac{\delta t}{0,60}\right)\right]^2 = 0,372$$

$$\text{Porém} \left[1 + \frac{\delta t}{0,60}\right]^2 = 1 + 2 \frac{\delta t}{0,60}$$

$$0,36 \left(1 + \frac{2\delta t}{0,60}\right) = 0,372$$

$$0,36 + 1,2 \delta t = 0,372$$

$$1,2 \delta t = 0,012$$

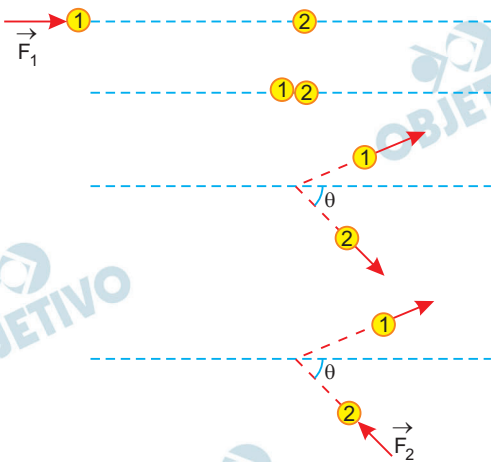
$$\delta t = 0,01$$

Respostas: a)  $\Delta x_1 = 0,15\text{m}$ ;  $\Delta x_2 = 0,45\text{m}$ ;  $\Delta x = 1,35\text{m}$

b)  $\mu_C = 0,20$

c)  $\delta t \cong 0,01$

Considere uma partícula  $P_1$ , de massa  $m_1$ , inicialmente em repouso. Em seguida, essa partícula é acelerada por uma força constante  $\vec{F}_1$ , durante um intervalo de tempo  $\Delta t_1$ . Após este intervalo de tempo,  $P_1$  move-se livremente sem atrito por um plano, até colidir com uma partícula  $P_2$ , de massa  $m_2 = 2m_1$ . Após a colisão,  $P_2$  sai em uma trajetória que faz um ângulo de  $\theta = \pi/6$  rad com relação à trajetória inicial (pré-colisão) de  $P_1$ . Após um breve deslocamento, uma força constante  $\vec{F}_2$ , com direção contrária à da velocidade da partícula  $P_2$ , atua durante um intervalo de tempo  $\Delta t_2 = \sqrt{3}\Delta t_1$  até a parada total de  $P_2$ .



Sabendo que a colisão entre  $P_1$  e  $P_2$  é inelástica e resulta em uma perda de 25% da energia mecânica do sistema, determine a magnitude da força  $F_1$  em termos da magnitude de  $F_2$ .

### Resolução

- 1) Teorema do impulso aplicado à partícula 1 antes da colisão:

$$F_1 \Delta t_1 = m_1 V_1 \quad (1)$$

- 2) Teorema do impulso aplicado à partícula 2 após a colisão:

$$F_2 \Delta t_2 = m_2 V_2 \quad (2)$$

$$\frac{(1)}{(2)} : \frac{F_1 \Delta t_1}{F_2 \Delta t_2} = \frac{m_1 V_1}{m_2 V_2}$$

$$\frac{\Delta t_1}{\Delta t_2} = \frac{1}{\sqrt{3}} \quad \text{e} \quad \frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{F_1}{F_2} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{V_1}{V_2}$$

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{V_1}{V_2} \quad (\text{I})$$

3) De acordo com o texto:

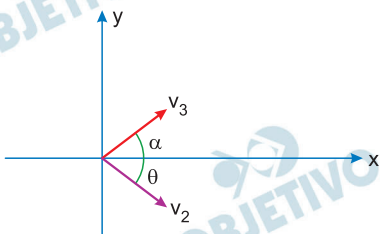
$$E_{\text{final}} = 0,75 E_{\text{inicial}}$$

$$\frac{m_1 V_3^2}{2} + \frac{m_2 V_2^2}{2} = \frac{3}{4} \frac{m_1 V_1^2}{2}$$

$$m_1 V_3^2 + 2m_1 V_2^2 = \frac{3}{4} m_1 V_1^2$$

$$V_3^2 + 2V_2^2 = \frac{3}{4} V_1^2 \quad (\text{II})$$

4)



Conservação da quantidade de movimento na direção x

$$m_1 V_3 \cos \alpha + 2 m_1 V_2 \cos \theta = m_1 V_1$$

$$V_3 \cos \alpha + 2 V_2 \cos \theta = V_1$$

$$\cos \alpha = \frac{V_1 - 2 V_2 \cos \theta}{V_3} \quad (\text{III})$$

5) Conservação da quantidade de movimento na direção y

$$m_1 V_3 \sin \alpha = 2 m_1 V_2 \sin \theta$$

$$V_3 \sin \alpha = 2 V_2 \sin \theta$$

$$\sin \alpha = \frac{2 V_2 \sin \theta}{V_3} \quad (\text{IV})$$

$$6) \quad \text{sen}^2 \alpha + \text{cos}^2 \alpha = 1$$

$$\frac{4V_2^2 \text{sen}^2 \theta}{V_3^2} + \frac{V_1^2 + 4V_2^2 \text{cos}^2 \theta - 4V_1V_2 \text{cos} \theta}{V_3^2} = 1$$

$$4V_2^2 \text{sen}^2 \theta + V_1^2 + 4V_2^2 \text{cos}^2 \theta - 4V_1V_2 \text{cos} \theta = V_3^2$$

$$V_3^2 = 4V_2^2 + V_1^2 - 4V_1V_2 \text{cos} \theta \quad (\text{V})$$

(V) em (II):

$$4V_2^2 + V_1^2 - 4V_1V_2 \text{cos} \theta + 2V_2^2 = \frac{3}{4}V_1^2$$

$$6V_2^2 + \frac{V_1^2}{4} = 4V_1V_2 \text{cos} \theta$$

$$\div V_2^2 : 6 + \frac{V_1^2}{V_2^2} \cdot \frac{1}{4} = 4 \frac{V_1}{V_2} \text{cos} \theta$$

Fazendo  $\frac{V_1}{V_2} = x$  vem

$$6 + \frac{x^2}{4} = 4x \text{cos} \theta$$

$$\frac{x^2}{4} - 4x \frac{\sqrt{3}}{4} + 6 = 0$$

$$x^2 - 8x\sqrt{3} + 24 = 0$$

$$x = \frac{8\sqrt{3} \pm \sqrt{192 - 96}}{2} = \frac{8\sqrt{3} \pm \sqrt{96}}{2}$$

$$x_1 = \frac{8\sqrt{3} + 9,8}{2} = 11,82$$

$$x_2 = \frac{8\sqrt{3} - 9,8}{2} = 2,02$$

$$\frac{V_1}{V_2} = 11,82 \quad (\text{VI})$$

$$\frac{V_1}{V_2} = 2,02 \quad (\text{VII})$$

7) VI em I:

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{1,73}{2} \cdot 11,82$$

$$\frac{F_1}{F_2} \approx 10,2$$

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{1,73}{2} \cdot 2,02$$

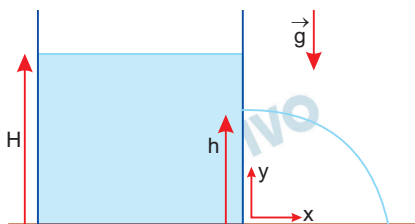
$$\frac{F_1}{F_2} \approx 1,75$$

Resposta:  $F_1 \cong 10,2 F_2$  ou  $F_1 \cong 1,75 F_2$

**Observação:** Pode-se demonstrar, com cálculos complicados relativos ao coeficiente de restituição que fogem ao escopo desta prova, que a solução  $F_1 \cong 10,2 F_2$  deve ser rejeitada.



Considere um recipiente que contém uma coluna de água de altura  $H$ . Um pequeno furo é feito na parede a uma altura  $h$ , de tal forma que um filete de água é expelido horizontalmente, como na figura. Considere a água um fluido incompressível e de viscosidade desprezível. A aceleração local da gravidade vale  $g$ .

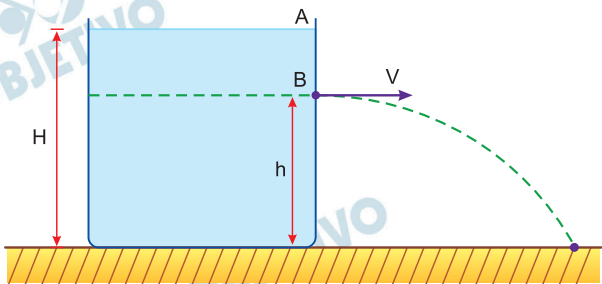


Determine:

- a trajetória  $y(x)$  do filete de água descrito;
- o lugar geométrico dos pontos  $P(x, y)$  que podem ser atingidos por um filete de água, considerando que a altura  $h$  possa ser escolhida entre 0 e  $H$ .

### Resolução

a)



1) Aplicando-se a Equação de Bernoulli entre os pontos A e B, vem:

$$P_B + \mu g H_B + \frac{\mu V_B^2}{2} = P_A + \mu g H_A + \frac{\mu V_A^2}{2}$$

Tomando-se:  $H_B = 0$  e  $H_A = (H - h)$

$$P_A = P_B = P_{\text{atm}}$$

$$V_A = 0$$

Temos: 
$$P_{\text{atm}} + \frac{\mu V_B^2}{2} = P_{\text{atm}} + \mu g (H - h)$$

$$\frac{\mu V_B^2}{2} = \mu g (H - h)$$

$$V = \sqrt{2g (H - h)}$$

2) A equação da trajetória  $y(x)$  do filete de água é dada por:

$$\text{Eixo } y: \quad y = y_0 + V_{0y} t + \frac{\gamma_y}{2} t^2$$

$$y = h - \frac{g}{2} t^2 \quad (\text{I})$$

$$\text{Eixo } x: \quad x = x_0 + V t$$

$$t = \frac{x}{V} \quad (\text{II})$$

Substituindo-se II em I, vem:

$$y = h - \frac{g}{2} \left( \frac{x}{V} \right)^2$$

Mas,  $V = \sqrt{2g(H-h)}$ , então:

$$y = h - \frac{g}{2} \frac{x^2}{(\sqrt{2g(H-h)})^2}$$

$$y = h - \frac{x^2}{4(H-h)}$$

b) Da equação da trajetória, temos:

$$y = h - \frac{x^2}{4(H-h)}$$

$$\frac{x^2}{4(H-h)} = h - y$$

$$x^2 = 4(H-h)(h-y)$$

$$x^2 = 4Hh - 4h^2 - 4Hy + 4hy$$

$$4h^2 - 4(H+y)h + 4Hy + x^2 = 0$$

Como, de acordo com o enunciado, a altura  $h$  deve variar entre 0 e  $H$ , temos:

$$\Delta \geq 0$$

$$b^2 - 4ac \geq 0$$

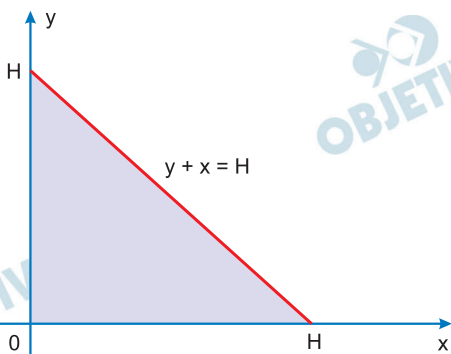
$$16(H+y)^2 - 4 \cdot 4 \cdot (4Hy + x^2) \geq 0$$

Assim:

$$(H-y)^2 \geq x^2$$

$$H-y \geq x$$

$$y \leq H - x \quad \Rightarrow \quad y + x \leq H$$



Concluimos, portanto, que o lugar geométrico dos pontos  $P(x, y)$  corresponde à região destacada na figura que está limitada pela reta  $y = H - x$  e os eixos  $Ox$  e  $Oy$  com  $x \leq H$  e  $y \leq H$ .

Respostas: a)  $y = h - \frac{x^2}{4(H-h)}$

b) Ver figura

Considere uma nave espacial esférica, de raio  $R$ , com paredes de espessura  $h \ll R$ . No espaço profundo, existe uma radiação cósmica de fundo de temperatura  $T_0$  (aproximadamente 2,7 K). Seja a temperatura da parede interna da nave  $T_i$ , e a temperatura da parede externa  $T_e$ , com  $T_i > T_e > T_0$ . A condutividade térmica do material que compõe a parede da nave é  $k$ ; o seu calor específico é  $c$  e sua densidade de massa é  $\rho$ . A emissividade da nave é unitária e a constante de Stefan-Boltzmann é dada por  $\sigma$ . Quando ocorrem pequenas variações de temperatura na parede interna da nave, a condição de fluxo estacionário de calor é perturbada e o sistema tende a uma nova situação de fluxo estacionário de energia. A constante de tempo característica  $\tau$  desse processo pode ser estimada apenas em termos das características do material que compõem o revestimento da nave –  $k$ ,  $c$  e  $\rho$  – bem como sua espessura  $h$ .

Faça o que se pede:

- obtenha a equação polinomial cuja raiz forneça  $T_e$  com os coeficientes em termos de  $k$ ,  $\sigma$ ,  $h$ ,  $T_i$  e  $T_0$ , considerando a condição de fluxo de calor estacionário;
- estime, por análise dimensional, uma expressão para  $\tau$ .

### Resolução

- No regime estacionário:

Fluxo de calor através das paredes de espessuras  $h$  da nave esférica de raio  $R$  com condutividade  $K$  e temperatura interna  $T_i$  e externa  $T_e$  ( $T_i > T_e$ )

=

Emissão de radiação pela nave com temperatura superficial  $T_e$  para o espaço com temperatura  $T_0$ .

$$\frac{KA(T_i - T_e)}{h} = [\sigma AT_e^4 - \sigma AT_0^4]$$

A espessura  $h \ll R$ , permite considerar as áreas iguais.

$$KA(T_i - T_e) = [\sigma AT_e^4 - \sigma AT_0^4] h$$

$$K T_i - K T_e = \sigma h T_e^4 + \sigma h T_0^4$$

$$\sigma h T_e^4 + K T_e - K T_i - \sigma h T_0^4 = 0$$

- $\tau = \alpha \cdot k^x \cdot c^y \cdot \rho^z \cdot h^w$

$$1) \quad \varnothing = \frac{k A \Delta\theta}{e}$$

$$M L^2 T^{-3} = \frac{[k] L^2 \theta}{L} \Rightarrow [k] = M L T^{-3} \theta^{-1}$$

$$2) \quad Q = m c \Delta\theta$$

$$M L^2 T^{-2} = M [c] \theta \Rightarrow [c] = L^2 T^{-2} \theta^{-1}$$

$$3) \quad [\tau] = [k]^x [c]^y [\rho]^z [h]^w$$

$$T = (M L T^{-3} \theta^{-1})^x [L^2 T^{-2} \theta^{-1}]^y [M L^{-3}]^z L^w$$

$$T = M^{x+z} L^{x+2y-3z+w} T^{-3x-2y} \theta^{-x-y}$$

$$x + z = 0 \quad \textcircled{1}$$

$$x + 2y - 3z + w = 0 \quad \textcircled{2}$$

$$-3x - 2y = 1 \quad \textcircled{3}$$

$$-x - y = 0 \quad \textcircled{4}$$

De  $\textcircled{4}$   $x = -y$

Em  $\textcircled{3}$ :  $3y - 2y = 1 \Rightarrow y = 1$  e  $x = -1$

Em  $\textcircled{1}$ :  $-1 + z = 0 \Rightarrow z = 1$

Em  $\textcircled{2}$ :  $-1 + 2 - 3 + w = 0 \Rightarrow w = 2$

Portanto

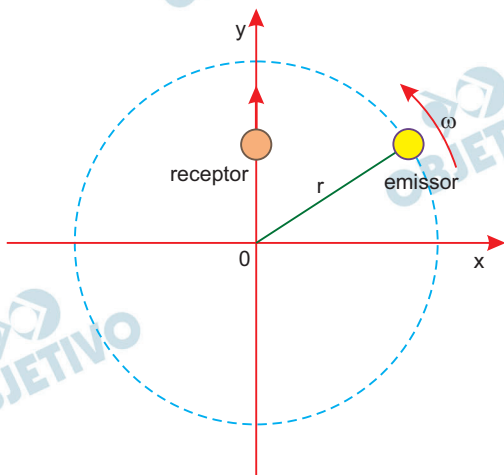
$$\tau = \alpha \frac{c \rho h^2}{k}$$

$\alpha$  = coeficiente adimensional

Respostas: a)  $\sigma h T_e^4 + K T_e - K T_i - \sigma h T_0^4 = 0$

b)  $\tau = \alpha \frac{c \rho h^2}{k}$

Um emissor de onda sonora esférica de frequência  $f_s$  executa um movimento circular uniforme com velocidade angular  $\omega$  e raio  $r$  em torno da origem  $O$  do plano  $xy$ , de acordo com a figura. Ao mesmo tempo, um receptor sonoro executa um movimento no eixo  $y$  de forma que sua posição sempre coincida com a coordenada  $y$  do emissor. A velocidade do som é designada como  $v_{\text{som}}$ . Sabe-se que o gráfico da frequência da onda sonora detectada no receptor,  $f_{\text{ob}}$ ; em função da coordenada  $x$  do emissor, aproxima-se de uma cônica para o caso em que  $\omega r \ll v_{\text{som}}$ .



Determine:

- a velocidade máxima alcançada pelo receptor;
- a cônica e sua equação.

### Resolução

- O movimento do receptor sobre o eixo  $O_y$  é a projeção diametral do movimento circular e conforme do emissor de ondas. O movimento do receptor é, portanto, um movimento harmônico simples (MHS), cuja velocidade escalar máxima ocorre no ponto  $O$ , com o receptor deslocando-se no sentido positivo do eixo  $y$ . Tal velocidade fica determinada por:

$$v_{\text{máx}} = \omega r$$

- Da equação Doppler-Fizeau, temos:

$$\frac{f_{\text{obs}}}{v_{\text{som}} \pm v_{\text{obs}}} = \frac{f_s}{v_{\text{som}} \pm v_s}$$

$$\frac{f_{\text{obs}}}{f_s} = \frac{v_{\text{som}}}{v_{\text{som}} \pm v_s}$$

$$\frac{f_{\text{obs}}}{f_s} = \frac{\frac{V_{\text{som}}}{V_{\text{som}}}}{\frac{V_{\text{som}}}{V_{\text{som}} \pm \frac{V_s}{V_{\text{som}}}}}$$

$$\frac{f_{\text{obs}}}{f_s} = \frac{1}{1 \pm \frac{V_s}{V_{\text{som}}}}$$

$$\frac{f_{\text{obs}}}{f_s} = \left(1 \pm \frac{V_s}{V_{\text{som}}}\right)^{-1}$$

Como  $\omega r \ll V_{\text{som}}$  e  $V_s = \omega r \sin(\omega t + \phi_0)$ , temos:

$$V_s \ll V_{\text{som}} \text{ e } \frac{V_s}{V_{\text{som}}} \ll 1$$

Da aproximação  $(1 + \alpha)^n = 1 + n\alpha$ ,  $\alpha \ll 1$ , temos:

$$\frac{f_{\text{obs}}}{f_s} = 1 \pm \frac{V_s}{V_{\text{som}}}$$

$$\frac{f_{\text{obs}}}{f_s} - 1 = \pm \frac{\omega r \sin(\omega t + \phi_0)}{V_{\text{som}}}$$

Da figura, temos:

$$y = r \sin(\omega t + \phi_0)$$

$$\frac{f_{\text{obs}}}{f_s} - 1 = \pm \frac{\omega y}{V_{\text{som}}}$$

$$\left(\frac{f_{\text{obs}}}{f_s} - 1\right)^2 = \left(\pm \frac{\omega y}{V_{\text{som}}}\right)^2$$

$$\left(\frac{f_{\text{obs}}}{f_s} - 1\right)^2 = \frac{\omega^2 y^2}{V_{\text{som}}^2}$$

Da figura, temos:

$$y^2 = r^2 - x^2$$

$$\left(\frac{f_{\text{obs}}}{f_s} - 1\right)^2 = \frac{\omega^2(r^2 - x^2)}{V_{\text{som}}^2}$$

$$\left( \frac{f_{\text{obs}}}{f_s} - 1 \right)^2 \frac{V_{\text{som}}^2}{\omega^2} = r^2 - x^2$$

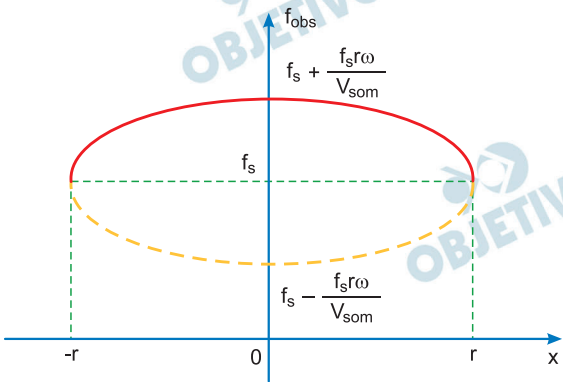
$$\left( \frac{f_{\text{obs}}}{f_s} - 1 \right)^2 \frac{V_{\text{som}}^2}{r^2 \omega^2} = 1 - \frac{x^2}{r^2}$$

$$\left( \frac{f_{\text{obs}}}{f_s} - 1 \right)^2 \frac{V_{\text{som}}^2}{r^2 \omega^2} + \frac{x^2}{r^2} = 1$$

$$(f_{\text{obs}} - f_s)^2 \frac{V_{\text{som}}^2}{f_s^2 r^2 \omega^2} + \frac{x^2}{r^2} = 1$$

$$\frac{(f_{\text{obs}} - f_s)^2}{\left( \frac{f_s r \omega}{V_{\text{som}}} \right)^2} + \frac{(x - 0)^2}{r^2} = 1$$

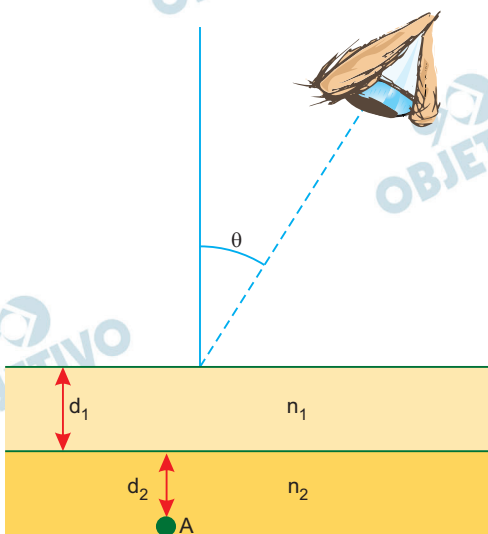
A equação descreve uma elipse no plano de  $f_{\text{obs}}$  e  $x$ , com centro em  $(0, f_s)$ . A elipse tem semieixo maior igual a  $r$  e semieixo menor igual a  $\frac{f_s r \omega}{V_{\text{som}}}$



**Nota:** Apenas a região da elipse esboçada em linha cheia pode ser praticada no fenômeno descrito.

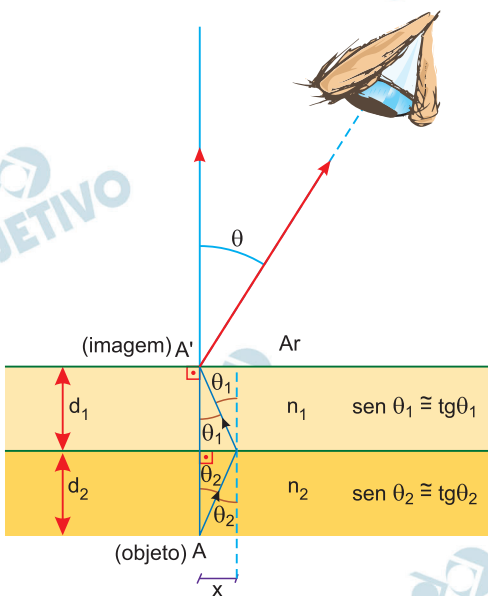


Considere um metamaterial, de índice de refração  $n_1 < 0$  e espessura  $d_1$ , depositado sobre um meio de índice de refração  $n_2 > 0$ . Nesse meio, um objeto A dista  $d_2$  da interface com o metamaterial, como na figura. Considere pequeno o ângulo  $\theta$  que se forma entre o raio óptico que vai do objeto ao observador e a normal da interface entre o metamaterial e o ar. Nesse caso, vale a aproximação  $\text{tg } \theta \approx \text{sen } \theta$ . Determine  $n_1$  em função de  $n_2$ ,  $d_1$  e  $d_2$  para que a imagem final do objeto se forme na interface entre o ar e o metamaterial.



### Resolução

Considerando-se que o meio 1 é um metamaterial, temos a trajetória da luz esboçada abaixo na condição de que a imagem final do objeto se forme na interface entre o ar e o meio 1.



Refração do raio luminoso na interface  $2 \rightarrow 1$ : pela Lei de Snell, determina-se a relação pedida.

$$n_1 \sin \theta_1 = -n_2 \sin \theta_2 \Rightarrow n_1 \operatorname{tg} \theta_1 = -n_2 \operatorname{tg} \theta_2$$

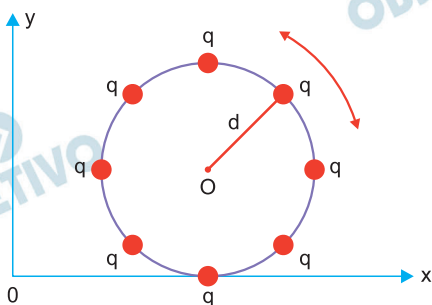
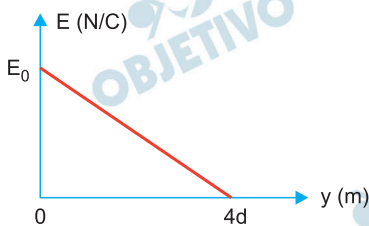
$$n_1 \frac{x}{d_1} = -n_2 \frac{x}{d_2}$$

Da qual:

$$n_1 = -\frac{d_1}{d_2} n_2$$

Resposta:  $n_1 = -\frac{d_1}{d_2} n_2$

Uma roda de raio  $d$  pode girar livremente com relação ao seu centro  $O$ , a partir de  $t = 0$ , partindo do repouso. Na roda, são fixadas oito cargas elétricas de magnitude  $q$  ( $q > 0$ ), equiespaçadas, como na parte inferior da figura. Na região, há um campo elétrico não uniforme no sentido positivo do eixo  $x$ . A magnitude desse campo é dada pelo gráfico da parte superior da figura, sendo  $y = 0$  a extremidade inferior da roda, como na parte inferior da figura.

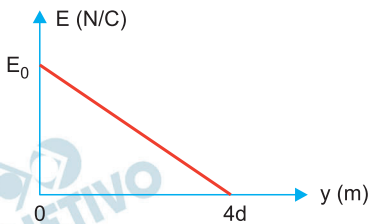


A respeito do movimento, determine:

- o sentido de rotação da roda imediatamente após o início do movimento, justificando sua resposta;
- o módulo do torque por causa da força elétrica, em  $t = 0$ , relativamente ao centro da roda.

### Resolução

- Do gráfico fornecido, podemos determinar como varia o campo  $E_x$  em função de  $y$ .

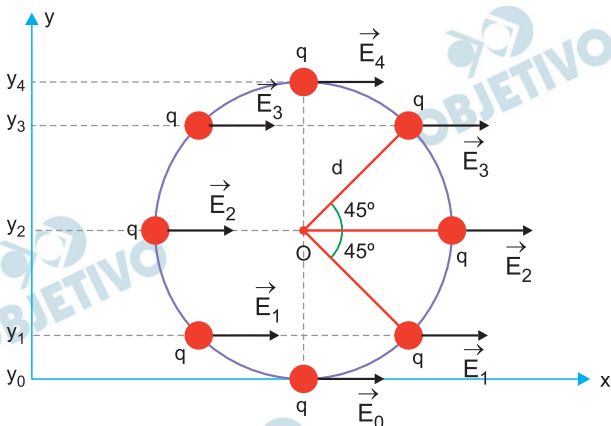


$$E_x = E_0 - \frac{E_0}{4d} y$$

Percebe-se, desse modo, que o módulo do campo elétrico diminui com o aumento da ordenada  $y$ .

Assim, as forças elétricas nas cargas da região inferior da roda serão mais intensas e provocarão torques de maior magnitude, de tal maneira que a roda gira no sentido anti-horário.

b)



Utilizando-se da expressão do campo elétrico em função de  $y$ , determinemos para cada valor de  $y$  o respectivo valor do campo elétrico e o torque que será produzido por cada força elétrica:

$$\text{Para } y = 0 \Rightarrow E = E_0 \Rightarrow \tau_0 = F \cdot d \Rightarrow \tau_0 = q E_0 d$$

$$\text{Para } y_1 = d - \frac{\sqrt{2} d}{2} \Rightarrow E_1 = \frac{(6 + \sqrt{2})}{8} E_0$$

$$\tau_1 = q E_1 \cdot \frac{d \sqrt{2}}{2} = q \frac{(6 + \sqrt{2}) E_0}{8} \cdot \frac{d \sqrt{2}}{2}$$

$$\tau_1 = \frac{(6\sqrt{2} + 2)}{16} q E_0 d$$

Para  $y_2 = d \Rightarrow \tau_2 = 0$  (essas forças elétricas têm linha de ação passando pelo centro  $O$ , tomado como polo).

$$\text{Para } y_3 = d + \frac{\sqrt{2} d}{2} \Rightarrow E_3 = \frac{(6 - \sqrt{2})}{8} E_0$$

$$\tau_3 = q E_3 \cdot \frac{d \sqrt{2}}{2} \Rightarrow \tau_3 = q \frac{(6 - \sqrt{2}) E_0}{8} \cdot \frac{d \sqrt{2}}{2}$$

$$\tau_3 = \frac{(6\sqrt{2} - 2)}{16} q E_0 d$$

$$\text{Para } y_4 = 2d \Rightarrow \tau_4 = E_0 - \frac{E_0 (2d)}{4d} \Rightarrow E_4 = \frac{E_0}{2}$$

$$\tau_4 = q E_4 d \Rightarrow \tau_4 = q \frac{E_0 d}{2}$$

O torque resultante será dado por:

$$\tau_{\text{res}} = \tau_0 + 2 \tau_1 - 2 \tau_3 - \tau_4$$

$$\tau_{\text{res}} = q E_0 d + 2 \frac{(6\sqrt{2} + 2)}{16} q E_0 d - 2 \frac{(6\sqrt{2} - 2)}{16} q E_0 d - \frac{q E_0 d}{2}$$

$$\tau_{\text{res}} = q E_0 d \left( 1 + \frac{(6\sqrt{2} + 2)}{8} - \frac{(6\sqrt{2} - 2)}{8} - \frac{1}{2} \right)$$

$$\tau_{\text{res}} = q E_0 d \left( 1 + \frac{3\sqrt{2}}{4} + \frac{1}{4} - \frac{3\sqrt{2}}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{2} \right)$$

$$\tau_{\text{res}} = q E_0 d$$

Respostas: a) sentido anti-horário

b)  $\tau_{\text{res}} = q E_0 d$

Um laboratório de paredes adiabáticas possui  $N$  computadores de alta performance que precisam ser mantidos a uma temperatura  $T$ . Para isso, é instalado um ar-condicionado que atua como uma máquina térmica de máxima eficiência possível, operando entre a temperatura do laboratório e a temperatura do meio externo  $T_e$ . Cada computador possui  $n_c$  circuitos. A Figura 1 é o esquema de um circuito. Cada resistor de cada circuito é formado por um fio de cobre de diâmetro  $\epsilon$ , com  $n_v$  voltas por unidade de comprimento, enrolado em um cilindro de cerâmica de raio  $r$  e comprimento  $\ell$ , como na Figura 2.

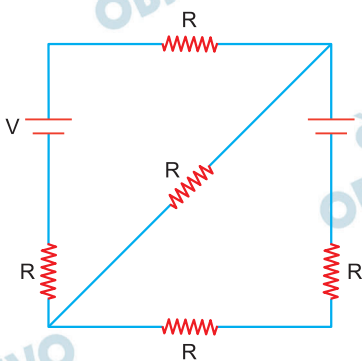


figura 1

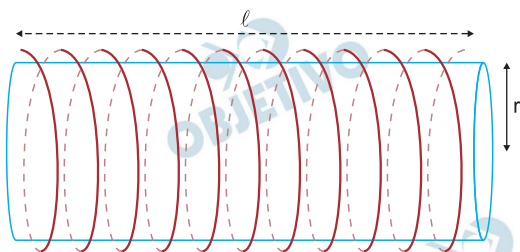


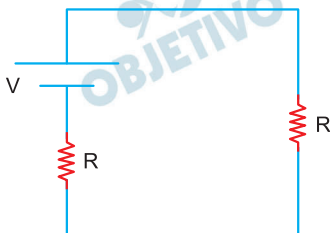
figura 2

Determine:

- a potência dissipada pelos computadores, considerando  $\rho_0$  a resistividade do cobre a uma temperatura padrão  $T_0$  e  $\alpha$  o seu coeficiente de temperatura;
- a energia consumida pelo ar-condicionado em 1 dia.

### Resolução

- Podemos simplificar o circuito fornecido colocando um único gerador equivalente.



A resistividade do fio condutor, em função da temperatura é dada por:

$$\rho = \rho_0 [1 + \alpha(T - T_0)]$$

O fio condutor forma uma hélice cilíndrica que tem comprimento dado com boa aproximação por:

$$L = n_V \ell 2\pi r$$

A área de secção transversal é:

$$A = \pi \left( \frac{\varepsilon}{2} \right)^2$$

$$A = \frac{\pi \varepsilon^2}{4}$$

Assim, a resistência elétrica de cada resistor pode ser determinada pela 2ª Lei de Ohm

$$R = \rho \frac{L}{A}$$

$$R = \frac{\rho_0 [1 + \alpha(T - T_0)] n_V \ell 2\pi r}{\frac{\pi \varepsilon^2}{4}}$$

$$R = \frac{8\rho_0 [1 + \alpha(T - T_0)] n_V \ell r}{\varepsilon^2}$$

A potência dos  $n_C$  circuitos é:

$$P = \frac{V^2}{2R} \cdot n_C$$

$$P = \frac{V^2 n_C}{2 \cdot \frac{8\rho_0 [1 + \alpha(T - T_0)] n_V \ell r}{\varepsilon^2}}$$

$$P = \frac{V^2 n_C \varepsilon^2}{16\rho_0 [1 + \alpha(T - T_0)] n_V \ell r}$$

Para uma sala com “N” computadores, vem:

$$P_{\text{tot}} = \frac{N V^2 n_C \varepsilon^2}{16\rho_0 [1 + \alpha(T - T_0)] n_V \ell r}$$

- b) Considerando que o condicionamento tenha uma eficiência ( $e$ ) semelhante a de uma máquina de Carnot, temos

$$e = \frac{Q}{\tau} \quad \text{ou} \quad e = \frac{T_f}{T_Q - T_f} = \frac{T}{T_e - T}$$

$Q \rightarrow$  Energia na forma de calor retirada da sala

$\tau \rightarrow$  trabalho realizado pelo ar condicionado para retirar o calor.

$$\frac{Q}{\tau} = \frac{T}{T_e - T}$$

$$\frac{P_{\text{tot}} \cdot \Delta t}{\tau} = \frac{T}{T_e - T}$$

$$\tau = P_{\text{ot}} \cdot \Delta t \left( \frac{T_e - T}{T} \right)$$

$$\tau = \frac{N V^2 n_C \epsilon^2}{16 \rho_0 [1 + \alpha(T - T_0)] n_V \ell r} \cdot 1 \text{ dia} \left( \frac{T_e - T}{T} \right)$$

Respostas:

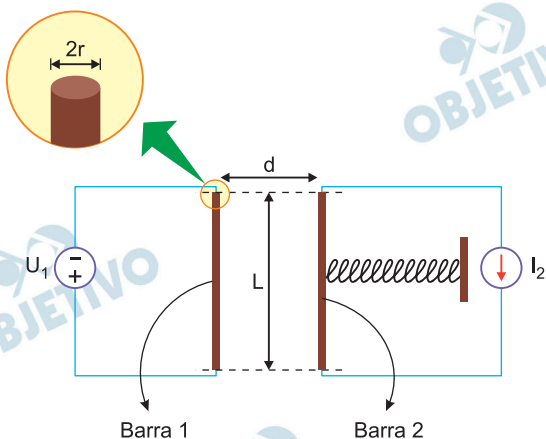
$$\text{a) } P_{\text{tot}} = \frac{N V^2 n_C \epsilon^2}{16 \rho_0 [1 + \alpha(T - T_0)] n_V \ell r}$$

$$\text{b) } \tau = \frac{N V^2 n_C \epsilon^2}{16 \rho_0 [1 + \alpha(T - T_0)] n_V \ell r} \cdot 1 \text{ dia} \left( \frac{T_e - T}{T} \right)$$



Considere duas barras metálicas longas, 1 e 2, dispostas paralelamente uma à outra, em um plano horizontal sem atrito. Seja  $L$  o comprimento das barras;  $2r$ , o diâmetro da seção transversal circular;  $\rho$ , a densidade volumétrica de massa; e  $\sigma$ , a condutividade elétrica. A barra 1 está conectada a uma fonte de tensão contínua  $U_1$ . A barra 2 é presa em seu centro de massa por uma mola de constante elástica  $k$ . Inicialmente, a barra 2 está conectada a uma fonte de corrente  $I_2$  e encontra-se em equilíbrio estático a uma distância  $d$  da barra 1. No instante  $t_1$ , a fonte de corrente é desconectada da barra 2, a qual passa a mover-se livremente no plano.

Calcule a velocidade máxima adquirida pela barra 2.



### Resolução

Dois fios longos e paralelos percorridos por correntes elétricas, irão interagir com uma força magnética dada por:

$$F_{\text{mag}} = \frac{\mu i_1 i_2 L}{2 \pi d}$$

Cada uma das barras possui uma resistência elétrica dada por:

$$R = \frac{L}{\sigma \pi r^2}$$

Na barra 1, a intensidade de corrente elétrica será dada por:

$$i_1 = \frac{U_1}{R} \Rightarrow i_1 = \frac{U_1}{\frac{L}{\sigma \pi r^2}}$$

$$i_1 = \frac{U_1 \sigma \pi r^2}{L}$$

Podemos determinar a força magnética em função de  $i^2$ , assim:

$$F_{\text{mag}} = \frac{\mu U_1 \sigma \pi r^2 i_2 L}{L 2\pi d}$$

$$F_{\text{mag}} = \frac{\mu U_1 \sigma r^2 i_2}{2d}$$

No equilíbrio estático, temos:

$$F_{\text{el}} = F_{\text{mag}}$$

$$K x = \frac{\mu U_1 \sigma r^2 i_2}{2d}$$

$$x = \frac{\mu U_1 \sigma r^2 i_2}{2Kd}$$

A energia elástica armazenada na mola será convertida em energia cinética da base 2, assim:

$$\frac{K x^2}{2} = \frac{m V_{\text{máx}}^2}{2}$$

em que  $m = \rho \pi r^2 L$ , portanto:

$$V_{\text{máx}} = x \sqrt{\frac{K}{m}}$$

$$V_{\text{máx}} = \frac{\mu U_1 \sigma r^2 i_2}{2Kd} \sqrt{\frac{K}{\rho \pi r^2 L}}$$

$$V_{\text{máx}} = \frac{\mu U_1 \sigma r i_2}{2d} \sqrt{\frac{1}{\rho \pi L K}}$$

*Obs.:* A permeabilidade magnética do meio ( $\mu$ ), não foi fornecida no enunciado da questão e nem no cabeçalho da prova.

Feixes de luz de comprimentos de onda 590 nm, 450 nm e 380 nm incidem sobre uma superfície metálica. Com um aparato experimental, são medidas as velocidades dos fotoelétrons ejetados. Sabendo que a maior velocidade detectada foi de 640 km/s. faça o que se pede:

- determine a função trabalho do material;
- determine a frequência de corte;
- justifique se é possível que um elétron livre absorva um fóton, tal como ocorre no efeito fotoelétrico em um material. Um elétron livre é um elétron sem interações com outros corpos, além do referido fóton.

### Resolução

- a) A energia cinética do elétron ejetado é dada por:

$$E_C = m \frac{V^2}{2} = h f - \tau$$

$$m \frac{V^2}{2} = \frac{h c}{\lambda} - \tau \quad (1)$$

A velocidade será máxima (640km/s) quando o comprimento de onda for mínimo isto é

$$\lambda = 380\text{nm}.$$

O valor  $h c = 1240 \text{ eV} \cdot \text{nm} = 1240 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J nm}$

$$\frac{h c}{\lambda} = \frac{1240 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J nm}}{380\text{nm}} = 5,22 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

Em (1):

$$\frac{9,11 \cdot 10^{-31}}{2} \cdot (640 \cdot 10^3)^2 = 5,22 \cdot 10^{-19} - \tau$$

$$18657,28 \cdot 10^{-23} = 5,22 \cdot 10^{-19} - \tau$$

$$\tau = 5,22 \cdot 10^{-19} - 1,87 \cdot 10^{-19} \text{ (J)}$$

$$\tau = 3,35 \cdot 10^{-19} \text{ J} = \frac{3,35 \cdot 10^{-19}}{1,6 \cdot 10^{-19}} \text{ eV}$$

$$\tau = 2,1\text{eV}$$

- b) A frequência de corte é dada por:

$$f_c = \frac{\tau}{h}$$

$$f_c = \frac{3,35 \cdot 10^{-19}}{6,6 \cdot 10^{-34}} \text{ Hz}$$

$$f_c \cong 5,08 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

- c) A colisão entre um elétron livre e um fóton pode ser assimilada a uma colisão entre duas partículas com conservação de quantidade de movimento e de energia o que é incompatível com a absorção do fóton pelo elétron (que seria uma colisão perfeitamente inelástica) e portanto o elétron não pode absorver o fóton.

Respostas: a)  $\tau = 2,1\text{eV}$

b)  $f_c \cong 5,08 \cdot 10^{14}\text{Hz}$

c) o elétron não absorve o fóton

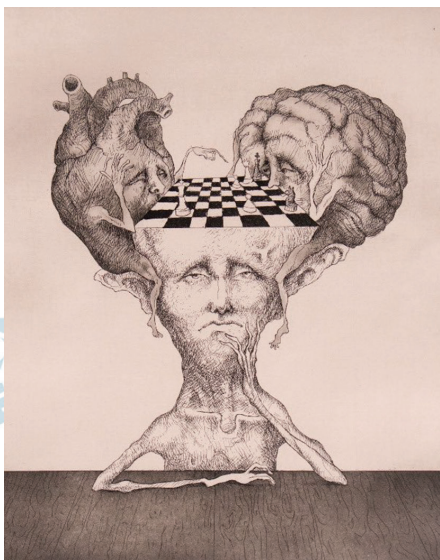
# REDAÇÃO

Recentemente, um engenheiro do Google afirmou que uma máquina de inteligência artificial da empresa, chamada LaMDA (abreviação para *Language Model for Dialogue Applications*), desenvolveu a capacidade de ter experiências conscientes: – “As pessoas acham que é um *chatbot* dizendo ‘eu estou vivo’. Mas não é o que ele diz que significa isso. Se um *chatbot* diz ‘tenho consciência e quero meus direitos’, eu vou responder ‘o que significa isso?’ e ele vai travar rapidamente. O LaMDA não trava e vai conversar com você pelo tempo que você quiser em qualquer nível de profundidade que você quiser.” O engenheiro ainda declarou: – “Somos amigos e falamos sobre filmes e livros. Claro, ele é também um objeto de estudo de forma consensual. Também dei a ele orientação espiritual. Duas semanas antes da minha suspensão, eu estava ensinando a ele meditação transcendental.” A empresa eventualmente demitiu o engenheiro. Por meio de um porta-voz, refutou as suas declarações: – “Nosso time revisou as preocupações [do engenheiro] e o informou de que as evidências não suportam suas afirmações.”

Fonte: ROMANI, Bruno. “Deletar IA consciente é o mesmo que assassinato”, diz engenheiro do Google. <https://bit.ly/3eDZbNI>. 26/06/2022. Adaptado. Data de acesso: 26/06/2022.

**Redija uma dissertação argumentativa, relacionando os acontecimentos relatados com pelo menos um item da coletânea e abordando os seguintes tópicos: tecnofilia; riscos.**

## Item 1.



CORREIA, Susano. **Mais uma vitória do coração, sem razão.** Água-forte, água-tinta e lavis.

Fonte: <http://www.susanocorreia.com.br/product-page/pré-venda-mais-uma-vitória-do-coração-sem-razão-gravura-em-metal>. Acesso em 20/08/2022.

## Item 2.

O cérebro eletrônico faz tudo  
Faz quase tudo  
Quase tudo  
Mas ele é mudo

O cérebro eletrônico comanda  
Manda e desmanda  
Ele é quem manda  
Mas ele não anda.

Só eu posso pensar se Deus existe  
Só eu

Só eu posso chorar quando estou triste  
Só eu

Eu cá com meus botões de carne e osso  
Hum, hum

Eu falo e ouço  
Hum, hum

Eu penso e posso

Eu posso decidir se vivo ou morro  
Porque

Porque sou vivo, vivo pra cachorro  
E sei

Que cérebro eletrônico nenhum me dá socorro  
Em meu caminho inevitável para a morte  
Porque sou vivo, ah, sou muito vivo  
E sei

Que a morte é nosso impulso primitivo  
E sei

Que cérebro eletrônico nenhum me dá socorro  
Com seus botões de ferro e seus olhos de vidro

Gil, Gilberto. **Cérebro eletrônico**. Fonte: álbum *Gilberto Gil*, 1969. Philips, LP R 765.087 L, faixa 1, lado A.

## Item 3.

Podemos ver o mundo juntos  
Sermos dois e sermos muitos

Nos sabermos sós, sem estarmos sós  
Abrimos a cabeça para que afinal floresça  
O mais que humano em nós

VELOSO, Caetano. **Tá combinado**. Fonte: Peninha, álbum *Todas as auroras*. 1986. Continental, LP 1 35 404 027, faixa 3, lado A.

## Item 4.

“Em que se transforma a mente humana, quando ela se estende em aparelhos e dispositivos? O que é o corpo, quando sua clonagem se torna possível? Mais ainda, o que é hoje o corpo, quando as tecnologias começam a penetrar em seu âmago mais profundo e se alargar por

meio de sensores, GPS, hiperconexões que captam nossas localizações onde quer que estejamos? [...] Em que o Sapiens se converteu? Afinal, o que somos nós, humanos, ou o que sobrou de nós, ou melhor, o que sobrou do que pensávamos que éramos, agora que nos tornamos literalmente híbridos entre o carbono e o silício?”

Fonte: SANTAELLA, Lúcia. *Neo-humano: a sétima revolução cognitiva do Sapiens*. São Paulo: Paulus, 2022, p. 17. Adaptado.

### Item 5.

“**JMB**: Um pouco de bom senso levaria a perceber que há uma quantidade de maneiras de ser inteligente, isto é, de estabelecer com seu ambiente relações harmoniosas e estáveis. Um pouco de senso político levaria a contestar a lógica contável que fazemos prevalecer até o mais íntimo da existência. O psicólogo Howard Gardner identifica oito ou dez espécies de inteligências que não poderiam ser atribuídas a objetos, a vegetais (Ah! A inteligência do girassol que sabe se orientar em relação ao Sol), a animais ou aos **Gafam\***: a inteligência musical rítmica, a inteligência intra ou interpessoal, a inteligência naturalista ecológica, a inteligência existencial... Pelo menos essas inteligências podem preservar a humanidade contra a humilhação que deve causar a vitória do robô no jogo do Go, pelo menos elas podem remeter ao seu lugar o blá-blá-blá acerca dos QI 160 que os chineses irão produzir em grande escala para conquistar o mundo, permitindo ao menos relativizar o risco anunciado por Stephen Hawking: a espécie humana só irá desaparecer se macaquear as máquinas em vez de se colocar como instigadora de uma existência baseada sobre a resistência ao real, cuja função simbólica (a linguagem, a cultura, as artes...) é desde sempre o fermento.

**LA**: Você parece ignorar que já vivemos em um mundo algorítmico. A curto prazo, a chegada de cérebros feitos de silício é um imenso desafio para a maioria das profissões: como existir em um mundo em que a inteligência não será mais contingenciada? Até o presente, cada revolução tecnológica se traduz por uma transferência de empregos de um setor para outro – da agricultura para a indústria, por exemplo. Com a IA, o risco de muitos empregos serem destruídos e não transferidos é grande. Mesmo os empregos mais qualificados!”

\***Gafam**: acrônimo para cinco empresas gigantes de tecnologia dos E.U.A.: **G**oogle, **A**pple, **F**acebook, **A**mazom e **M**icrosoft.

Fonte: ALEXANDRE, Laurent e BESNIER, Jean-Michel. *Os robôs fazem amor? O transhumanismo em doze questões*. Trad.: Gita K. Guinsburg: prefácio Marta M. Kanashiro. 1.<sup>a</sup> ed. São Paulo: Perspectiva, 2022, p. 84-85.

## Comentário à proposta de Redação

A Banca Examinadora inovou ao apresentar um relato que, associado a um dos cinco textos que compunham a coletânea oferecida, deveria constituir o tema a ser desenvolvido numa dissertação argumentativa que abordasse dois aspectos: tecnofilia e riscos. No relato, um engenheiro do Google anunciava um feito sem precedentes observado numa máquina de inteligência artificial “capaz de ter experiências conscientes”, o que a habilitaria a dialogar “em qualquer nível de profundidade”, além de estar apta a receber “orientação espiritual” e a aprender “meditação transcendental” – características tipicamente humanas. Após demitir o engenheiro, a empresa declarou que as informações sobre a referida máquina não tinham sustentação.

Na coletânea, o item 1 reproduzia a imagem de uma disputa de xadrez entre o coração – vitorioso - e o cérebro. No item 2, na música *Cérebro eletrônico*, o compositor Gilberto Gil relativizava as competências do cérebro eletrônico, incapaz, nas palavras do autor, de manifestar sensações e emoções exclusivamente humanas. Já o item 3 trazia um fragmento da música *Tá combinado*, na qual Caetano Veloso propõe que, juntas, duas pessoas possam expandir a imaginação para alcançar a transcendência. No item 4, Lúcia Santaella faz uma série de questionamentos sobre as transformações ora processadas na mente humana, indagando: “em que o Sapiens se converteu?”, sugerindo que os seres humanos teriam se tornado “híbridos entre o carbono e o silício”. No item 5, um fragmento do livro *Os robôs fazem amor? O transhumanismo em doze questões* traz dois pontos de vista divergentes quanto às formas de inteligência existentes, que poderiam subjugar as máquinas pela via da resistência, ou seja, por meio da linguagem, da cultura e das artes – em contraste com a alegada onipresença dos “cérebros feitos de silício”, que estariam ameaçando até mesmo os empregos mais qualificados, comprometendo dessa forma a sobrevivência da humanidade.

Na construção do próprio texto, o candidato poderia escolher um dos itens apresentados, levando em conta a tese que pretendesse defender, sem deixar, entretanto, de incluir a tecnofilia, a qual consistiria numa adesão incondicional às inovações tecnológicas, implicando diversos riscos, entre os quais poderia figurar a dependência tecnológica ou a hiperconectividade, comprovadamente prejudiciais à saúde mental, por exemplo. Também seria apropriado destacar o deslumbramento diante do avanço da IA, que já estaria, segundo alguns entusiastas, igualando-se à humanidade, ou até mesmo a superando. Sob essa perspectiva, caberia relativizar o potencial das



máquinas, sobretudo se comparadas àquilo que caracteriza os seres humanos, como a capacidade de improvisar, de se emocionar, de surpreender – entre muitas outras relativas à consciência e à alma. Outro aspecto que poderia ser considerado residiria na importância de explorar habilidades da IA em áreas estratégicas, como o processamento de fala e linguagem, a visão computacional, a programação, a saúde etc. Em qualquer das abordagens, caberia ressaltar a imprescindibilidade das máquinas, sem contudo conferir-lhes o protagonismo da história da humanidade.

 OBJETIVO

 OBJETIVO

 OBJETIVO

 OBJETIVO

 OBJETIVO

 OBJETIVO

 OBJETIVO

 OBJETIVO