

MATEMÁTICA

1

A Rádio Sinfonia inicia sua programação às 6 h. A programação é formada por módulos musicais de 20 minutos, intercalados por mensagens comerciais de 2 minutos. Em vista disso, o primeiro módulo musical se iniciará às 6 h (0 minutos após às 6 h), o segundo às 6h 22min (22 minutos após as 6 h), e assim por diante. Indique por h_n a quantidade de minutos, após as 6 h, em que se iniciará o módulo musical de número n .

- Escreva uma expressão matemática para h_n em função de n .
- Uma pessoa sintonizou esta rádio às 9h30min, quando estava tocando o décimo módulo musical. Determine h_{10} e quantos minutos a pessoa ouvirá de música, até que se inicie a próxima mensagem comercial.

Resolução

a) As quantidades de minutos, após as 6h, em que se iniciará cada módulo musical, são os termos da progressão aritmética (0; 22; 44; ...; h_n ; ...), onde

$$h_n = 0 + (n - 1) \cdot 22 \Rightarrow h_n = 22(n - 1), n \in \mathbb{N}^*$$

b) $h_{10} = 22 \cdot (10 - 1) = 198 \text{ min} = 3\text{h e } 18\text{min}$.

A pessoa que sintoniza a rádio às 9h e 30min, (210 minutos após o início das transmissões perdeu $(210 - 198) = 12\text{min}$ do décimo módulo musical restando, portanto, 8min de música até que se inicie a próxima mensagem musical.

Respostas: a) $h_n = 22(n - 1)$, $n \in \mathbb{N}^*$

b) $h_{10} = 3\text{h e } 18\text{ min e restaram } 8\text{ minutos de música}$.

2

O preço de tabela de um determinado produto é R\$ 1 000,00. O produto tem um desconto de 10% para pagamento à vista e um desconto de 7,2% para pagamento em 30 dias. Admitindo que o valor a ser desembolsado no pagamento à vista possa ser aplicado pelo comprador em uma aplicação de 30 dias, com um rendimento de 3%, determine:

- quanto o comprador teria ao final da aplicação;
- qual é a opção mais vantajosa para o comprador, pagar à vista ou aplicar o dinheiro e pagar em 30 dias (justifique matematicamente sua resposta).

Resolução

O preço a vista do produto é, em reais:

$$1000 \cdot (100\% - 10\%) = 900,00$$

O preço após 30 dias é, em reais:

$$1000 \cdot (100\% - 7,2\%) = 928,00$$

- Aplicando o valor a ser desembolsado no pagamento à vista a uma taxa de 3% o comprador teria, no final dos 30 dias e em reais;

$$900 \cdot (100\% + 3\%) = 927,00$$

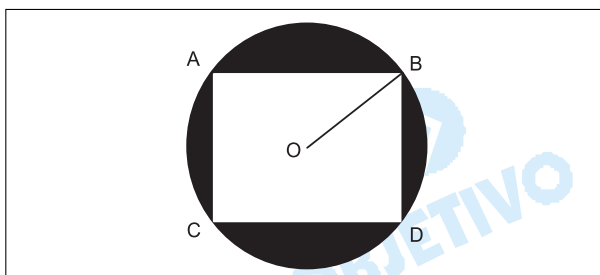
b) A opção mais vantajosa para o comprador é pagar a vista, pois se aplicar o dinheiro e pagar 30 dias após, deverá desembolsar R\$ 1,00 a mais para completar os R\$ 928,00 necessários.

Respostas: a) R\$ 927,00

b) a vista

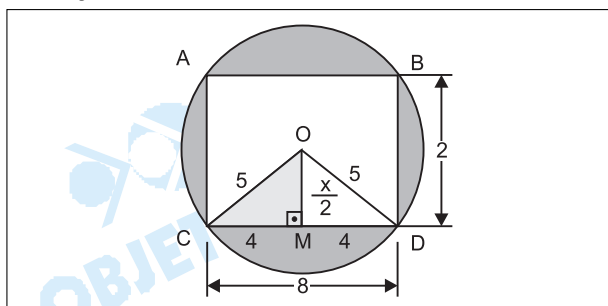
3

A figura representa um canteiro de forma circular com 5 metros de raio. O canteiro tem uma região retangular que se destina à plantação de flores e uma outra região, sombreada na figura, na qual se plantará grama. Na figura, O é o centro do círculo, OB é o raio, o retângulo está inscrito no círculo e CD mede 8 metros.



- Determine a medida do lado BD e a área da região retangular destinada à plantação de flores.
- Sabendo-se que o metro quadrado de grama custa R\$ 3,00, determine quantos reais serão gastos em grama (para facilitar os cálculos, use a aproximação $\pi = 3,2$).

Resolução



Sejam: x a medida de \overline{BD} , em metros

S_f a área destinada à plantação de flores, em metros quadrados

S_c a área destinada à plantação de grama, em metros quadrados

R a quantia, em reais, a ser gasta com a plantação de grama.

Assim:

$$1^\circ) \left(\frac{x}{2}\right)^2 + 4^2 = 5^2 \Leftrightarrow \left(\frac{x}{2}\right)^2 = 9 \Leftrightarrow \frac{x}{2} = 3 \Leftrightarrow x = 6$$

$$2^\circ) S_f = CD \cdot BD \Leftrightarrow S_f = 8 \cdot 6 \Leftrightarrow S_f = 48$$

$$3^\circ) S_c = \pi (OB)^2 \Leftrightarrow S_c = 3,2 \cdot 5^2 \Leftrightarrow S_c = 80$$

$$4^\circ) S_g = S_c - S_f \Leftrightarrow S_g = 80 - 48 \Leftrightarrow S_g = 32$$

$$5^{\circ}) R = S_g \cdot 3,00 \Leftrightarrow R = 32 \cdot 3,00 \Leftrightarrow R = 96,00$$

Respostas: a) 6m e 48m²

b) 96 reais

4

Seja $z = x + yi$ um número complexo, com x e y números reais e i a unidade imaginária.

a) Determine, em função de x e y , a parte real e a parte imaginária de $2z - i + \bar{z}$, com \bar{z} indicando o conjugado de z .

b) Determine z que seja solução da equação

$$2z - i + \bar{z} = 0.$$

Resolução

a) Sendo $z = x + yi$ e $w = 2z - i + \bar{z}$ tem-se:

$$w = 2(x + yi) - i + (x - yi) = 3x + (y - 1)i$$

$$\text{Então: } \operatorname{Re}(w) = 3x \text{ e parte imag.}(w) = (y - 1)i$$

b) $2z - i + \bar{z} = 0 \Leftrightarrow 3x + (y - 1)i = 0 \Leftrightarrow x = 0$ e $y = 1$

$$\text{Então: } z = i$$

Respostas: a) parte real = 3x; parte imag. = (y - 1)i

b) z = i

5

Considere a função polinomial de 3º grau,

$$p(x) = x^3 - 3x + 1.$$

a) Calcule $p(-2)$, $p(0)$, $p(1)$, $p(2)$ e esboce o gráfico.

b) Com base no item (a), responda, justificando sua resposta, quantas raízes reais e quantas raízes complexas (não reais) tem $p(x)$.

Resolução

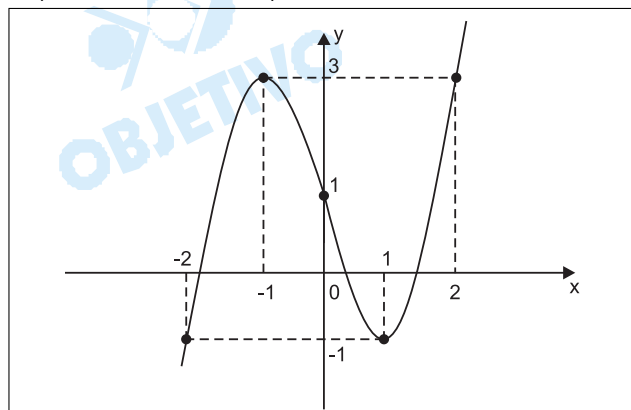
$$a) p(x) = x^3 - 3x + 1$$

$$p(-2) = -8 + 6 + 1 \Leftrightarrow p(-2) = -1$$

$$p(0) = 0 - 0 + 1 \Leftrightarrow p(0) = 1$$

$$p(1) = 1 - 3 + 1 \Leftrightarrow p(1) = -1$$

$$p(2) = 8 - 6 + 1 \Leftrightarrow p(2) = 3$$



b) A equação $p(x) = 0$ de grau 3 tem 3 raízes reais: uma entre -2 e -1 , pois $p(-2) \cdot p(-1) < 0$, uma segunda entre 0 e 1 , pois $p(0) \cdot p(1) < 0$, uma terceira entre 1 e 2 , pois $p(1) \cdot p(2) < 0$ e portanto zero raízes complexas.

6

Os 500 estudantes de um colégio responderam a uma

pergunta sobre qual a sua área de conhecimento preferida, entre Exatas, Humanidades e Biológicas. As respostas foram computadas e alguns dados foram colocados na tabela.

Área	Sexo		Total
	Masculino (M)	Feminino (F)	
Exatas(E)	120		200
Humanidades(H)		80	125
Biológicas(B)	100		175
Total			500

- a) Sabendo que cada estudante escolheu uma única área, copie a tabela em seu caderno de respostas e complete-a com os dados que estão faltando.
- b) Um estudante é escolhido ao acaso. Sabendo-se que é do sexo feminino, determine a probabilidade dessa estudante preferir Humanidades ou Biológicas.

Resolução

a)

Área	Sexo		Total
	Masculino (M)	Feminino (F)	
Exatas(E)	120	80	200
Humanidades(H)	45	80	125
Biológicas(B)	100	75	175
Total	265	235	500

b) Dentre os 235 estudantes do sexo feminino os que preferem Humanidades (80) ou Biológicas (75) são em número de 155. A probabilidade pedida é, portanto,

$$\frac{155}{235} = \frac{31}{47}.$$

Respostas: a) quadro b) $\frac{31}{47}$

7

Sejam $A = (2,0)$ e $B = (5,0)$ pontos do plano e r a reta de equação $y = \frac{x}{2}$.

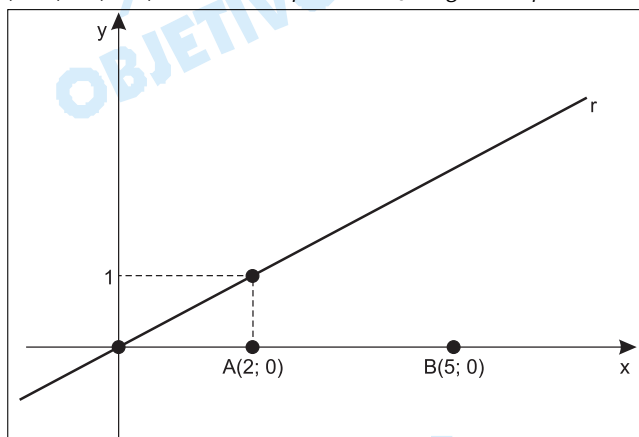
a) Represente geometricamente os pontos A e B e esboce o gráfico da reta r .

b) Se $C = \left(x, \frac{x}{2}\right)$, com $x > 0$, é um ponto da reta r , tal que o triângulo ABC tem área 6, determine o ponto C.

Resolução

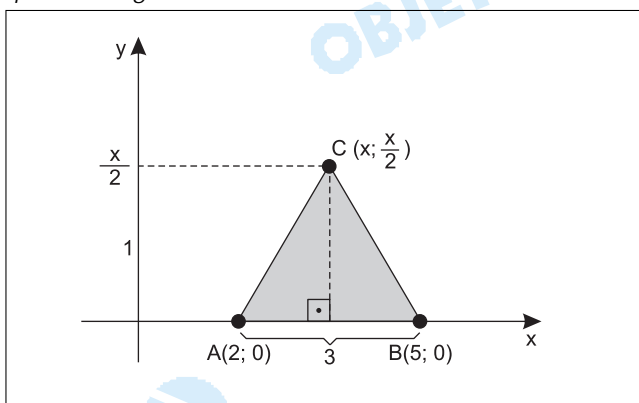
a) A reta (r) de equação $y = \frac{x}{2}$, passa pelos pontos

$(0; 0)$ e $(2; 1)$, então a representação gráfica pedida é:



b) Se $C(x; \frac{y}{2})$, com $x > 0$, é um ponto da reta (r), tal

que o triângulo ABC tem área 6, então:



$$A_{\Delta ABC} = \frac{3 \cdot \frac{x}{2}}{2} = 6 \Leftrightarrow x = 8$$

O ponto C tem coordenadas: $C(8; 4)$.

Respostas: a) Gráfico
b) C(8; 4)

8

Em uma loja, todos os CDs de uma determinada seção estavam com o mesmo preço, y . Um jovem escolheu, nesta seção, uma quantidade x de CDs, totalizando R\$ 60,00.

a) Determine y em função de x .

b) Ao pagar sua compra no caixa, o jovem ganhou, de bonificação, 2 CDs a mais, da mesma seção e, com isso, cada CD ficou R\$ 5,00 mais barato. Com quantos CDs o jovem saiu da loja e a que preço saiu realmente cada CD (incluindo os CDs que ganhou)?

Resolução

a) Sendo y (em reais), o preço de cada CD, x o número de CDs e R\$ 60,00 o total da compra, temos:

$$x \cdot y = 60 \Leftrightarrow y = \frac{60}{x}$$

b) Se com 2 CDs a mais ($x + 2$), o preço de cada CD ficou R\$ 5,00 mais barato ($y - 5$), temos:

$$(x + 2) \cdot (y - 5) = 60 \text{ com } y = \frac{60}{x}$$

$$\text{Portanto: } (x + 2) \cdot \left(\frac{60}{x} - 5\right) = 60 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 2x - 24 = 0 \Leftrightarrow x = 4, \text{ pois } x > 0$$

Dessa forma o número de CDs que o jovem saiu da loja (incluindo os que ganhou) é $x + 2 = 4 + 2 = 6$, e o preço realmente pago (em reais) por cada CD é

$$y = \frac{60}{x} - 5 = \frac{60}{4} - 5 = 10$$

$$\text{Respostas: a) } y = \frac{60}{4}$$

b) 6 e R\$ 10,00

9

Numa fábrica, o lucro originado pela produção de x peças é dado em **milhares de reais** pela função

$$L(x) = \log_{10}(100 + x) + k, \text{ com } k \text{ constante real.}$$

a) Sabendo que não havendo produção não há lucro, determine k .

b) Determine o número de peças que é necessário produzir para que o lucro seja igual a mil reais.

Resolução

Se x é o número de peças produzidas e $L(x)$ é o lucro em milhares de reais, em $L(x) = \log_{10}(100 + x) + k$, temos:

$$\text{a) } L(0) = 0 \Rightarrow 0 = \log_{10}100 + k \Leftrightarrow 0 = 2 + k \Leftrightarrow k = -2$$

$$\text{b) } \left. \begin{array}{l} L(x) = 1 \\ k = -2 \end{array} \right\} \Rightarrow 1 = \log_{10}(100 + x) - 2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 3 = \log_{10}(100 + x) \Leftrightarrow 10 = 100 + x \Leftrightarrow x = 900$$

Respostas: a) $k = -2$

b) 900 peças

10

Um reservatório de água de uma creche tem a forma de um paralelepípedo retângulo com área da base igual a 2 m^2 e altura de 2 m. O reservatório estava completamente vazio e às 0 horas (quando a creche estava fechada) ele começou a encher de água. A altura do nível de água no reservatório ao final de t horas, após começar a encher, é dada por

$$h(t) = \frac{5t}{t + 6}$$

com $h(t)$ em metros.

- a) Determine a capacidade total de água do reservatório e o volume $V(t)$ de água no reservatório no instante t (em m^3).
- b) Determine entre quais horários da madrugada o volume $V(t)$ do reservatório será maior que $2m^3$ e menor que sua capacidade total.

Resolução

a) A capacidade total V de água do reservatório, em metros cúbicos é dada pelo produto entre a área da base e a altura do paralelepípedo retângulo.

$$\text{Assim: } V = 2 \cdot 2 \Leftrightarrow V = 4$$

No instante t , o volume $V_{(t)}$ de água no reservatório, em metros cúbicos é dado por:

$$V_{(t)} = 2 \cdot h(t) \Leftrightarrow V_{(t)} = 2 \cdot \frac{5t}{t+6} \Leftrightarrow V_{(t)} = \frac{10t}{t+6}$$

$$b) 2 < V_{(t)} < 4 \Leftrightarrow 2 < \frac{10t}{t+6} < 4 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2t + 12 < 10t < 4t + 24 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{2} < t < 4 \Leftrightarrow 1h30min < t < 4 \text{ horas}$$

Respostas: a) $V = 4m^3$ e $V(t) = \frac{10t}{t+6}$

b) entre 1h30min e 4 horas da manhã

FÍSICA

11

Um bloco de granito com formato de um paralelepípedo retângulo, com altura de 30 cm e base de 20 cm de largura por 50 cm de comprimento, encontra-se em repouso sobre uma superfície plana horizontal.

- Considerando a massa específica do granito igual a $2,5 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$, determine a massa m do bloco.
- Considerando a aceleração da gravidade igual a 10 m/s^2 , determine a pressão p exercida pelo bloco sobre a superfície plana, em N/m^2 .

Resolução

a) Da definição de massa específica vem:

$$\mu = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \mu V$$

$$\mu = 2,5 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$$

$$V = 0,30 \cdot 0,20 \cdot 0,50 \text{ (m}^3\text{)} = 0,030\text{m}^3$$

$$m = 2,5 \cdot 10^3 \cdot 0,030 \text{ (kg)} \Rightarrow m = 75\text{kg}$$

b) A pressão exercida pelo bloco sobre a superfície da mesa é dada por:

$$p = \frac{P}{A} = \frac{75 \cdot 10}{0,20 \cdot 0,50} \text{ (N/m}^2\text{)}$$

$$p = \frac{750}{0,1} \left(\frac{\text{N}}{\text{m}^2} \right)$$

$$p = 7,5 \cdot 10^3 \text{ N/m}^2$$

Respostas: a) 75kg

b) $7,5 \cdot 10^3 \text{ N/m}^2$

12

Num determinado processo físico, a quantidade de calor Q transferida por convecção é dada por

$$Q = h \cdot A \cdot \Delta T \cdot \Delta t$$

onde h é uma constante, Q é expresso em joules (J), A em metros quadrados (m^2), ΔT em kelvins (K) e Δt em segundos (s), que são unidades do Sistema Internacional (SI).

- Expresse a unidade da grandeza h em termos de unidades do SI que aparecem no enunciado.
- Expresse a unidade de h usando apenas as unidades kg, s e K, que pertencem ao conjunto das unidades de base do SI.

Resolução

a) Substituindo-se na expressão dada as respectivas

unidades, temos:

$$Q = h \cdot A \cdot \Delta T \cdot \Delta t$$

$$J = [h] \cdot m^2 \cdot K \cdot s$$

$$[h] = \frac{J}{s \cdot m^2 \cdot K}$$

b) Para que a resposta seja dada apenas em kg, s e K, temos:

$$[h] = \frac{J}{s \cdot m^2 \cdot K} = \frac{kg \frac{m}{s^2} \cdot m}{s \cdot m^2 \cdot K} = \frac{kg}{s^3 \cdot K}$$

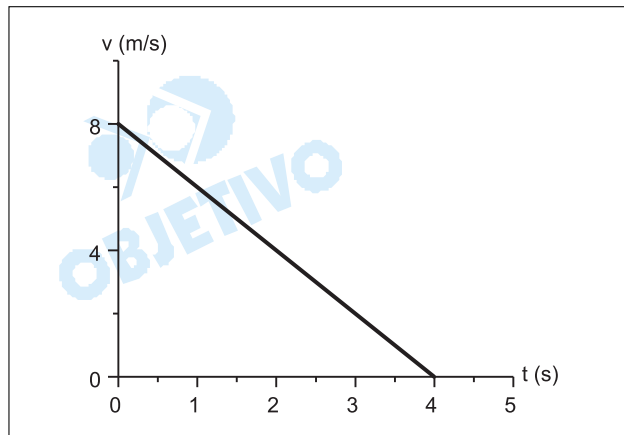
$$[h] = \frac{kg}{s^3 \cdot K}$$

Respostas: a) $\frac{J}{s \cdot m^2 \cdot K}$

b) $\frac{kg}{s^3 \cdot K}$

13

O gráfico na figura mostra a velocidade de um automóvel em função do tempo, ao se aproximar de um semáforo que passou para o vermelho.

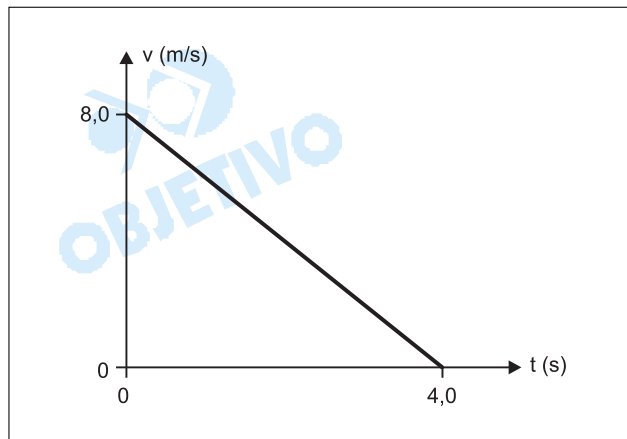


Determine, a partir desse gráfico,

a) a aceleração do automóvel e

b) o espaço percorrido pelo automóvel desde $t = 0$ s até $t = 4,0$ s.

Resolução



a) A aceleração escalar do carro é dada por:

$$\gamma = \frac{\Delta V}{\Delta t}$$

$$\gamma = \frac{-8,0}{4,0} \text{ (m/s}^2\text{)} \Rightarrow \boxed{\gamma = -2,0 \text{ m/s}^2}$$

b) O espaço percorrido é dado pela área sob o gráfico velocidade escalar x tempo

$$\Delta s = \text{área (V x t)}$$

$$\Delta s = \frac{4,0 \cdot 8,0}{2} \text{ (m)} \Rightarrow \boxed{\Delta s = 16,0 \text{ m}}$$

Respostas: a) $-2,0 \text{ m/s}^2$

b) $16,0 \text{ m}$

14

Uma pequena esfera, P, carregada positivamente, está fixa e isolada, numa região onde o valor da aceleração da gravidade é g . Uma outra pequena esfera, Q, também eletricamente carregada, é levada para as proximidades de P. Há duas posições, a certa distância d de P, onde pode haver equilíbrio entre a força peso atuando em Q e a força elétrica exercida por P sobre Q. O equilíbrio ocorre numa ou noutra posição, dependendo do sinal da carga de Q. Despreze a força gravitacional entre as esferas.

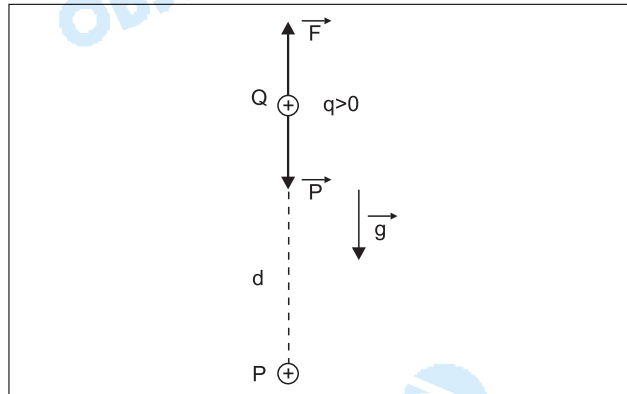
- Desenhe no seu caderno de respostas um esquema mostrando a esfera P, a direção e o sentido de \vec{g} e as duas posições possíveis definidas pela distância d para equilíbrio entre as forças sobre Q, indicando, em cada caso, o sinal da carga de Q.
- Suponha que a esfera Q seja trazida, a partir de qualquer uma das duas posições de equilíbrio, para mais perto de P, até ficar à distância $d/2$ desta, e então abandonada nesta nova posição. Determine, exclusivamente em termos de g , o módulo da aceleração da esfera Q no instante em que ela é abandonada.

Resolução

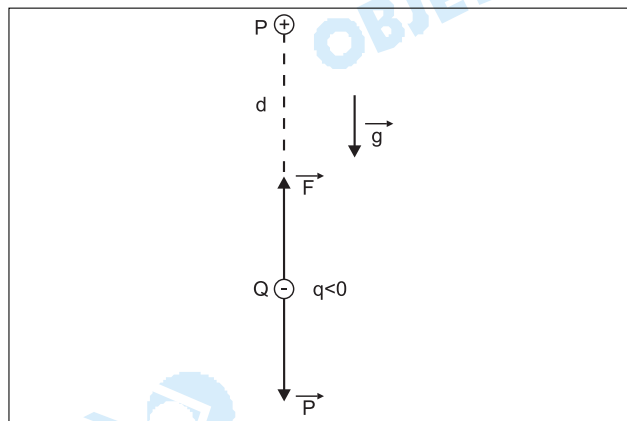
a) As forças que agem na pequena esfera Q são: o peso \vec{P} e a força elétrica \vec{F} (exercida pela esfera P).

Se \vec{P} é vertical e para baixo, \vec{F} deve ser vertical e para cima, para que a esfera Q fique em equilíbrio. Assim, temos as duas situações:

- 1ª) O sinal da carga elétrica de Q é positivo ($q > 0$). Neste caso, Q fica em equilíbrio na vertical que passa por P e acima desta.



- 2ª) O sinal da carga elétrica de Q é negativo ($q < 0$). Neste caso, Q fica em equilíbrio na vertical que passa por P e abaixo desta.



- b) No equilíbrio analisado no item anterior, temos $F = P \therefore F = mg$ (1)

Como F é inversamente proporcional ao quadrado da distância (Lei de Coulomb), concluímos que reduzindo-se a distância entre Q e P para $d/2$, a intensidade da força elétrica fica quadruplicada: $4F$.

Assim, a força resultante que age em Q tem intensidade:

$$F_{res} = 4F - P$$

De ①, vem: $F_{res} = 4P - P = 3P = 3mg$

Pelo princípio Fundamental da Dinâmica, temos:

$$F_{res} = m \cdot a$$

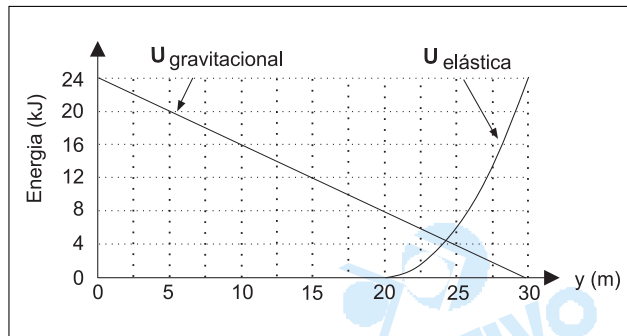
$$3mg = m \cdot a$$

$$a = 3g$$

15

Um praticante de esporte radical, amarrado a uma corda elástica, cai de uma plataforma, a partir do repouso, seguindo uma trajetória vertical. A outra extremida-

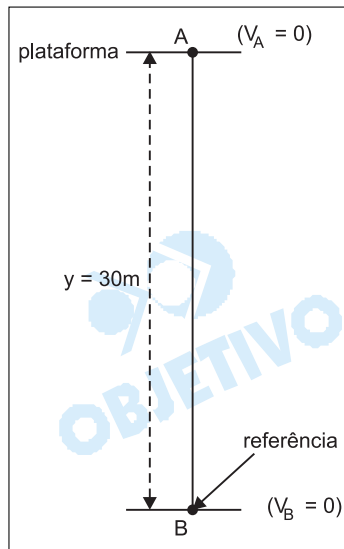
de da corda está presa na plataforma. A figura mostra dois gráficos que foram traçados desprezando-se o atrito do ar em toda a trajetória. O primeiro é o da energia potencial gravitacional, $U_{\text{gravitacional}}$, do praticante em função da distância y entre ele e a plataforma, onde o potencial zero foi escolhido em $y = 30$ m. Nesta posição, o praticante atinge o maior afastamento da plataforma, quando sua velocidade se reduz, momentaneamente, a zero. O segundo é o gráfico da energia armazenada na corda, $U_{\text{elástica}}$, em função da distância entre suas extremidades.



Determine:

- o peso P do praticante e o comprimento L_0 da corda, quando não está esticada, e
- a constante elástica k da corda.

Resolução



- 1) A energia potencial gravitacional para $y = 0$ é dada por:

$$U = m g H$$

$$24 \cdot 10^3 = P \cdot 30$$

$$P = 8,0 \cdot 10^2 \text{ N}$$

- 2) A energia elástica começa a ser armazenada a partir do valor $y = 20$ m. Isto significa que o comprimento natural da corda é $L_0 = 20$ m.

- Quando a pessoa atinge o ponto B, tomado como referência, toda a energia mecânica está na forma elástica:

$$E_B = E_A$$

(referência em P)

$$\frac{kx^2}{2} = mg H$$

$$\frac{k}{2} (10)^2 = 24 \cdot 10^3 \Rightarrow k = 480 \text{ N/m}$$

Respostas: a) $P = 8,0 \cdot 10^2 N$

$$L_0 = 20m$$

b) $k = 480N/m$

16

Uma garrafa térmica contém inicialmente 450g de água a 30°C e 100g de gelo na temperatura de fusão, a 0°C. Considere o calor específico da água igual a 4,0J/(g°C) e o calor latente de fusão do gelo igual a 320J/g.

- a) Qual será a quantidade de calor Q_F necessária para fundir o gelo dentro da garrafa?
- b) Supondo ideal o isolamento térmico da garrafa e desprezando a capacidade térmica de suas paredes internas, qual será a temperatura final da água contida no seu interior, quando o equilíbrio térmico for atingido?

Resolução

a) Para fundir o gelo necessitamos de:

$$Q = mL_F$$

$$Q = 100 \cdot 320 \text{ (J)}$$

$$Q = 32000 \text{ J} \Rightarrow \boxed{Q = 3,2 \cdot 10^4 \text{ J}}$$

b) A temperatura final da mistura é obtida por:

$$Q_{cedido} + Q_{recebido} = 0$$

$$(m c \Delta \theta)_{\text{água}} + [(mL_F)_{\text{gelo}} + (m c \Delta \theta)_{\text{gelo}}] = 0$$

$$450 \cdot 4,0 \cdot (\theta_f - 30) + 100 \cdot 320 + 100 \cdot 4,0 \cdot (\theta_f - 0) = 0$$

$$1800 \theta_f - 54000 + 32000 + 400 \theta_f = 0$$

$$2200 \theta_f - 22000 = 0$$

$$2200 \theta_f = 22000$$

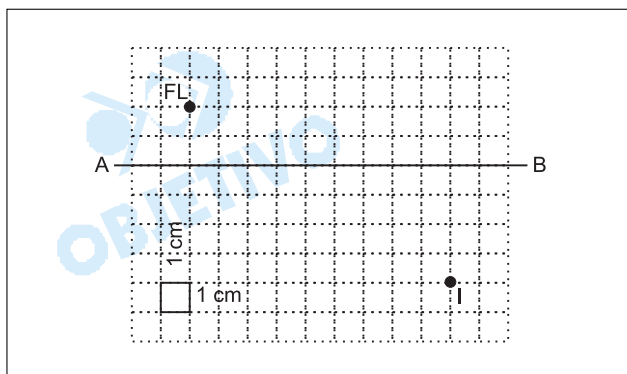
$$\boxed{\theta_f = 10^\circ C}$$

Respostas: a) $3,2 \cdot 10^4 J$

b) $10^\circ C$

17

Na figura, AB é o eixo principal de uma lente convergente e FL e I são, respectivamente, uma fonte luminosa pontual e sua imagem, produzida pela lente.

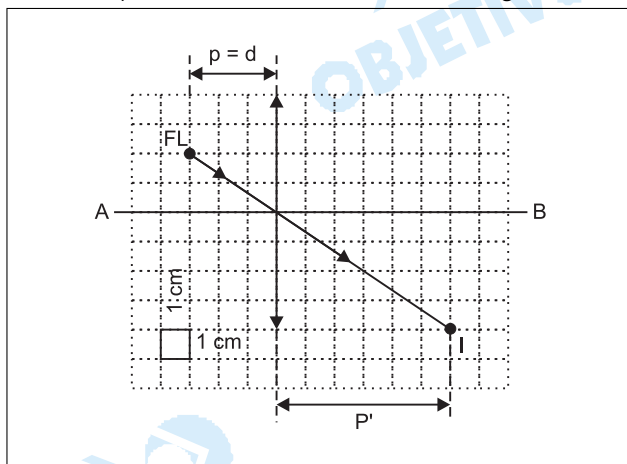


Determine:

- a) a distância d entre a fonte luminosa e o plano que contém a lente e
- b) a distância focal f da lente.

Resolução

- 1) *Tracemos, inicialmente, um raio de luz que, partindo da fonte luminosa FL (objeto real), atinge a respectiva imagem I. No ponto em que o raio de luz intercepta o eixo principal AB, obtemos o centro óptico O da lente esférica convergente.*



- 2) *Observando a escala, representada na figura, podemos concluir que a distância d entre a fonte luminosa FL e a lente vale **3cm**.*

- 1) *Da figura, temos: $p = d = 3\text{cm}$
 $p' = 6\text{cm}$*

- 2) *Utilizando-se a equação de Gauss, vem:*

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{3} + \frac{1}{6} \text{ (cm}^{-1}\text{)}$$

$f = 2\text{cm}$

- Respostas: a) 3cm**
b) 2cm

18

Dentre as medidas de emergência para contenção do consumo de energia elétrica, o governo cogitou reduzir de 5% o valor atual da tensão da rede. Considerando que, para uma alteração dessa ordem, a resistência de uma lâmpada de filamento pode ser considerada constante, determine a porcentagem de redução que esta providência traria

- no valor da corrente que passa pela lâmpada e
- no valor da potência dissipada pela lâmpada.

Resolução

a) Aplicando-se a lei de Ohm nas duas situações, temos:

$$U = R \cdot i \quad \textcircled{1}$$

$$0,95 U = R \cdot i' \quad \textcircled{2}$$

Dividindo-se membro a membro $\textcircled{2}$ por $\textcircled{1}$, vem:

$$\frac{i'}{i} = 0,95 \quad \therefore i' = 95\% i$$

Portanto, a porcentagem de redução no valor da corrente é de 5%.

b) Para a potência temos nas duas situações:

$$P = R \cdot i^2 \quad \textcircled{3}$$

$$P' = R \cdot (0,95i)^2$$

$$P' = 0,9025 \cdot Ri^2 \quad \textcircled{4}$$

De $\textcircled{3}$ e $\textcircled{4}$, vem:

$$\frac{P'}{P} \cong 0,9025 \quad \therefore P' = 90,25\% P$$

Portanto, a porcentagem de redução no valor da potência dissipada é de 9,75%.

Respostas: a) 5%

b) 9,75%

19

Uma partícula eletrizada com carga q e massa m descreve uma trajetória circular com velocidade escalar constante v , sob a ação exclusiva de um campo magnético uniforme de intensidade B , cuja direção é perpendicular ao plano do movimento da partícula.

Para responder, utilize somente as variáveis necessárias, dentre aquelas fornecidas no enunciado (q , m , v , B).

- Qual é a expressão que fornece o módulo da força magnética F_m que age sobre a partícula?
- Obtenha a expressão que fornece o raio R da trajetória e a que fornece o período T do movimento circular.

Resolução

a) A força magnética que age na partícula, que se move sob ação de um campo magnético uniforme, é dada por:

$$F_m = |q| \cdot v \cdot B \cdot \sin \theta$$

Sendo o ângulo θ de \vec{v} com \vec{B} igual a 90° ($\sin 90^\circ = 1$), vem:

$$F_m = |q| \cdot v \cdot B$$

b) A força magnética é centrípeta. Logo:

$$F_m = F_{cp}$$

$$|q| \cdot v \cdot B = m \cdot \frac{v^2}{R}$$

$$R = \frac{m \cdot v}{|q| \cdot B}$$

Em uma volta completa, temos:

$$v = \frac{2\pi \cdot R}{T}$$

$$v = \frac{2\pi}{T} \cdot \frac{m \cdot v}{|q| \cdot B}$$

$$T = \frac{2\pi \cdot m}{|q| \cdot B}$$

Respostas: a) $F_m = |q| \cdot v \cdot B$

$$b) R = \frac{m \cdot v}{|q| \cdot B} \quad e \quad T = \frac{2\pi \cdot m}{|q| \cdot B}$$

QUÍMICA

20

"Não se fazem mais nobres como antigamente – pelo menos na Química."

(Folha de S. Paulo, 17.08.2000).

As descobertas de compostos como o XePtF_6 , em 1962, e o HArF , recentemente obtido, contrariam a crença comum de que elementos do grupo dos gases nobres da Tabela Periódica não reagem para formar moléculas.

- Explique por que os gases nobres têm esta tendência à baixa reatividade.
- Sabe-se que os menores elementos deste grupo (He e Ne) permanecem sendo os únicos gases nobres que não formam compostos, mesmo com o elemento mais eletronegativo, o flúor. Justifique este comportamento.

Resolução

- Os gases nobres têm baixa reatividade, pois as suas camadas de valência estão completas (oito elétrons, com exceção do He com dois elétrons, na camada K).
- Os átomos de He e Ne apresentam elevada energia de ionização (maior que a do flúor), portanto não haverá transferência de elétrons desses gases nobres para o flúor (não ocorre reação).

21

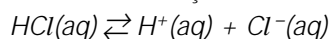
Na tabela a seguir, são fornecidos os valores de pH de soluções aquosas 0,1 mol/L de dois ácidos mono-próticos.

Ácido	pH inicial da solução
Clorídrico	1,0
Cianídrico	5,1

- Explique os diferentes valores de pH medidos para as duas soluções.
- A neutralização estequiométrica das soluções de HCl e de HCN com uma solução de NaOH resultará em soluções que terão o mesmo pH? Justifique.

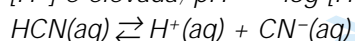
Resolução

- Os diferentes valores de pH medidos para as duas soluções são explicados pelas diferentes intensidades de ionização dos ácidos fornecidos.



ionização elevada: ácido forte

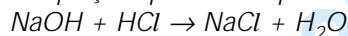
$[\text{H}^+]$ é elevada; $\text{pH} = -\log [\text{H}^+]$ é baixo



ionização baixa: ácido fraco

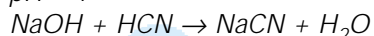
$[\text{H}^+]$ é baixa; $\text{pH} = -\log [\text{H}^+]$ é mais elevado

- A equação química do processo é:

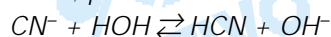


NaCl: sal de ácido e base fortes; não sofre hidrólise;

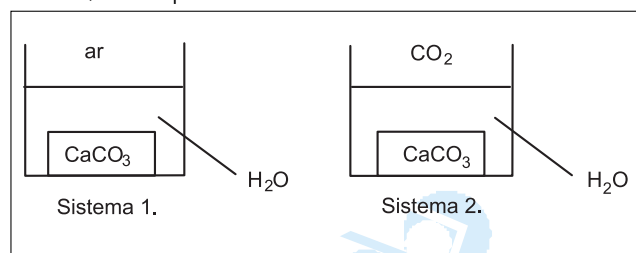
$$pH = 7$$



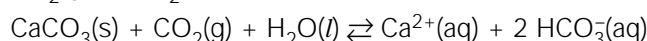
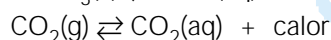
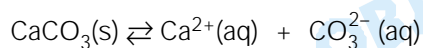
NaCN: sal de ácido fraco e base forte; hidrólise do ânion; $pH > 7$

**22**

Considere os dois sistemas, 1 e 2, observados por iguais períodos de tempo, em que as partes aquosas estão em equilíbrio com o ar e com o CO_2 , respectivamente, à temperatura ambiente.



São dados os equilíbrios:



- Explique o motivo pelo qual a solubilização do carbonato de cálcio no sistema 1 é consideravelmente menor do que no sistema 2.
- Explique por que, se o sistema 2 fosse resfriado, a quantidade de $CaCO_3$ dissolvida seria maior do que se o sistema fosse mantido à temperatura ambiente.

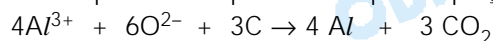
Resolução

- No sistema 2 a concentração de $CO_2(g)$ é maior que no sistema 1, portanto a reação de solubilização (terceira reação) estará mais deslocada no sentido de formação de íons Ca^{+2} e HCO_3^- .
- Abaixando a temperatura do sistema, aumenta a concentração de $CO_2(aq)$ (equação 2). O aumento da concentração de $CO_2(aq)$ desloca o equilíbrio da reação 3 para a direita, favorecendo a solubilização do $CaCO_3$.

Nota: Na equação 3 deveria ser $CO_2(aq)$ em vez de $CO_2(g)$.

23

O alumínio metálico é produzido pela eletrólise do composto Al_2O_3 , fundido, consumindo uma quantidade muito grande de energia. A reação química que ocorre pode ser representada pela equação:



Em um dia de trabalho, uma pessoa coletou 8,1 kg de

alumínio nas ruas de uma cidade, encaminhando-os para reciclagem.

- Calcule a quantidade de alumínio coletada, expressa em mols de átomos.
- Quanto tempo é necessário para produzir uma quantidade de alumínio equivalente a 2 latinhas de refrigerante, a partir do Al_2O_3 , sabendo que a célula eletrolítica opera com uma corrente de 1A?

Dados:

1 mol de elétrons = 96.500 C.

1C = 1 A x 1s.

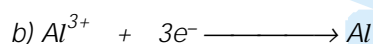
Massa molar do alumínio = 27g/mol.

2 latinhas de refrigerante = 27g.

Resolução

$$a) \begin{array}{r} 1 \text{ mol de átomos de Al} \text{ ----- } 27g \\ x \text{ ----- } 8,1 \cdot 10^3g \end{array}$$

$$x = 300 \text{ mols de átomos de Al}$$



$$\begin{array}{r} 3 \text{ mol de elétrons} \text{ ----- } 1 \text{ mol de Al} \\ 3.96500C \text{ ----- } 27g \end{array}$$

$$Q = i \cdot t$$

$$3.96500 = 1 \cdot t$$

$$t = 289.500s = 80 \text{ horas e } 25 \text{ minutos}$$

24

Considere o etanol anidro e o n-octano, dois combustíveis que podem ser empregados em motores de combustão interna. Sobre estes dois combustíveis, são disponíveis os dados fornecidos a seguir.

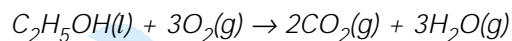
	etanol	n-octano
Fórmula molecular	C_2H_5OH	C_8H_{18}
Massa molar (g/mol)	46	114
Número de mols/litro	17,2	6,15

Suponha dois motores idênticos em funcionamento, cada um deles movido pela queima completa de um dos combustíveis, com igual aproveitamento da energia gerada.

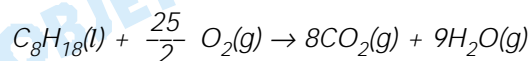
- Escreva as equações químicas que representam a combustão completa de cada um dos combustíveis.
- Sabe-se que, para realizar o mesmo trabalho gerado pela queima de 10 litros de n-octano, são necessários 14 litros de etanol. Nestas condições, compare, através de cálculos, a poluição atmosférica por gás carbônico produzida pelos dois combustíveis.

Resolução

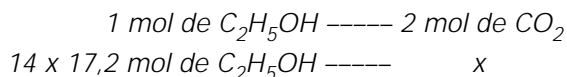
a) Equação química da combustão completa do etanol:



Equação química da combustão completa do n-octano:

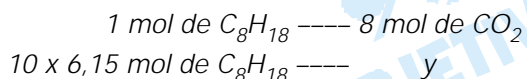


b) Cálculo da quantidade em mols de CO_2 liberado pela queima de 14 litros de etanol:



$$x = 14 \times 17,2 \times 2 \text{ mol de } CO_2 = 481,6 \text{ mol de } CO_2$$

Cálculo da quantidade em mols de CO_2 liberado pela queima de 10 litros de n-octano:



$$y = 10 \times 6,15 \times 8 \text{ mol de } CO_2 = 492 \text{ mol de } CO_2$$

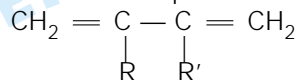
Para a mesma quantidade de energia liberada na queima do n-octano e do etanol, o n-octano libera maior quantidade de gás carbônico, portanto é o mais poluente.

$$\frac{492}{481,6} = 1,02$$

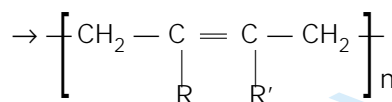
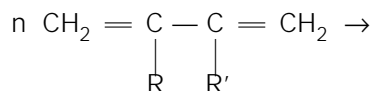
A poluição por gás carbônico causada pelo n-octano é 2% maior que a causada pelo etanol.

25

Compostos insaturados do tipo



podem polimerizar segundo a reação representada pela equação geral:



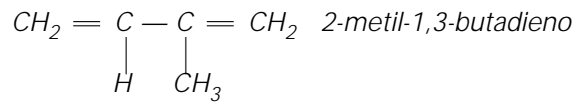
com $n > 2000$.

A borracha natural é obtida pela polimerização do composto para o qual R e R' são, respectivamente, H e CH_3 .

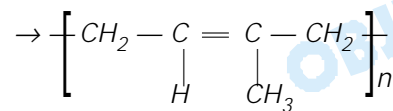
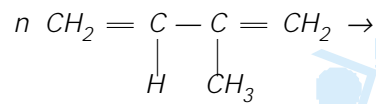
- a) Escreva o nome oficial do monômero que dá origem à borracha natural.
- b) A reação de polimerização pode dar origem a dois polímeros com propriedades diferentes. Escreva as fórmulas estruturais dos dois polímeros que podem ser formados na reação, identificando o tipo de isomeria existente entre eles.

Resolução

- a) Substituindo R e R' por H e CH₃ respectivamente, temos:



- b) A equação química que representa a reação de polimerização do 2-metil-1,3-butadieno é:



O tipo de isomeria é geométrica ou cis-trans, e os isômeros são:

