

# MATEMÁTICA

1

Sabendo-se que  $(X, 3, Y, Z, 24)$ , nesta ordem, constituem uma P.A. de razão  $r$ ,

- escreva  $X$ ,  $Y$  e  $Z$  em função de  $r$ ;
- calcule a razão  $r$  da P.A. e os valores de  $X$ ,  $Y$  e  $Z$ .

### Resolução

Se  $(X; 3; Y; Z; 24)$ , nesta ordem, constituem uma P.A. de razão  $r$ , então

$$a) X = 3 - r, Y = 3 + r, Z = 3 + 2r = 24 - r$$

$$b) Z = 3 + 2r = 24 - r \Leftrightarrow 3r = 21 \Leftrightarrow r = 7 \Rightarrow \\ \Leftrightarrow X = -4, Y = 10 \text{ e } Z = 17$$

**Respostas:** a)  $(3 - r)$ ;  $(3 + r)$  e  $(3 + 2r)$ , respectivamente.

$$b) r = 7, X = -4, Y = 10 \text{ e } Z = 17.$$

2

A tabela mostra 3 números com as correspondentes mantissas de seus logaritmos na base 10.

x	Mantissa de x
301	4786
303	4814
304	4829

- Escreva os valores dos  $\log_{10}(x)$ .
- Calcule os valores aproximados de  $\log_{10}(3,04)$ ,  $\log_{10}(3010)$  e  $\log_{10}(302)$ .

### Resolução

$$a) \log_{10} 301 = 2 + 0,4786 = 2,4786$$

$$\log_{10} 303 = 2 + 0,4814 = 2,4814$$

$$\log_{10} 304 = 2 + 0,4829 = 2,4829$$

$$b) \log_{10}(3,04) = 0 + 0,4829 = 0,4829$$

$$\log_{10}(3010) = 3 + 0,4786 = 3,4786$$

$$\log(302) \cong \frac{\log 301 + \log 303}{2} =$$

$$= \frac{2,4786 + 2,4814}{2} = 2,4800.$$

**Respostas:** a)  $\log_{10}(301) = 2,4786$ ,  $\log_{10}(303) = 2,4814$

e  $\log_{10}(304) = 2,4829$ .

b)  $\log_{10}(3,04) = 0,4829$ ,  $\log_{10}(3010) = 3,4786$  e

$\log_{10}(302) = 2,4800$ .

3

Resolva as equações exponenciais, determinando os correspondentes valores de  $x$ .

a)  $7^{(x-3)} + 7^{(x-2)} + 7^{(x-1)} = 57$

b)  $\left(\frac{1}{3}\right)^x + \left(\frac{1}{3}\right)^{x+1} - \left(\frac{1}{3}\right)^{x-2} = -207$

**Resolução**

a)  $7^{(x-3)} + 7^{(x-2)} + 7^{(x-1)} = 57 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 7^{x-3}[1 + 7 + 7^2] = 57 \Leftrightarrow 7^{x-3} \cdot 57 = 57 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 7^{x-3} = 1 \Leftrightarrow x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = 3$

b)  $\left(\frac{1}{3}\right)^x + \left(\frac{1}{3}\right)^{x+1} - \left(\frac{1}{3}\right)^{x-2} = -207 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 3^{-x} + 3^{-x-1} - 3^{-x+2} = -207 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 3^{-x-1}[3 + 1 - 3^3] = -207 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 3^{-x-1} \cdot (-23) = -207 \Leftrightarrow 3^{-x-1} = 9 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 3^{-x-1} = 3^2 \Leftrightarrow -x - 1 = 2 \Leftrightarrow x = -3$

**Respostas:** a)  $x = 3$       b)  $x = -3$

**4**

Dados os sistemas lineares,

$$S_1: \begin{cases} x - y = 0 \\ x + y = 2 \end{cases} \quad \text{e} \quad S_2: \begin{cases} C_1x + C_2y = 1 \\ C_1x - C_2y = 2 \end{cases}$$

e admitindo-se que  $S_1$  e  $S_2$  são equivalentes,

a) defina o que são sistemas lineares equivalentes;

b) encontre os valores de  $C_1$  e  $C_2$ .

**Resolução**

a) *Dois sistemas lineares são equivalentes se, e somente se, possuírem o mesmo conjunto-solução.*

b) *Os sistemas lineares  $S_1$  e  $S_2$  são equivalentes se, e somente se, o conjunto  $\{(1; 1)\}$ , solução de  $S_1$ , for solução de  $S_2$ . Desta forma,*

$$\begin{cases} C_1 \cdot 1 + C_2 \cdot 1 = 1 \\ C_1 \cdot 1 - C_2 \cdot 1 = 2 \end{cases} \quad \text{e} \quad \begin{vmatrix} C_1 & C_2 \\ C_1 & -C_2 \end{vmatrix} \neq 0 \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} C_1 + C_2 = 1 \\ 2C_1 = 3 \end{cases} \quad \text{e} \quad C_1 \cdot C_2 \neq 0 \Leftrightarrow C_1 = \frac{3}{2} \quad \text{e} \quad C_2 = \frac{-1}{2}$$

**Resposta:** a) definição.

b)  $C_1 = \frac{3}{2}$  e  $C_2 = \frac{-1}{2}$ .

**5**

Dada a matriz  $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -1 & a \end{pmatrix}$ , uma matriz B,

$(2 \times 2)$ , e sabendo-se que  $\det(AB) = 26$ ,

a) expresse  $\det(B)$  em termos de a.

b) Sendo  $B = \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 6 & 4 \end{pmatrix}$ , calcule o valor de a.

**Resolução**

$$a) \det A = \det \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -1 & a \end{pmatrix} = 3a - 2$$

$$\det(A \cdot B) = 26 \Leftrightarrow \det(A) \cdot \det(B) = 26 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (3a - 2) \cdot \det(B) = 26 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \det(B) = \frac{26}{3a - 2}, \text{ com } a \neq \frac{2}{3}.$$

$$b) B = \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 6 & 4 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(B) = 2 \Rightarrow \frac{26}{3a - 2} = 2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 26 = 6a - 4 \Leftrightarrow a = 5$$

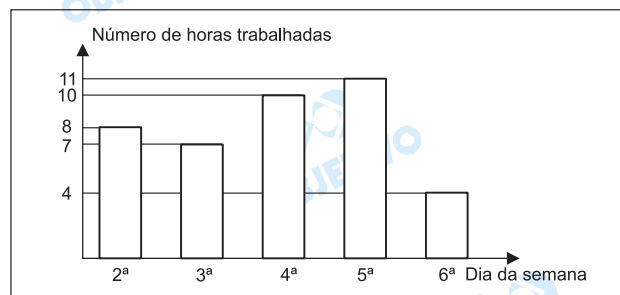
**Resposta:** a)  $\det(B) = \frac{26}{3a - 2}$ , com  $a \neq \frac{2}{3}$ .

b)  $a = 5$

**6**

Numa certa empresa, os funcionários desenvolvem uma jornada de trabalho, em termos de horas diárias trabalhadas, de acordo com o gráfico:

Dia da semana 2.<sup>a</sup> 3.<sup>a</sup> 4.<sup>a</sup> 5.<sup>a</sup> 6.<sup>a</sup>



a) Em média, quantas horas eles trabalham por dia durante uma semana?

b) Numa dada semana ocorrerá um feriado de 1 dia. Qual a probabilidade de eles trabalharem ao menos 30 horas nessa semana?

**Resolução**

a) Em média eles trabalham **8 horas por dia**, durante uma semana, pois

$$\frac{8 + 7 + 10 + 11 + 4}{5} = \frac{40}{5} = 8.$$

b) Os funcionários trabalharão, nessa semana, ao menos 30 horas se, e somente se, o feriado **não ocorrer na 5.<sup>a</sup> feira**. Assim sendo:

I) Supondo que feriado seja "um dia em que se suspende o trabalho", conforme o Dicionário Aurélio, a probabilidade pedida será  $\frac{4}{5} = 80\%$ .

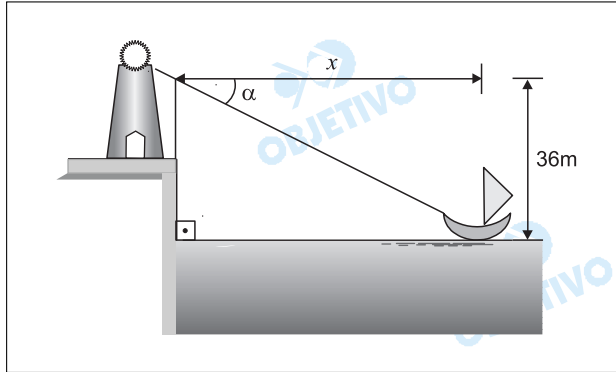
II) Supondo que feriado "seja um qualquer dos sete dias da semana (incluindo sábado e domingo)", a probabilidade pedida será  $\frac{6}{7} \cong 85,7\%$ .

**Respostas:** a) 8 horas.

b) Ver resolução.

**7**

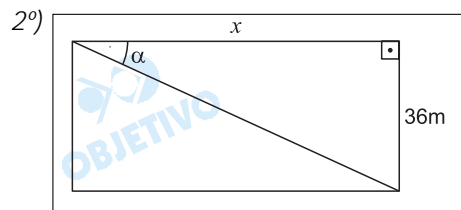
Um farol localizado a 36 m acima do nível do mar é avistado por um barco a uma distância  $x$  da base do farol, a partir de um ângulo  $\alpha$ , conforme a figura:



- a) Admitindo-se que  $\sin(\alpha) = \frac{3}{5}$ , calcule a distância  $x$ .
- b) Assumindo-se que o barco se aproximou do farol e que uma nova observação foi realizada, na qual o ângulo  $\alpha$  passou exatamente para  $2\alpha$ , calcule a nova distância  $x'$  a que o barco se encontrará da base do farol.

**Resolução**

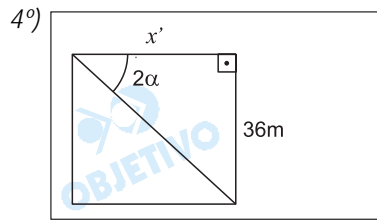
$$\left. \begin{array}{l} 1^{\circ) \quad \sin \alpha = \frac{3}{5} \\ 0 < \alpha < \frac{\pi}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow \operatorname{tg} \alpha = \frac{3}{4}$$



$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{36m}{x}$$

$$\text{Assim: } \frac{3}{4} = \frac{36m}{x} \Leftrightarrow x = 48m$$

$$3^{\circ) \quad \operatorname{tg}(2\alpha) = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha} = \frac{2 \cdot \frac{3}{4}}{1 - \left(\frac{3}{4}\right)^2} = \frac{24}{7}$$



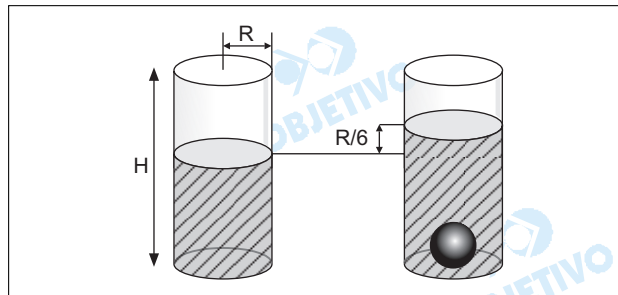
$$\operatorname{tg}(2\alpha) = \frac{36\text{m}}{x'}$$

$$\text{Assim: } \frac{24}{7} = \frac{36\text{m}}{x'} \Leftrightarrow x' = 10,5\text{m}$$

- Respostas:** a)  $x = 48\text{m}$   
 b)  $x' = 10,5\text{m}$

**8**

Em um tanque cilíndrico com raio de base  $R$  e altura  $H$  contendo água é mergulhada uma esfera de aço de raio  $r$ , fazendo com que o nível da água suba  $\frac{1}{6}R$ , conforme mostra a figura.



- a) Calcule o raio  $r$  da esfera em termos de  $R$ .  
 b) Assuma que a altura  $H$  do cilindro é  $4R$  e que antes da esfera ser mergulhada, a água ocupava  $\frac{3}{4}$  da altura do cilindro. Calcule quantas esferas de aço idênticas à citada podem ser colocadas dentro do cilindro, para que a água atinja o topo do cilindro sem transbordar.

**Resolução**

a) O volume da esfera de raio  $r$  é igual ao volume de um cilindro circular reto de raio da base  $R$  e altura  $\frac{R}{6}$ .

$$\text{Assim: } \frac{4}{3} \pi r^3 = \pi R^2 \cdot \frac{R}{6} \Leftrightarrow 8r^3 = R^3 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (2r)^3 = R^3 \Leftrightarrow 2r = R \Leftrightarrow r = \frac{R}{2}.$$

- b) Sendo  $n$  o número de esferas de aço de raio

$r = \frac{R}{2}$ , que podem ser colocadas dentro do

cilindro, para que a água atinja o topo do cilindro de altura  $4R$ , sem transbordar, tem-se:

$$n \cdot \left( \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \right) = \pi \cdot R^2 \left( 4R - \frac{3}{4} \cdot 4R \right)$$

$$\text{Assim: } n \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot \left( \frac{R}{2} \right)^3 = \pi \cdot R^2 \cdot R \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow n = \frac{3 \cdot 8 \cdot \pi \cdot R^3}{4 \cdot \pi \cdot R^3} \Leftrightarrow n = 6$$

**Respostas:** a)  $r = \frac{R}{2}$ .      b) 6 esferas.

**9**

É dado o polinômio cúbico  $P(x) = x^3 + x^2 - 2x$ , com  $x \in \mathbb{R}$ .

a) Calcule todas as raízes de  $P(x)$ .

b) Esboce, qualitativamente, o seu gráfico no plano  $(x, P(x))$ , fazendo-o passar por suas raízes.

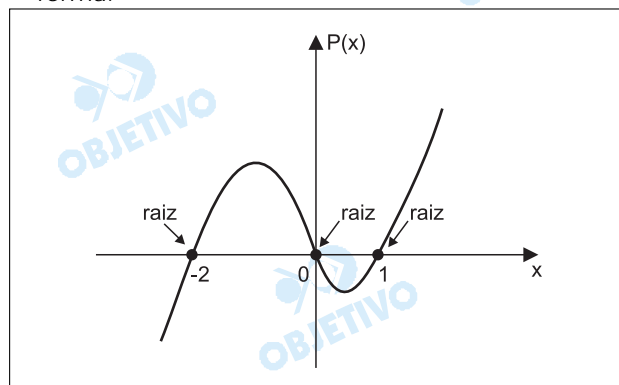
**Resolução**

$$\text{a) } P(x) = 0 \Leftrightarrow x^3 + x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow x(x^2 + x - 2) = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } x^2 + x - 2 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } x = \frac{-1 \pm 3}{2} \Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } x = 1 \text{ ou } x = -2$$

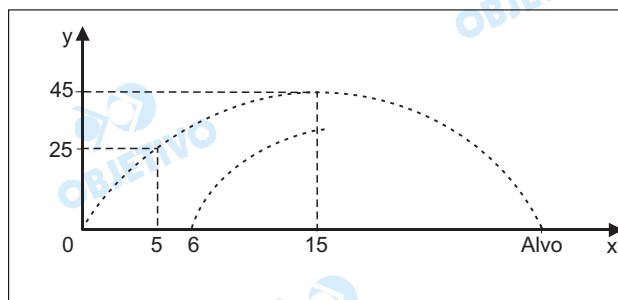
b) O gráfico desse polinômio no plano  $(x, P(x))$  é da forma:



**Respostas:** a) As raízes de  $P(x)$  são:  $-2, 0$  e  $1$ .  
b) O gráfico acima.

**10**

Suponha que um projétil de ataque partiu da origem do sistema de coordenadas cartesianas descrevendo uma parábola, conforme a figura.



- a) Sabendo-se que o vértice da parábola do projétil de ataque é dado pelas coordenadas (15,45) e baseado nos dados da figura, calcule a equação da parábola do projétil de ataque.
- b) Um projétil de defesa é lançado a partir das coordenadas (6,0) e sua trajetória também descreve uma parábola segundo a equação  $y = -0,25x^2 + 9x - 45$ . Considerando-se que o projétil de defesa atingirá o projétil de ataque, calcule as coordenadas onde isto ocorrerá e diga se o alvo estará a salvo do ataque.

#### Resolução

a) A equação da parábola do projétil de ataque é da forma:

$$y = a(x - 0)(x - 30) \Leftrightarrow y = ax(x - 30), \text{ pois o alvo é o ponto } (30; 0)$$

Como o vértice dessa parábola é o ponto (15; 45), tem-se:

$$45 = a \cdot 15 \cdot (15 - 30) \Leftrightarrow a = -\frac{1}{5}.$$

Portanto, a equação dessa parábola é a seguinte:

$$y = -\frac{1}{5}x(x - 30) \Leftrightarrow y = -0,2x^2 + 6x.$$

Obs.: O par ordenado (5; 25) satisfaz a equação  $y = -0,2x^2 + 6x$ .

- b) O projétil de defesa atingirá o projétil de ataque num ponto  $P(x; y)$ , que é o ponto de intersecção das parábolas de equações  $y = -0,2x^2 + 6x$  e  $y = -0,25x^2 + 9x - 45$ .

Assim, a abscissa desse ponto é a solução da equação:

$$\begin{aligned} -0,2x^2 + 6x &= -0,25x^2 + 9x - 45 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow 0,05x^2 - 3x + 45 &= 0 \Leftrightarrow x^2 - 60x + 900 = 0 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow x &= \frac{60 \pm \sqrt{60^2 - 3600}}{2} \Leftrightarrow x = 30. \end{aligned}$$

A ordenada desse ponto é:

$$y = -0,2 \cdot 30^2 + 6 \cdot 30 \Leftrightarrow y = 0.$$

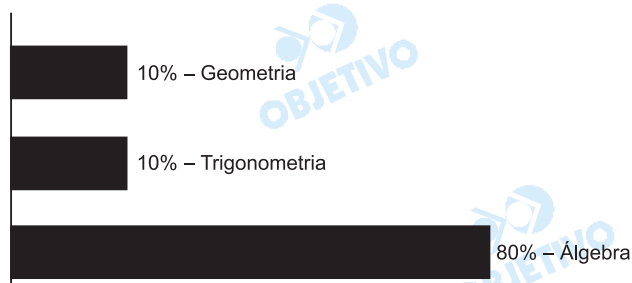
Logo, o projétil de defesa atingirá o projétil de ataque no ponto  $P(30; 0)$  onde se encontra o alvo, que, portanto, não estará a salvo do ataque.

**Respostas:** a)  $y = -0,2x^2 + 6x$ .

b) (30; 0) e o alvo não estará a salvo do ataque.

## Comentário de Matemática

*Com oito questões de Álgebra, uma de Geometria e uma de Trigonometria, relativamente bem enunciadas, algumas de cunho prático, a UNESP elaborou uma prova de Matemática bem adequada à seleção dos candidatos na área de Ciências Exatas.*





# FÍSICA

11

Um satélite com massa  $m$  gira em torno da Terra com velocidade constante, em uma órbita circular de raio  $R$ , em relação ao centro da Terra. Represente a massa da Terra por  $M$  e a constante gravitacional por  $G$ . Utilizando os conceitos de forças centrípeta e gravitacional, calcule, em função de  $m$ ,  $M$ ,  $R$  e  $G$ ,

- a) a velocidade do satélite;  
b) a constante  $K$  que aparece na terceira lei de Kepler,  $T^2 = KR^3$ , onde  $T$  é o período do movimento.

## Resolução

- a) Sendo a órbita circular, o movimento orbital é uniforme e a força gravitacional que a Terra aplica no satélite faz o papel de resultante centrípeta:

$$F_G = F_{cp}$$
$$\frac{G M m}{R^2} = \frac{m V^2}{R}$$

$$V = \sqrt{\frac{G M}{R}}$$

- b) A velocidade escalar  $V$  também é dada por:

$$V = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{2\pi R}{T}$$

Portanto:  $\frac{2\pi R}{T} = \sqrt{\frac{G M}{R}}$

$$\frac{4\pi^2 R^2}{T^2} = \frac{G M}{R}$$

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{G M} \cdot R^3$$

Sendo  $T^2 = K R^3$ , vem:

$$K = \frac{4\pi^2}{G M}$$

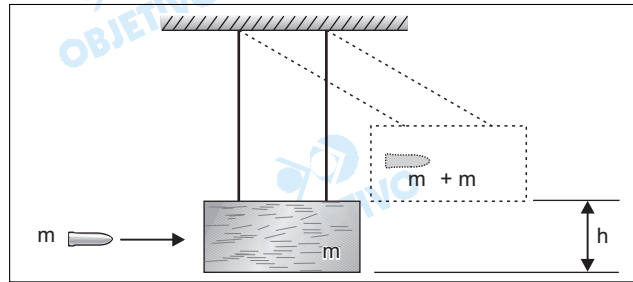
Respostas: a)  $V = \sqrt{\frac{G M}{R}}$

b)  $K = \frac{4\pi^2}{G M}$

12

O pêndulo balístico é um sistema utilizado para medir a velocidade de um projétil que se move rapidamente. O projétil de massa  $m_1$  é disparado em direção a um

bloco de madeira de massa  $m_2$ , inicialmente em repouso, suspenso por dois fios, como ilustrado na figura. Após o impacto, o projétil se acopla ao bloco e ambos sobem a uma altura  $h$ .



- a) Considerando que haja conservação da energia mecânica, determine o módulo da velocidade do conjunto bloco-projétil após o impacto.  
 b) A partir do princípio da conservação da quantidade de movimento, determine a velocidade inicial do projétil.

### Resolução

- a) Após o impacto, durante a subida do bloco, haverá conservação da energia mecânica e teremos:

$$E_{pot_{adquirida}} = E_{cin_{perdida}}$$

$$(m_1 + m_2) g h = \frac{(m_1 + m_2)}{2} V_1^2$$

$$V_1 = \sqrt{2 g h}$$

- b) No ato da colisão, haverá conservação da quantidade de movimento total do sistema.

$$Q_{imediatamente\ após} = Q_{imediatamente\ antes}$$

$$(m_1 + m_2) V_1 = m_1 V_0$$

$$V_0 = \frac{(m_1 + m_2)}{m_1} \cdot V_1$$

Portanto:

$$V_0 = \left( \frac{m_1 + m_2}{m_1} \right) \sqrt{2 g h}$$

**Respostas:** a)  $V_1 = \sqrt{2 g h}$

$$b) V_0 = \left( \frac{m_1 + m_2}{m_1} \right) \sqrt{2 g h}$$

## 13

O período de oscilação de um pêndulo simples, que oscila com amplitude muito pequena, é dado por  $T = 2\pi \sqrt{L/g}$ , onde  $L$  é o comprimento do pêndulo e  $g$  a aceleração da gravidade. Se esse comprimento fosse quadruplicado,

- a) o que ocorreria com seu período?  
 b) o que ocorreria com sua frequência?

### Resolução

Sejam  $T'$  e  $f'$ , respectivamente, o período de oscilação

do pêndulo e a frequência depois de quadruplicado o comprimento  $L$ .

$$a) T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \quad e \quad T' = 2\pi \sqrt{\frac{4L}{g}}$$

$$T' = 2 \cdot 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

Donde:  $T' = 2T$  (O período dobra.)

$$b) f = \frac{1}{T} \quad e \quad f' = \frac{1}{T'}$$

$$f' = \frac{1}{2T}$$

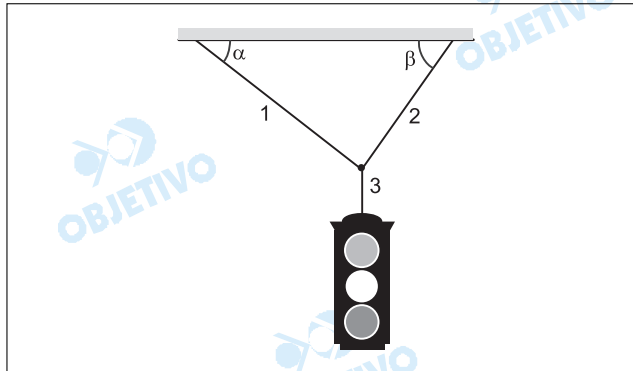
Donde:  $f' = \frac{1}{2} f$  (A frequência reduz-se à metade.)

Respostas: a) O período dobra.

b) A frequência reduz-se à metade.

**14**

Um semáforo pesando 100 N está pendurado por três cabos conforme ilustra a figura. Os cabos 1 e 2 fazem um ângulo  $\alpha$  e  $\beta$  com a horizontal, respectivamente.

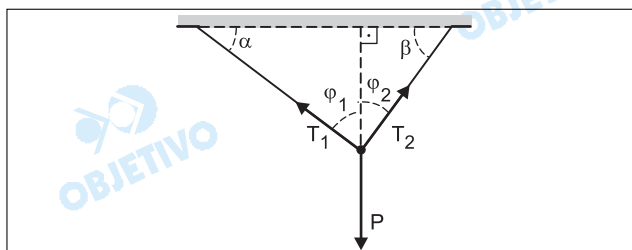


a) Em qual situação as tensões nos fios 1 e 2 serão iguais?

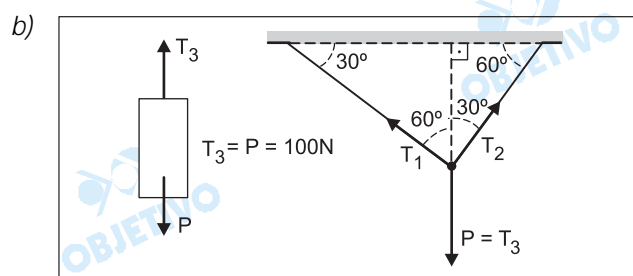
b) Considerando o caso em que  $\alpha = 30^\circ$  e  $\beta = 60^\circ$ , determine as tensões nos cabos 1, 2 e 3.

$$\text{Dados: } \sin 30^\circ = \frac{1}{2} \quad e \quad \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

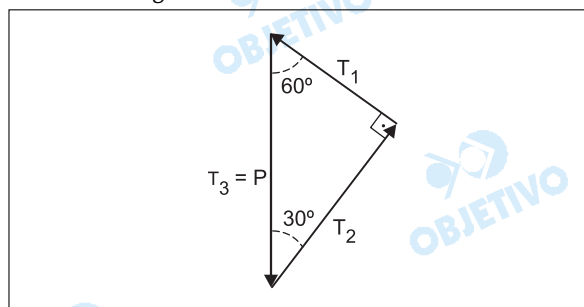
**Resolução**



- a) Para o equilíbrio:  
 $T_1 \text{ sen } \varphi_1 = T_2 \text{ sen } \varphi_2$   
 Para que  $T_1 = T_2$  resulta  $\text{sen } \varphi_1 = \text{sen } \varphi_2 \Rightarrow$   
 $\Rightarrow \boxed{\varphi_1 = \varphi_2}$   
 Sendo  $\varphi_1 = \varphi_2$ , vem  $\boxed{\alpha = \beta}$



Para o equilíbrio, a força resultante deve ser nula e o polígono de forças deve ser fechado, isto é, deve ser um triângulo.



No triângulo da figura, temos:

$$\text{sen } 30^\circ = \frac{T_1}{P} \Rightarrow T_1 = P \text{ sen } 30^\circ$$

$$T_1 = 100 \cdot \frac{1}{2} \text{ (N)} \Rightarrow \boxed{T_1 = 50 \text{ N}}$$

$$\text{sen } 60^\circ = \frac{T_2}{P} \Rightarrow T_2 = P \text{ sen } 60^\circ$$

$$T_2 = 100 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ (N)} \Rightarrow \boxed{T_2 = 50\sqrt{3} \text{ N}}$$

**Respostas:** a)  $\alpha = \beta$

b)  $T_1 = 50 \text{ N}$  ;  $T_2 = 50 \sqrt{3} \text{ N}$  e  $T_3 = 100 \text{ N}$

**15**

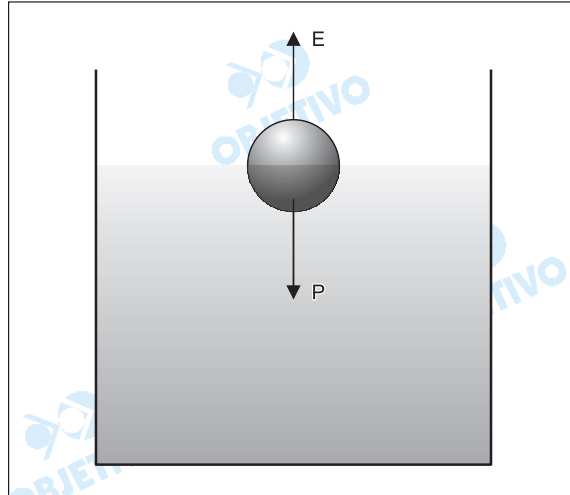
Considere um saco plástico completamente preenchido com 18 kg de gasolina colocado em um tanque com água. Considerando a espessura e a massa do saco plástico desprezíveis,  $g = 10 \text{ m/s}^2$ , a massa específica

da água igual a  $1 \text{ g/cm}^3$  e a da gasolina igual a  $2/3$  da massa específica da água, determine

- quantos litros de água são deslocados quando o saco com gasolina é colocado no tanque;
- quantos litros de gasolina ficam acima do nível da água após o sistema entrar em equilíbrio.

### Resolução

a)



Na situação de equilíbrio do saco plástico, temos:

$$E = P$$

$$\mu_a V_i g = mg$$

$$1 \cdot 10^3 \cdot V_i = 18$$

$$V_i = 18 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 = 18 \ell$$

O volume de água deslocado corresponde ao volume do saco que ficou imerso, isto é,  $18 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$  ou  $18 \ell$ .

- b) O volume total do saco plástico é dado por:

$$\mu_G = \frac{m}{V} \Rightarrow \frac{2}{3} \cdot 10^3 = \frac{18}{V} \Rightarrow V = 27 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 = 27 \ell$$

Portanto, o volume **emerso** pedido é dado por:

$$V_E = V - V_i = 9 \ell$$

Outra maneira de resolver:

$$E = P$$

$$\mu_a V_i g = \mu_G V g \Rightarrow V_i = \frac{\mu_G}{\mu_a} V = \frac{2}{3} V$$

$$V_E = \frac{1}{3} V = \frac{1}{3} 27 \ell = 9 \ell$$

**Respostas:** a)  $18 \ell$

b)  $9 \ell$

**16**

Uma lente divergente tem uma distância focal de  $-20 \text{ cm}$ . Um objeto de  $2 \text{ cm}$  de altura é colocado frontalmente a  $30 \text{ cm}$  da lente. Determine

- a posição da imagem desse objeto;
- a altura da imagem desse objeto.

### Resolução

a) Utilizando a equação de Gauss, vem:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$$
$$\frac{1}{-20} = \frac{1}{30} + \frac{1}{p'}$$
$$\frac{1}{p'} = \frac{-3-2}{60}$$

Imagem virtual a  $p' = -12\text{cm}$   
12cm do vértice do espelho.

b) Utilizando a equação do Aumento Linear Transversal, vem:

$$\frac{i}{o} = \frac{-p'}{p}$$
$$\frac{i}{2} = -\frac{(-12)}{30}$$

$$i = 0,8\text{cm}$$

**Respostas:** a) 12cm da lente (virtual)

b) 0,8cm

**17**

Duas partículas com cargas  $q_1$  e  $q_2$ , separadas a uma distância  $d$ , se atraem com força de intensidade  $F = 0,18\text{ N}$ . Qual será a intensidade da força de atração entre essas partículas se

a) a distância entre elas for triplicada?

b) o valor da carga de cada partícula, bem como a distância inicial entre elas, forem reduzidos à metade?

### Resolução

A força eletrostática de interação entre as duas partículas, por meio da Lei de Coulomb, será dada por:

$$F = \frac{K |q_1| |q_2|}{d^2} = 0,18\text{N} \quad \textcircled{1}$$

a) Se a distância entre as partículas for triplicada, vem:

$$F' = \frac{K |q_1| |q_2|}{(3d)^2}$$
$$F' = \frac{K |q_1| |q_2|}{9d^2} \quad \textcircled{2}$$

$$\text{De } \textcircled{1} \text{ e } \textcircled{2}: F' = \frac{F}{9} \Rightarrow F' = \frac{0,18\text{N}}{9}$$

$$F' = 2,0 \cdot 10^{-2}\text{N}$$

- b) Se o valor de cada carga, assim como a distância, forem reduzidos à metade, vem:

$$F'' = \frac{K |q_1/2| |q_2/2|}{\left(\frac{d}{2}\right)^2}$$

$$F'' = \frac{K |q_1| |q_2|}{d^2}$$

$$\therefore F'' = F = 0,18N$$

**Respostas:** a)  $2,0 \cdot 10^{-2}N$

b)  $1,8 \cdot 10^{-1}N$

**18**

Um *cowboy* atira contra uma parede de madeira de um bar. A massa da bala de prata é 2 g e a velocidade com que esta bala é disparada é de 200 m/s. É assumido que toda a energia térmica gerada pelo impacto permanece na bala.

- a) Determine a energia cinética da bala antes do impacto.
- b) Dado o calor específico da prata 234 J/kg°C, qual a variação de temperatura da bala, supondo que toda a energia cinética é transformada em calor no momento que a bala penetra na madeira?

**Resolução**

a)  $m = 2g = 2 \cdot 10^{-3}kg$   
 $V = 200 \text{ m/s}$

$$E_C = \frac{mV^2}{2}$$

$$E_C = \frac{2 \cdot 10^{-3} \cdot (200)^2}{2} \Rightarrow E_C = 40J$$

- b) Usando a equação fundamental da calorimetria, temos:

$$Q = m c \Delta\theta$$

$$40 = 2 \cdot 10^{-3} \cdot 234 \cdot \Delta\theta$$

$$\Delta\theta = 85,47^\circ\text{C} \cong 85,5^\circ\text{C}$$

**Respostas:** a) 40J

b) 85,5°C

**19**

Considere um ferro elétrico que tem uma resistência elétrica de 22  $\Omega$  e fica ligado duas horas por dia a uma voltagem de 110 V.

- a) Qual o valor da corrente elétrica que passa por este ferro elétrico?
- b) Qual o consumo de energia elétrica (em kWh) deste ferro ao longo de 30 dias?

### Resolução

- a) Sendo a resistência elétrica do ferro elétrico de  $22\Omega$  e a tensão elétrica da fonte de  $110V$ , a intensidade da corrente elétrica será dada por:

$$U = R i$$
$$110 = 22 i$$

$$i = 5 A$$

- b) A potência elétrica do aparelho será dada por:

$$P = \frac{U^2}{R} = \frac{(110)^2}{22} (W) = 550W$$

$$P = 0,55 kW$$

O tempo total de funcionamento do aparelho é:

$$\Delta t = 2 \times 30 (h) = 60h$$

Assim, a energia elétrica consumida será:

$$E_{el} = P \cdot \Delta t$$

$$E_{el} = 0,55 \times 60 (kWh)$$

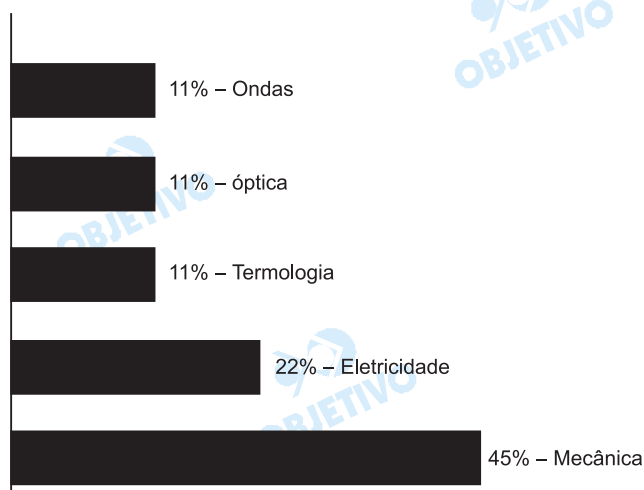
$$E_{el} = 33 kWh$$

- Respostas:** a)  $5A$   
b)  $33kWh$

### Comentário de Física

A prova apresentou enunciados simples, bastante claros, com várias questões literais de nível médio.

Um aluno bem preparado não deve ter encontrado nenhuma dificuldade na resolução de qualquer uma das questões.





# QUÍMICA

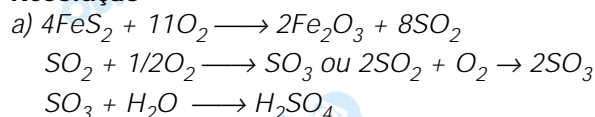
20

Na indústria, um dos processos de obtenção do ácido sulfúrico consiste no tratamento térmico vigoroso da pirita ( $\text{FeS}_2$ ) na presença de corrente de ar (reação de ustulação). Os produtos obtidos são óxido férrico ( $\text{Fe}_2\text{O}_3$ ) e dióxido de enxofre ( $\text{SO}_2$ ). O dióxido de enxofre é oxidado a anidrido sulfúrico ( $\text{SO}_3$ ), também pela reação com oxigênio, e, finalmente, por hidrólise do anidrido sulfúrico, obtém-se o ácido sulfúrico.

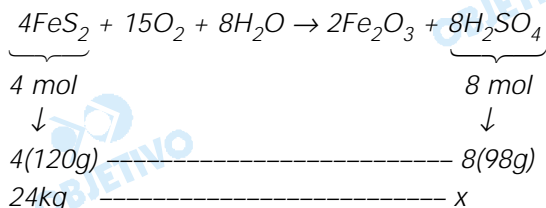
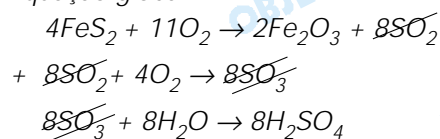
- Escreva as reações de obtenção do ácido sulfúrico a partir da ustulação da pirita.
- Calcule a massa de ácido sulfúrico produzido a partir de 24 kg de pirita.

Dados: massas molares:  $\text{FeS}_2 = 120 \text{ g/mol}$ ,  
 $\text{H}_2\text{SO}_4 = 98 \text{ g/mol}$

### Resolução



b) Equação global:



$$x = 39,2\text{kg}$$

21

O dióxido de carbono ( $\text{CO}_2$ ), conhecido também por gás carbônico, é um óxido formado por átomos com diferentes eletronegatividades. Com base nessas informações,

- explique por que a molécula de  $\text{CO}_2$  é classificada como apolar.
- monte a fórmula estrutural do  $\text{CO}_2$ , indicando os momentos dipolares de cada uma das ligações, e calcule o momento dipolar resultante ( $\mu_R$ ).

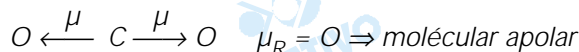
### Resolução

a) A molécula de  $\text{CO}_2$  é classificada como apolar, pois o momento dipolar resultante é igual a zero. As liga-

ções são polares (existe diferença de eletronegatividade), mas o momento dipolar resultante é zero porque a molécula é linear.

b) Fórmula estrutural

C é tetravalente e O é bivalente.



**22**

O ácido sulfúrico ( $\text{H}_2\text{SO}_4$ ) é um líquido viscoso, muito corrosivo, oxidante e higroscópico. Além da sua utilização em baterias de automóveis, preparação de corantes, tintas e explosivos, este ácido pode ser utilizado, quando diluído adequadamente, na remoção de camadas de óxidos depositados nas superfícies de ferro e aço (decapante). A solução aquosa concentrada deste ácido apresenta densidade igual a 1,80 g/mL, sendo 98% m/m (massa percentual) em  $\text{H}_2\text{SO}_4$ .

- a) Calcule a concentração, em quantidade de matéria (mol/L), da solução concentrada de ácido sulfúrico. Massa molar  $\text{H}_2\text{SO}_4 = 98$  g/mol.
- b) Para se preparar a solução aquosa de ácido sulfúrico utilizada como decapante, dilui-se 50 mL da solução concentrada para um volume final de 250 mL. Qual a concentração, em mol/L, que apresenta esta solução?

**Resolução**

a) Cálculo da massa de  $\text{H}_2\text{SO}_4$  em 1L de solução:

$$d = \frac{m}{V} \Rightarrow 1,80\text{g/mL} = \frac{m}{1000\text{mL}} \Rightarrow m = 1800\text{g}$$

$$\left. \begin{array}{l} 100\% \text{ ----- } 1800\text{g} \\ 98\% \text{ ----- } x \end{array} \right\} x = 1764\text{g de } \text{H}_2\text{SO}_4$$

Cálculo da quantidade de matéria:

$$\left. \begin{array}{l} 1\text{mol} \text{ ----- } 98\text{g} \\ y \text{ ----- } 1764\text{g} \end{array} \right\} y = 18 \text{ mol de } \text{H}_2\text{SO}_4$$

Portanto, temos:  $M = 18 \text{ mol/L}$

b) Para a diluição, a quantidade de matéria do soluto ( $n = MV$ ) é constante.

$$M_1 \cdot V_1 = M_2 \cdot V_2$$

$$(18 \text{ mol/L}) \cdot 50\text{mL} = M_2 \cdot 250\text{mL}$$

$$M_2 = 3,6 \text{ mol/L}$$

**23**

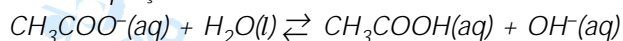
Quando se dissolvem sais em água, nem sempre a

solução se apresenta neutra. Alguns sais podem reagir com a água e, como consequência, íons hidrogênio ou íons hidroxila ficam em excesso na solução, tornando-a ácida ou básica. Essa reação entre a água e pelo menos um dos íons formados na dissociação do sal denomina-se hidrólise.

- a) Na reação de neutralização do vinagre comercial (solução de ácido acético) com solução de hidróxido de sódio, obtém-se acetato de sódio ( $\text{CH}_3\text{COONa}$ ) aquoso como produto da reação. Escreva a reação de hidrólise do íon acetato, indicando se a hidrólise é ácida ou básica.
- b) Considerando que a constante de hidrólise para o íon acetato  $K_H = 10^{-10}$  e a constante de autoprotólise da água  $K_w = 10^{-14}$ , qual será o valor do pH de uma solução 0,01 mol/L de acetato de sódio?

### Resolução

a) O íon acetato ( $\text{CH}_3\text{COO}^-$ ) sofre hidrólise de acordo com a equação:



O meio é básico, pois a hidrólise do íon acetato libera íon  $\text{OH}^-$ , portanto  $[\text{OH}^-] > [\text{H}^+]$ .

b)  $\text{CH}_3\text{COO}^-(\text{aq}) + \text{H}_2\text{O}(\text{l}) \rightleftharpoons \text{CH}_3\text{COOH}(\text{aq}) + \text{OH}^-(\text{aq})$

início	0,01	-	-	-
reage e forma	x		x	x
equilíbrio	0,01 - x		x	x

$0,01 - x \approx 0,01$  ( $x$  é muito pequeno em relação a 0,01 mol/L).

$$K_H = \frac{[\text{CH}_3\text{COOH}][\text{OH}^-]}{[\text{CH}_3\text{COO}^-]}$$

$$10^{-10} = \frac{x \cdot x}{0,01}$$

$$x^2 = 10^{-12} \therefore x = 10^{-6} \text{ mol/L}$$

$$[\text{OH}^-] = 10^{-6} \text{ mol/L}$$

$$K_w = [\text{H}^+] \cdot [\text{OH}^-]$$

$$10^{-14} = [\text{H}^+] \cdot 10^{-6}$$

$$[\text{H}^+] = 10^{-8} \text{ mol/L}$$

$$\text{pH} = -\log [\text{H}^+]$$

$$\text{pH} = -\log 10^{-8}$$

$$\text{pH} = 8$$

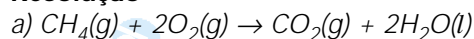
**24**

O metano ( $\text{CH}_4$ ), também conhecido como gás do lixo, ao sofrer combustão, apresenta entalpia-padrão de combustão ( $\Delta H_c^0$ ) igual a  $-890 \text{ kJ/mol}$ .

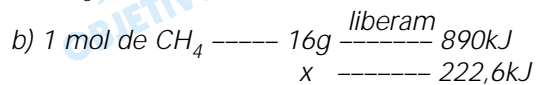
- a) Escreva a reação de combustão do metano, indicando a entalpia-padrão de combustão ( $\Delta H_c^0$ ) da reação.
- b) Sabendo que a massa molar do metano é 16 g/mol, calcule a massa deste gás que ao sofrer combustão

apresenta  $\Delta H_c = - 222,6 \text{ kJ}$ .

### Resolução



$$\Delta H_c^0 = - 890 \text{ kJ/mol}$$



$$x = 4,0\text{g}$$

**25**

O zinco é um metal que, combinando-se com o cobre, constitui uma liga denominada latão. Derramando-se solução de ácido clorídrico (HCl) sobre o zinco, o metal é oxidado a zinco(II) e observa-se o desprendimento de gás hidrogênio ( $\text{H}_2$ ), o qual pode ser identificado provocando-se sua combustão.

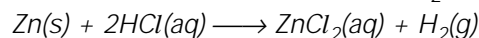
a) Escreva a equação química de formação do  $\text{H}_2(\text{g})$  a partir da reação do zinco com ácido clorídrico.

b) Se fosse derramada solução de ácido nítrico ( $\text{HNO}_3$ ) sobre o zinco, ocorreria o desprendimento de NO (gás incolor) que, depois de um certo tempo em contato com o oxigênio do ar, transforma-se em  $\text{NO}_2$  (gás de cor marrom).

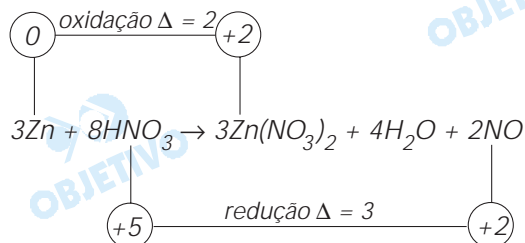
Escreva as equações químicas para a formação do  $\text{NO}_2$  a partir da reação do zinco com o ácido nítrico.

### Resolução

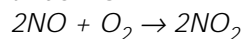
a) Equação química de formação do  $\text{H}_2$



b) Equação química da reação do zinco com o ácido nítrico



Equação química da reação de formação do  $\text{NO}_2$  a partir do NO.



### Comentário de Química

As questões foram bem elaboradas, com exceção da questão 21, na qual os números atômicos deveriam ser fornecidos. Lamente-se também praticamente a ausência da Química Orgânica nessa prova. Podemos dizer que a prova apresentou grau médio de dificuldade.

de.

