1

Considere a receita.

Receita de pão

Ingredientes:

500 mL de água.

1 e ½ kg de farinha de trigo.

1 copo de óleo.

3 colheres (sopa) de açúcar.

1 colher (chá) de sal.

50 g de fermento biológico.

Modo de preparo:

Amornar a água e colocar o óleo, o açúcar, o sal e o fermento em uma tigela.

Misturar tudo e acrescentar, aos poucos, a farinha, até a massa desgrudar das mãos.

Tirar a massa da tigela, colocá-la na mesa e sová-la.

Colocar uma bolinha de massa em um copo com água.

Enrolar a massa e deixá-la crescer, até a bolinha subir no copo com água. Depois, é só colocar a massa em uma forma e assá-la.

a) Qual processo biológico é o responsável pelo crescimento da massa do pão? Considerando esse processo, explique por que a bolinha no copo com água vem à tona depois que a massa cresce.

b) Considerando que a produção de vinho e a produção de pão têm por princípio o mesmo processo biológico, explique por que o vinho contém álcool e o pão assado não.

Resolução

a) O processo biológico responsável pelo crescimento da massa do pão é a fermentação. Esse processo produz CO_2, que diminui densidade da bolinha de massa e, consequentemente, ela vem à tona.

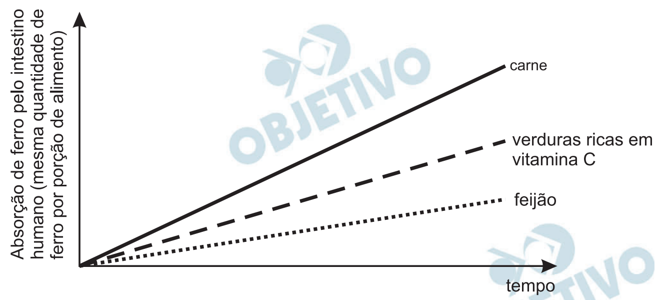
b) Nos dois processos ocorre a fermentação alcoólica. Na produção do pão assado, entretanto, o álcool evapora.

Considere as afirmações e o gráfico.

I. Nas carnes e vísceras, o ferro é encontrado na forma Fe^{2+}.

II. Nos vegetais, o ferro é encontrado na forma mais oxidada, Fe^{3+}.

III. A vitamina C é capaz de reduzir o ferro da forma Fe^{3+} para a forma Fe^{2+}.



(http://pt.scribd.com. Adaptado.)

a) Qual das formas iônicas do ferro é melhor absorvida pelo intestino humano? Justifique.

b) As afirmações e o gráfico justificam o hábito do brasileiro, de consumir laranja junto com a feijoada? Justifique.

Resolução

a) **O Fe^{2+} é a forma iônica do ferro melhor absorvida pelo intestino humano e, consequentemente, sendo a carne rica nessa forma iônica de ferro, ela apresenta elevada taxa de absorção intestinal.**

b) **Sim. A laranja é rica em vitamina C, que é capaz de reduzir o Fe^{3+} do feijão em Fe^{2+}, facilitando a absorção do ferro pelo intestino humano.**

Leia os trechos extraídos do romance *O cortiço*, de Aluísio Azevedo (1857-1913).

Trecho 1

A filha era a flor do cortiço. Chamavam-lhe Pombinha. [...] Tinha o seu noivo, o João da Costa, [...] mas Dona Isabel não queria que o casamento se fizesse já. É que Pombinha, orçando aliás pelos dezoito anos, não tinha ainda pago à natureza o cruento tributo da puberdade [...], por coisa nenhuma desta vida consentiria que a sua pequena casasse antes de "ser mulher", como dizia ela. [...] entendia que não era decente, nem tinha jeito, dar homem a uma moça que ainda não fora visitada pelas regras!

Trecho 2

– Veio?! perguntou a velha com um grito arrancado do fundo da alma.

A rapariga meneou a cabeça afirmativamente, sorrindo feliz e enrubescida.

[...]

– Milha filha é mulher! Minha filha é mulher!

O fato abalou o coração do cortiço, as duas receberam parabéns e felicitações.

a) Considerando a fisiologia da reprodução humana, o que vem a ser "as regras", as quais o autor se refere? Qual alteração hormonal finaliza o processo que resulta na "vinda das regras", como explicitado no trecho 2?

b) Suponha que Pombinha, já casada, e com "regras" regulares, quisesse evitar filhos, e para isso adotasse o método contraceptivo conhecido por "tabelinha". Como Pombinha poderia determinar o período no qual deveria se abster de relações sexuais?

Explique por que essa abstenção sexual deve se dar ao longo de um período de dias, e não apenas em um dia.

Resolução

a) As "regras", citadas pelo autor, correspondem às menstruações.
A alteração hormonal explicitada é a queda do nível de progesterona no sangue.

b) Pombinha poderia determinar esse período levando em consideração que a ovulação ocorre, aproximadamente, 14 dias após o início de uma menstruação.
A abstenção deve ser feita ao longo de um período de dias, não apenas em um dia, porque a data da ovulação pode variar em função de muitos fatores. Além disso, o espermatozoide pode permanecer vivo no corpo da mulher cerca de 3 dias.

Leia os versos da canção *Mata*, com letra de Marlui Miranda e música de Marcos Santilli.

Motosserra
Rapa a mata
Rasga a serra, rompe o verde
Mata o tronco, muta a terra
Motosserra
Motosserra
O que me espera na volta desta proeza
Derrubar os paus, navegar a mata
Morta numa viagem que me afoga em
Serragem, suor e medo...
Motosserra
Motosserra
Cedo interrompo o orvalho
Rompo o canto, sonho e cipó
E transformo tudo em
Galho ripa, farpa, cerca pau e pó
Motosserra
Motosserra

a) Considerando a fertilidade do solo e sua capacidade para reter nutrientes, o que significa o quarto verso da canção?

b) Transcreva os dois versos nos quais os autores fazem referência ao uso da madeira pelas populações humanas, e dê uma opção que permita continuar utilizando a madeira em larga escala, sem que seja preciso o desmatamento de novas áreas de florestas nativas.

Resolução

a) **O quarto verso da canção está relacionado ao desmatamento, que diminui a fertilidade do solo, pois intensifica a erosão, aumentando a perda de nutrientes minerais, já que o intemperismo torna-se mais acentuado.**

b) **Os dois versos que fazem referência ao uso humano da madeira são: "E transformo tudo em/ Galho, ripa, farpa, cerca pau e pó".**
O reflorestamento, isto é, o plantio de espécies vegetais úteis ao homem, é o processo mais recomendado.

Em 1997, uma pesquisadora da Universidade Goethe, na Alemanha, deparou-se com a seguinte situação: um de seus pacientes, portador do vírus HIV e já com os sintomas da AIDS, não respondia mais ao tratamento com o coquetel de drogas que recebia. Embora a cepa viral sensível às drogas se mantivesse controlada no organismo do paciente, sem se replicar e em níveis baixíssimos, outras cepas mostravam-se resistentes a todas as drogas utilizadas no coquetel, e o paciente sofria com a alta carga viral e com os efeitos colaterais das drogas ministradas. Visando permitir que o organismo do paciente se recuperasse dos efeitos colaterais provocados pelas drogas, o tratamento foi suspenso por alguns meses. Ao fim desse período, o paciente voltou a ser tratado com o mesmo coquetel de drogas anti-HIV que recebia anteriormente. As drogas se mostraram eficazes no combate ao vírus, e a carga viral caiu a níveis não detectáveis.

(*Evolução: a incrível jornada da vida* [Documentário da *Scientific American Brasil*], 2001.)

a) Que mecanismo evolutivo é o responsável pela mudança da característica da população viral frente aos medicamentos? No contexto da Biologia Evolutiva, quem foi o primeiro a propor esse mecanismo?

b) Explique por que o coquetel de drogas foi mais eficaz no combate à doença após o paciente ter ficado um período sem recebê-lo.

Resolução

a) O mecanismo evolutivo é a *seleção natural* atuando sobre as variações. Charles Robert Darwin foi o autor que melhor documentou esse mecanismo.

b) Questão mal formulada, por possibilitar várias interpretações. As causas e explicações possíveis são variáveis, dentre as quais: a seleção natural das formas virais, mutações sofridas pelas formas resistentes, recuperação física e fisiológica do paciente frente aos efeitos colaterais produzidos pelo coquetel anti-AIDS, entre outras. Somente uma experiência controlada seria conclusiva.

6

A explosão da nitroglicerina, $C_3H_5(NO_3)_3$, explosivo presente na dinamite, ocorre segundo a reação:

$$4\ C_3H_5(NO_3)_3\ (l) \longrightarrow$$
$$\longrightarrow 12\ CO_2\ (g) + 10\ H_2O\ (g) + 6\ N_2\ (g) + O_2\ (g)$$

São fornecidas as seguintes informações:

Entalpia de formação de CO_2 gasoso	$-400\ kJ\ .\ mol^{-1}$
Entalpia de formação de H_2O gasoso	$-240\ kJ\ .\ mol^{-1}$
Entalpia de formação de $C_3H_5(NO_3)_3$ líquido	$-365\ kJ\ .\ mol^{-1}$
Volume molar de gás ideal a 0 ºC e 1 atm de pressão	22,4 L

Considerando que ocorra a explosão de 1 mol de nitroglicerina e que a reação da explosão seja completa, calcule:

a) o volume de gases, medido nas condições normais de pressão e temperatura.

b) a entalpia da reação, expressa em $kJ\ .\ mol^{-1}$.

Resolução

a) **4 mol ——— 29 mol**
1 mol ——— x
x = 7,25 mol ∴ 162,4L

b)
$$4\ C_3H_5(NO_3)_3\ (l) \rightarrow$$
$$kJ\quad 4\ (-365)$$

$$\rightarrow 12\ CO_2(g) + 10\ H_2O(g) + 6\ N_2(g) + O_2(g)$$
$$kJ\quad 12\ (-400)\quad 10\ (-240)\quad 6\ (0)\quad 0$$

$$\Delta H = \sum \Delta H_{f_{produtos}} - \sum \Delta H_{f_{reagentes}}$$

$$\Delta H = (-4800 - 2400 + 1460)\ kJ$$

$$\Delta H = -5740\ kJ$$

$$4\ mol \xrightarrow{\text{liberam}} 5740\ kJ$$
1 mol ———— x
x = 1435 kJ

Portanto, $\Delta H = -1435$ kJ/mol

Um dos processos do ciclo natural do nitrogênio, responsável pela formação de cerca de 5% do total de compostos de nitrogênio solúveis em água, essencial para sua absorção pelos vegetais, é a sequência de reações químicas desencadeada por descargas elétricas na atmosfera (raios), que leva à formação de NO_2 gasoso pela reação entre N_2 e O_2 presentes na atmosfera.

A segunda etapa do processo envolve a reação do NO_2 com a água presente na atmosfera, na forma de gotículas, representada pela equação química:

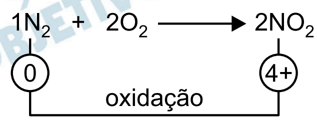
$$\mathbf{x}\ NO_2\ (g) + \mathbf{y}\ H_2O\ (l) \longrightarrow \mathbf{z}\ HNO_3\ (aq) + \mathbf{t}\ NO\ (g)$$

a) O processo envolvido na formação de NO_2 a partir de N_2 é de oxidação ou de redução? Determine o número de mols de elétrons envolvidos quando 1 mol de N_2 reage.

b) Balanceie a equação química da segunda etapa do processo, de modo que os coeficientes estequiométricos **x**, **y**, **z** e **t** tenham os menores valores inteiros possíveis.

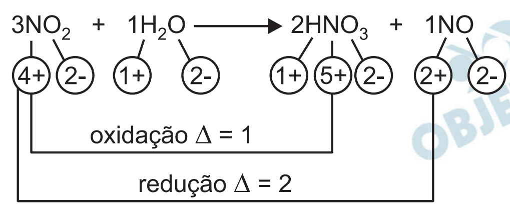
Resolução

a)



A transformação de N_2 em NO_2 é de oxidação. O número em mols de elétrons envolvido no processo é igual a 8, ou de 4 mols de elétrons por mol de átomo de nitrogênio.

b)



Δ . atomicidade

HNO_3: 1 . 1 = 1 → **1NO**

NO: 2 . 1 = 2 → **$2HNO_3$**

Assim: x = 3
y = 1
z = 2
t = 1

8

O volume de glicerina (propanotriol, fórmula molecular $C_3H_8O_3$) produzido como resíduo na obtenção de biodiesel excede em muito a necessidade atual do mercado brasileiro. Por isso, o destino atual da maior parte da glicerina excedente ainda é a queima em fornalhas, utilizada como fonte de energia. Uma possibilidade mais nobre de uso da glicerina envolve sua transformação em propeno e eteno, através de processos ainda em fase de pesquisa. O propeno e o eteno são insumos básicos na indústria de polímeros, atualmente provenientes do petróleo e essenciais na obtenção de produtos como o polietileno e o polipropileno.

a) Escreva a equação química balanceada da combustão completa de um mol de glicerina.

b) Sabendo que o polietileno é produzido pela reação de adição de um número n de moléculas de eteno, escreva a equação genérica de formação do polímero polietileno a partir de eteno, utilizando fórmulas estruturais de reagente e produto.

Resolução

a) $$C_3H_8O_3 + \frac{7}{2}\ O_2 \longrightarrow 3\ CO_2 + 4\ H_2O$$

b) $$\underset{\text{etileno}}{n\ \overset{H_2}{C} = \overset{H_2}{C}} \xrightarrow[\text{catalisador}]{P,\ T} \underset{\text{polietileno}}{-\!\left(\overset{H_2}{C} - \overset{H_2}{C} \right)_n\!-}$$

Soluções aquosas de nitrato de prata ($AgNO_3$), com concentração máxima de 1,7% em massa, são utilizadas como antisséptico em ambiente hospitalar. A concentração de íons Ag^+ presentes numa solução aquosa de $AgNO_3$ pode ser determinada pela titulação com solução de concentração conhecida de tiocianato de potássio (KSCN), através da formação do sal pouco solúvel tiocianato de prata (AgSCN). Na titulação de 25,0 mL de uma solução de $AgNO_3$, preparada para uso hospitalar, foram utilizados 15,0 mL de uma solução de KSCN 0,2 mol . L^{-1}, para atingir o ponto final da reação.

a) Determine, em mol . L^{-1}, a concentração da solução preparada de $AgNO_3$.

b) Mostre, através de cálculos de concentração, se a solução de $AgNO_3$ preparada é adequada para uso hospitalar. Considere que a massa molar de $AgNO_3$ seja igual a 170 g . mol^{-1} e que a densidade da solução aquosa seja igual a 1 g . ml^{-1}.

Resolução

a) $Ag^+(aq) + SCN^-(aq) \longrightarrow AgSCN(s)$

Cálculo da quantidade em mols de SCN^-:

$$\mathcal{M} = \frac{n}{V} \qquad 0{,}2\ \text{mol/L} = \frac{n}{15{,}0 \cdot 10^{-3}\ \text{L}}$$

$n = 0{,}003$ mol

Cálculo da concentração em mol/L de $AgNO_3$:

$$\mathcal{M} = \frac{n}{V} \therefore \mathcal{M} = \frac{0{,}003\ \text{mol}}{25{,}0 \cdot 10^{-3}\ \text{L}}$$

$\mathcal{M} = 0{,}12$ mol/L

b) $C = 10\ d\ p, \qquad C = \mathcal{M} \cdot M$

$\mathcal{M} \cdot M = 10\ d\ p$

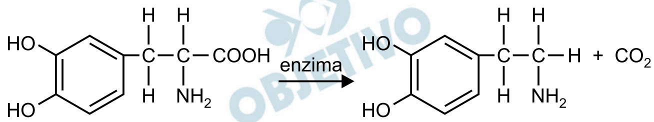
$0{,}12\ \text{mol/L} \cdot 170\ \text{g/mol} = 10 \cdot 1\ \text{g/mL} \cdot p$

$p = 2{,}04\ \%$

Não é adequada para uso hospitalar.

10

O Mal de Parkinson, doença degenerativa cuja incidência vem crescendo com o aumento da duração da vida humana, está associado à diminuição da produção do neurotransmissor dopamina no cérebro. Para suprir a deficiência de dopamina, administra-se por via oral um medicamento contendo a substância dopa. A dopa é absorvida e transportada nessa forma para todo o organismo, através da circulação, penetrando no cérebro, onde é convertida em dopamina, através de reação catalisada por enzima adequada, representada pela equação:



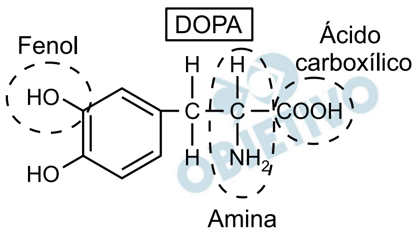
dopa dopamina

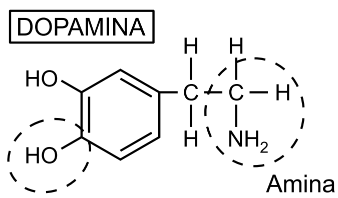
a) Identifique as funções orgânicas presentes em cada uma das duas substâncias, dopa e dopamina.

b) Analise as fórmulas da dopa e da dopamina e decida se as substâncias apresentam atividade óptica. Em caso positivo, copie a fórmula estrutural correspondente para o espaço de resolução e resposta, de uma ou de ambas as substâncias, assinalando na fórmula o átomo responsável pela atividade óptica.

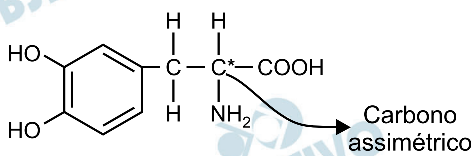
Resolução

a)





b) Apenas a substância dopa possui carbono assimétrico ou quiral:



11

O atleta húngaro Krisztian Pars conquistou medalha de ouro na olimpíada de Londres no lançamento de martelo. Após girar sobre si próprio, o atleta lança a bola a 0,50 m acima do solo, com velocidade linear inicial que forma um ângulo de 45º com a horizontal. A bola toca o solo após percorrer a distância horizontal de 80 m.

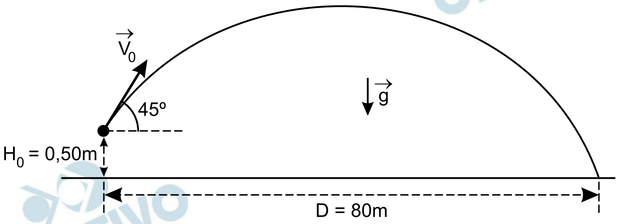
(http://globoesporte.globo.com/olimpiadas/noticia)

Nas condições descritas do movimento parabólico da bola, considerando a aceleração da gravidade no local igual a 10 m/s^2, $\sqrt{2}$ igual a 1,4 e desprezando-se as perdas de energia mecânica durante o voo da bola, determine, aproximadamente:

a) o módulo da velocidade de lançamento da bola, em m/s.

b) a altura máxima, em metros, atingida pela bola.

Resolução



a) 1) Componentes de $\vec{V}_0$:

$$V_{0x} = V_{0y} = V_0 \cos 45° = V_0 \frac{\sqrt{2}}{2} = 0{,}7\, V_0$$

2) Na direção horizontal:

$$\Delta s_x = V_{0x}\, T$$

$$80 = V_0 \frac{\sqrt{2}}{2}\, T \quad (1)$$

3) Na direção vertical:

$$\Delta s_y = V_{0y}\, t + \frac{\gamma_y}{2}\, t^2 \uparrow \oplus$$

$$-0{,}50 = V_0 \frac{\sqrt{2}}{2} T - 5{,}0\, T^2 \quad (2)$$

4) Substituindo-se (1) em (2), vem:

$$-0{,}50 = 80 - 5{,}0\, T^2$$

$$5{,}0\, T^2 = 80{,}5 \Rightarrow T^2 = 16{,}1 \Rightarrow \boxed{T \cong 4{,}0s}$$

Em (1):

$$80 = V_0 \frac{\sqrt{2}}{2} . 4{,}0$$

$$V_0 = \frac{40}{\sqrt{2}} (m/s) = 40 \frac{\sqrt{2}}{2} m/s$$

$$\boxed{V_0 = 20\sqrt{2}\ m/s}$$

$$\text{Para } \sqrt{2} = 1{,}4 \Rightarrow \boxed{V_0 \cong 28m/s}$$

b) Na direção vertical:

$$V_y^2 = V_{0y}^2 + 2\gamma_y\, \Delta s_y \uparrow \oplus$$

$$V_{0y} = V_0 \frac{\sqrt{2}}{2} = 20\sqrt{2} . \frac{\sqrt{2}}{2} (m/s) = 20m/s$$

$$0 = 400 + 2\,(-10)\,(H_{máx} - 0{,}50)$$

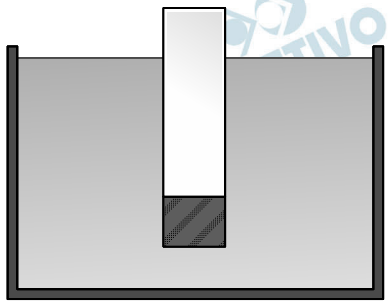
$$20\,(H_{máx} - 0{,}50) = 400$$

$$\boxed{H_{máx} = 20{,}5m}$$

Respostas: a) $V_0 = 20\sqrt{2}$ m/s $\cong$ 28m/s
b) $H_{máx} = 20{,}5$m

12

Um objeto maciço cilíndrico, de diâmetro igual a 2,0 cm, é composto de duas partes cilíndricas distintas, unidas por uma cola de massa desprezível. A primeira parte, com 5,0 cm de altura, é composta por uma cortiça com densidade volumétrica 0,20 g/cm^3. A segunda parte, de 0,5 cm de altura, é composta por uma liga metálica de densidade volumétrica 8,0 g/cm^3. Conforme indica a figura, o objeto encontra-se em repouso, parcialmente submerso na água, cuja densidade volumétrica é 1,0 g/cm^3.



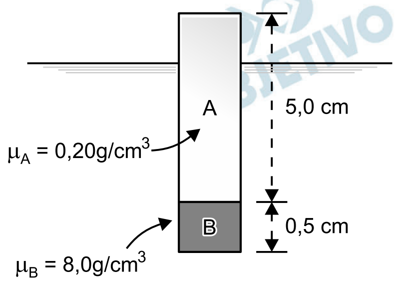
Fora de escala

Nas condições descritas relativas ao equilíbrio mecânico do objeto e considerando π aproximadamente igual a 3, determine:

a) a massa total, em gramas, do objeto cilíndrico.

b) a altura, em centímetros, da parte do cilindro submersa na água.

Resolução



a) $P = (m_A + m_B)\, g$

$P = (\mu_A V_A + \mu_B V_B)\, g$

$V_A = \pi r^2 h_A$

$V_B = \pi r^2 h_B$

$P = (\mu_A \pi r^2 h_A + \mu_B \pi r^2 h_B)\, g$

$P = \pi r^2 (\mu_A h_A + \mu_B h_B)\, g$

$P = 3 \,.\, (1{,}0 \,.\, 10^{-2})^2 \,(0{,}20 \,.\, 10^3 \,.\, 5{,}0 \,.\, 10^{-2} + 8{,}0 \,.\, 10^3 \,.\, 0{,}5 \,.\, 10^{-2}) \,.\, 10 \text{ (N)}$

$P = 3{,}0 \,.\, 10^{-4}\, (10{,}0 + 40{,}0) \,.\, 10 \text{ (N)}$

$P = 150 \,.\, 10^{-3}\text{ N} = 0{,}15\text{N}$

$m = \dfrac{P}{g} = 0{,}015 \text{ kg} \Rightarrow \boxed{m = 15 \text{ g}}$

b) **Para o equilíbrio do cilindro:**

$$P = E$$

$$m\,g = \mu_a\,V_i\,g$$

$$m = \mu_a \,.\, \pi\, r^2 \,.\, h_i$$

$$15 \,.\, 10^{-3} = 1{,}0 \,.\, 10^3 \,.\, 3 \,.\, (1{,}0 \,.\, 10^{-2})^2 \,.\, h_i$$

$$5{,}0 \,.\, 10^{-6} = 10^{-4} \,.\, h_i$$

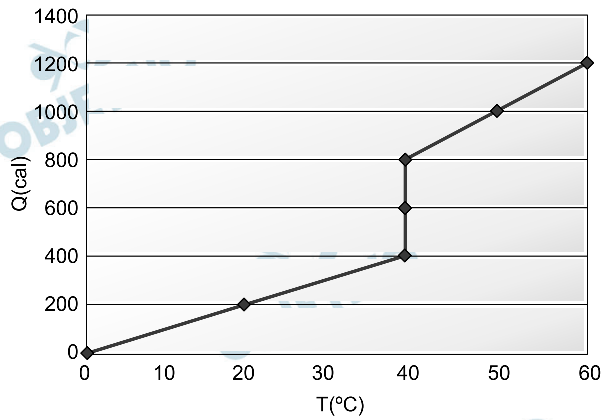
$$h_i = 5{,}0 \,.\, 10^{-2} m$$

$$\boxed{h_i = 5{,}0\ cm}$$

Respostas: a) $m = 15g$
b) $h_i = 5{,}0\ cm$

13

O gráfico representa o processo de aquecimento e mudança de fase de um corpo inicialmente na fase sólida, de massa igual a 100 g.



Sendo Q a quantidade de calor absorvida pelo corpo, em calorias, e T a temperatura do corpo, em graus Celsius, determine:

a) o calor específico do corpo, em cal/(gºC), na fase sólida e na fase líquida.

b) a temperatura de fusão, em ºC, e o calor latente de fusão, em calorias, do corpo.

Resolução

a) Fase sólida: $Q_1 = m\,c_s\,\Delta\theta_1 \Rightarrow 400 = 100\,c_s\,40$

Da qual: $\boxed{c_s = 0{,}10\ \text{cal/g°C}}$

Fase líquida: $Q_2 = m\,c_L\,\Delta\theta_2 \Rightarrow 400 = 100\,c_L\,(60 - 40)$

Da qual: $\boxed{c_L = 0{,}20\ \text{cal/g°C}}$

b) Conforme o gráfico, a fusão ocorre na temperatura $\theta_F = 40°C$.

A quantidade de calor latente, em calorias, associada ao processo de fusão do material é $\boxed{Q_3 = 400\ \text{cal}}$. Isso pode ser observado diretamente no gráfico, na região do "patamar".

O calor específico latente de fusão do material L_F, em cal/g, também pode ser determinado, fazendo-se:

$Q_3 = m\,L_F \Rightarrow 400 = 100\,L_F$

Da qual: $\boxed{L_F = 4{,}0\ \text{cal/g}}$

Respostas: a) $c_s = 0{,}10$ cal/g°C; $c_L = 0{,}20$ cal/g°C

b) $\theta_F = 40°C$; calor latente usado na fusão: 400 cal. O calor latente específico vale 4,0 cal/g

Observe a charge.

(*Folha de S.Paulo*, 03.07.2012.)

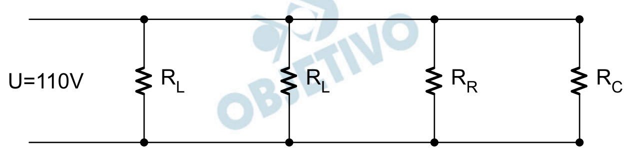
Em uma única tomada de tensão nominal de 110 V, estão ligados, por meio de um adaptador, dois abajures (com lâmpadas incandescentes com indicações comerciais de 40 W – 110 V), um rádio-relógio (com potência nominal de 20 W em 110 V) e um computador, com consumo de 120 W em 110 V. Todos os aparelhos elétricos estão em pleno funcionamento.

a) Utilizando a representação das resistências ôhmicas equivalentes de cada aparelho elétrico como R_L para cada abajur, R_R para o rádio-relógio e R_C para o computador, esboce o circuito elétrico que esquematiza a ligação desses 4 aparelhos elétricos na tomada (adaptador) e, a partir dos dados da potência consumida por cada aparelho, calcule a corrente total no circuito, supondo que todos os cabos de ligação e o adaptador são ideais.

b) Considerando que o valor aproximado a ser pago pelo consumo de 1,0 kWh é R$ 0,30 e que os aparelhos permaneçam ligados em média 4 horas por dia durante os 30 dias do mês, calcule o valor a ser pago, no final de um mês de consumo, devido a estes aparelhos elétricos.

Resolução

a) **Como todos os aparelhos estão ligados por meio de benjamins (adaptadores) a uma mesma tomada elétrica, eles estão necessariamente em paralelo. A rede elétrica é de 110 V, portanto, todos os quatro aparelhos estão sob tensão elétrica de 110 V, que é a tensão nominal de cada um. Assim, podemos simplesmente somar as potências nominais e obteremos a potência total instalada.**



A potência total é dada por:

$$\mathbf{Pot_{total} = 2\,Pot_L + Pot_R + Pot_C}$$

$Pot_{total} = (2 . 40 + 20 + 120)W$

$Pot_{total} = 220W$

Cálculo da intensidade da corrente elétrica:

$P_{tot} = i . U$

$220 = i . 110 \Rightarrow \boxed{i = 2,0A}$

b) **Cálculo do custo da energia consumida:**

$E = Pot_{total} . \Delta t$

$E = 220 . 30 . 4 \text{ (Wh)}$

$E = 26400Wh = 26,4kWh$

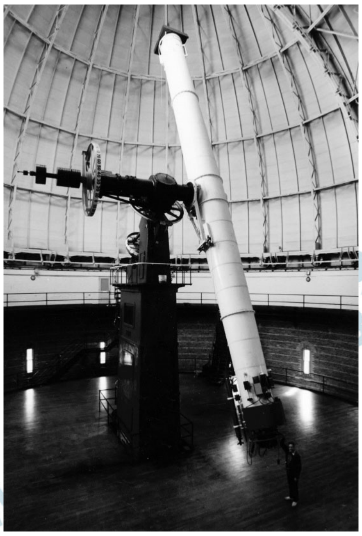
O custo C é dado por:

$C = 26,4 . R\$ \ 0,30$

$\boxed{C = R\$ \ 7,92}$

Respostas: a) ver figura; i = 2,0A
b) R$ 7,92

Um telescópio refrator trabalha com a propriedade de refração da luz. Este instrumento possui uma lente objetiva, que capta a luz dos objetos e forma a imagem. Outra lente convergente, a ocular, funciona como uma lupa, aumentando o tamanho da imagem formada pela lente objetiva. O maior telescópio refrator do mundo em utilização, com 19,2 m de comprimento, é o telescópio Yerkes, que teve sua construção finalizada em 1897 e localiza-se na Universidade de Chicago, nos EUA.



(www.cdcc.usp.br)

O telescópio Yerkes possui uma objetiva com 102 cm de diâmetro e com razão focal (definida como a razão entre a distância focal e o diâmetro de abertura da lente) igual a 19,0.

a) Qual a distância focal da objetiva do telescópio refrator descrito e quanto vale a soma das distâncias focais da objetiva e da ocular?

b) Qual é o aumento visual (ampliação angular) do telescópio?

Resolução

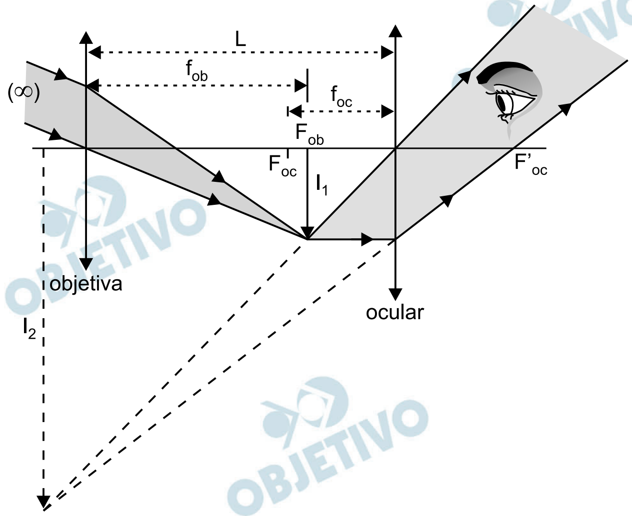
a) **Assumindo-se para o diâmetro da objetiva o valor de 102 cm, o problema não tem solução, já que a distância focal dessa lente fica maior que o comprimento L = 19,2 m do telescópio. De fato, obteríamos para a distância focal da objetiva o valor incompatível**

$$f_{ob} = 19{,}0 \,.\, 1{,}02 \text{ (m)} \Rightarrow f_{ob} = 19{,}38 \text{ m}$$

Pesquisando-se na internet, porém, no *site* www.cdcc.usp.br, pode-se obter para o diâmetro da objetiva do telescópio Yerkes o valor de 101 cm, o que viabiliza, com ressalvas, o problema.
Sendo r a razão focal, tem-se, conforme a definição apresentada no enunciado:

$$r = \frac{f_{ob}}{D} \Rightarrow 19{,}0 = \frac{f_{ob}}{101} \Rightarrow \boxed{f_{ob} = 1919 \text{ cm} = 19{,}19 \text{ m}}$$

Telescópio afocal:



A distância focal da ocular (f_{oc}) fica determinada, aproximadamente, por

$$f_{ob} + f_{oc} \cong L \Rightarrow 19{,}19 + f_{oc} = 19{,}20$$

Da qual: $\boxed{f_{oc} = 0{,}01 \text{ m} = 1{,}0 \text{ cm}}$

b) O aumento angular do telescópio, ou aumento visual, como está citado no texto, é calculado por:

$$G = \frac{f_{ob}}{f_{oc}} \Rightarrow G = \frac{1919 \text{ cm}}{1{,}0 \text{ cm}}$$

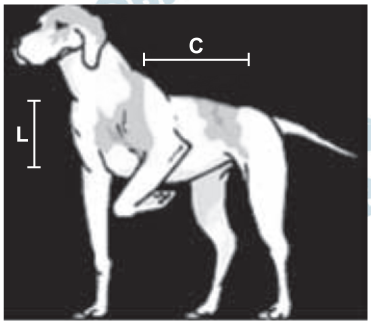
$$\boxed{G = 1919}$$

Respostas: Com os dados apresentados, a questão não tem solução. Admitindo-se, porém, para o diâmetro da objetiva o valor de 101 cm (obtido na internet), tem-se:

a) Objetiva: 1919 cm = 19,19 m
Ocular: 1,0 cm
b) 1919

16

Sabe-se que o comprimento C de um quadrúpede, medido da bacia ao ombro, e sua largura L, medida na direção vertical (espessura média do corpo), possuem limites para além dos quais o corpo do animal não se sustentaria de pé. Por meio da física médica, confrontada com dados reais de animais, é possível identificar que esses limites implicam na razão $C : L^{\frac{2}{3}}$ ser, no máximo, próxima de 7:1, com as medidas de C e L dadas em centímetros.



a) Qual é, aproximadamente, a largura L, em centímetros, de um cachorro que tenha comprimento C igual a 35 cm, para que ele possa se sustentar de pé na situação limite da razão $C : L^{\frac{2}{3}}$? Adote nos cálculos finais $\sqrt{5} = 2,2$, dando a resposta em número racional.

b) Um elefante da Índia de L = 135 cm possui razão $C : L^{\frac{2}{3}}$ igual a 5,8:1. Calcule o comprimento C desse quadrúpede, adotando nos cálculos finais $\sqrt[3]{5} = 1,7$ e dando a resposta em número racional.

Resolução

a) Se $\dfrac{C}{L^{2/3}} = \dfrac{7}{1}$ e C = 35, em centímetros, então:

$$\frac{35}{\sqrt[3]{L^2}} = 7 \Leftrightarrow \sqrt[3]{L^2} = 5 \Leftrightarrow L^2 = 125 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow L = 5\sqrt{5} \Rightarrow L \cong 5 \,.\, 2,2 = 11 \text{ (em centímetros)}$$

b) Se $\dfrac{C}{(\sqrt[3]{L})^2} = \dfrac{5,8}{1}$ e L = 135, em centímetros, então:

$$\frac{C}{(\sqrt[3]{135})^2} = 5,8 \Leftrightarrow C = \left(3\sqrt[3]{5}\right)^2 .\, 5,8 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow C \cong (3 \,.\, 1,7)^2 \,.\, 5,8 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow C = 150,86 \text{ (em centímetros)}$$

Resposta: a) 11 cm b) 150,86 cm

17

Considere a distribuição de genótipos **AA**, **aa**, **Aa** em uma população de 500 animais jovens, todos com x anos de idade. Sorteando ao acaso um indivíduo dessa população, a probabilidade de que ele seja de genótipo **AA** é de 32%, e de que seja de genótipo **Aa** é de 46%.

Quando os membros dessa população envelhecem, ao atingirem y anos de idade (y > x), o gene **a** provoca a morte instantânea e, como **A** é dominante sobre **a**, os indivíduos **AA** e **Aa** permanecem sadios, enquanto que os indivíduos **aa** morrem.

a) Quantos indivíduos de genótipo **aa** teríamos que acrescentar à população dos 500 animais de x anos de idade para que o sorteio de um indivíduo nesse novo grupo pudesse ser feito com probabilidade de 50% de que o indivíduo sorteado tivesse o gene **A** em seu genótipo?

b) Sorteando-se ao acaso um indivíduo da população original dos 500 animais quando a idade de seus membros é de y anos, logo após a morte dos indivíduos de genótipo **aa**, qual é a probabilidade de que o indivíduo sorteado tenha um gene **a** em seu genótipo?

Resolução

a) Com x anos de idade, a quantidade de indivíduos dessa população de genótipos dos três tipos é apresentada na tabela.

Genótipo	Quantidade
AA	32% . 500 = 160
Aa	46% . 500 = 230
aa	22% . 500 = 110

A quantidade k de indivíduos com genótipos aa a ser acrescida nessa população para que o sorteio de um indivíduo nesse grupo possa ser feito com 50% de probabilidade do indivíduo sorteado ter o gene A é tal que

$$\frac{160 + 230}{500 + k} = 50\% \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 390 = 250 + \frac{1}{2}k \Leftrightarrow 140 = \frac{1}{2}k \Leftrightarrow k = 280$$

b) Após a morte dos indivíduos de genótipo *aa*, restarão 160 indivíduos de genótipo *AA* e 230 indivíduos de genótipo *Aa*. A probabilidade do indivíduo sorteado ter um gene *a* em seu genótipo é

$$\frac{230}{160 + 230} = \frac{23}{39} \simeq 58,97\%$$

Respostas: a) 280 indivíduos *aa*
b) aproximadamente 58,97%

18

A sequência (12, a, b), denominada S_1, e a sequência (c, d, e), denominada S_2, são progressões aritméticas formadas por números reais.

a) Somando 1 ao segundo termo e 5 ao terceiro termo de S_1, a nova sequência de três números reais passa a ser uma progressão geométrica crescente. Calcule a razão dessa PG.

b) Aplicando a função trigonométrica seno aos três termos de S_2, a nova sequência que se forma tem soma dos três termos igual a zero, e termo do meio diferente de zero. Determine a razão r de S_2, para o caso em que $\frac{\pi}{2} < r < \pi$.

Resolução

a) **Sendo S_1 (12, a, b) uma progressão aritmética e (12, a + 1, b + 5) uma progressão geométrica crescente, temos:**

$$\begin{cases} a = \dfrac{12 + b}{2} \\ (a + 1)^2 = 12 \cdot (b + 5) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a - 12 = b \\ (a + 1)^2 = 12 \cdot (b + 5) \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow a^2 + 2a + 1 = 12 \cdot (2a - 7) \Leftrightarrow a^2 - 22a + 85 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow a = 17 \text{ ou } a = 5$$

Para a = 5, S_1 (12, 5, –2) e a P.G. (12, 6, 3) não convém, pois é decrescente.

Para a = 17, S_1 (12, 17, 22) e a P.G. (12, 18, 27) possui razão $\dfrac{18}{12} = \dfrac{3}{2}$.

b) **Sendo S_2 (c, d, e) uma progressão aritmética de razão r, temos:**

I) $(\text{sen}\, c, \text{sen}\, d, \text{sen}\, e) \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow (\text{sen}\,(d - r); \text{sen}\, d; \text{sen}\,(d + r))$

II) $\text{sen}\,(d - r) + \text{sen}\, d + \text{sen}\,(d + r) = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (\text{sen}\, d \cdot \cos r - \text{sen}\, r \cdot \cos d) + \text{sen}\, d +$

$+ (\text{sen}\, d \cdot \cos r + \text{sen}\, r \cdot \cos d) = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 2 \cdot \text{sen}\, d \cdot \cos r + \text{sen}\, d = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \text{sen}\, d \cdot (2 \cdot \cos r + 1) = 0$

III) $2 \cdot \cos r + 1 = 0$, pois $\text{sen}\ d \neq 0$

$$\cos r = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow r = \frac{2\pi}{3}, \text{ visto que } \frac{\pi}{2} < r < \pi$$

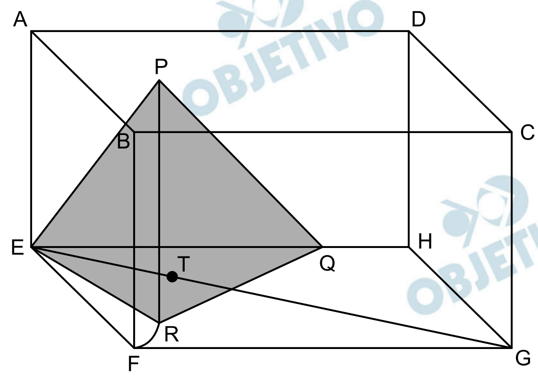
Respostas: a) $\frac{3}{2}$

b) $r = \frac{2\pi}{3}$

19

Na figura, ABCDEFGH é um paralelepípedo reto-retângulo, e PQRE é um tetraedro regular de lado 6 cm, conforme indica a figura. Sabe-se ainda que:

- P e R pertencem, respectivamente, às faces ABCD e EFGH;
- Q pertence à aresta $\overline{EH}$;
- T é baricentro do triângulo ERQ e pertence à diagonal $\overline{EG}$ da face EFGH;
- $\overset{\frown}{RF}$ é um arco de circunferência de centro E.

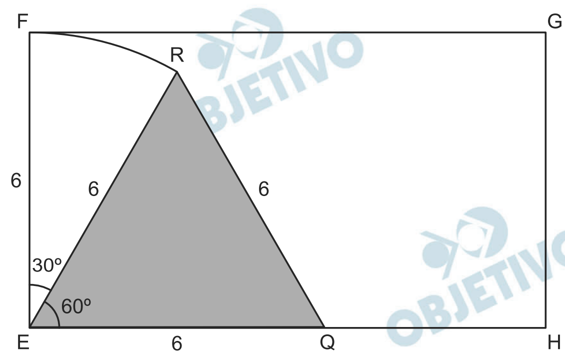


a) Calcule a medida do arco $\overset{\frown}{RF}$, em centímetros.

b) Calcule o volume do paralelepípedo ABCDEFGH, em cm^3.

Resolução

a)

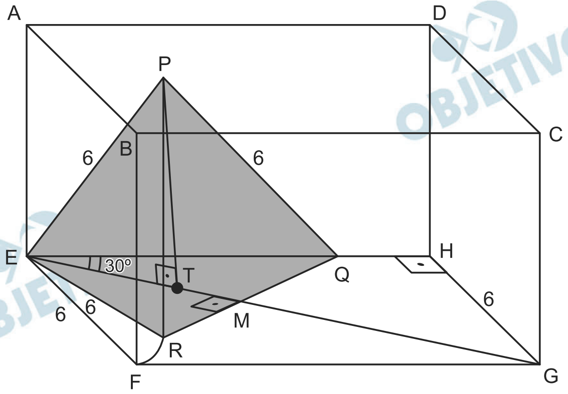


Como a aresta do tetraedro regular mede 6 cm, temos:
ER = EQ = RQ = EF = 6 cm.

Assim, o triângulo REQ é equilátero, o ângulo $R\hat{E}Q = 60°$ e portanto $R\hat{E}F = 30°$.
Logo, o comprimento do arco $\overset{\frown}{RF}$ é

$$\frac{30°}{360°} \cdot 2\pi \cdot 6 = \pi \text{ cm}$$

b)



I) No triângulo retângulo EHG, temos:

$$\text{tg } 30° = \frac{6}{EH} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{6}{EH} \Rightarrow EH = 6\sqrt{3}\text{ cm}$$

II) Como T é baricentro do triângulo ERQ, temos:

$$ET = \frac{2}{3} \cdot EM = \frac{2}{3} \cdot \frac{6\sqrt{3}}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow ET = 2\sqrt{3}\text{ cm}$$

III) No triângulo retângulo PTE, temos:

$$(PT)^2 + (ET)^2 = (PE)^2 \Rightarrow (PT)^2 + (2\sqrt{3})^2 = 6^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow PT = 2\sqrt{6}\text{ cm}$$

O volume do paralelepípedo ABCDEFGH é:

$$(EF) \cdot (EH) \cdot (PT) = 6 \cdot 6\sqrt{3} \cdot 2\sqrt{6} =$$

$$= 216\sqrt{2}\text{ cm}^3$$

Respostas: a) π cm

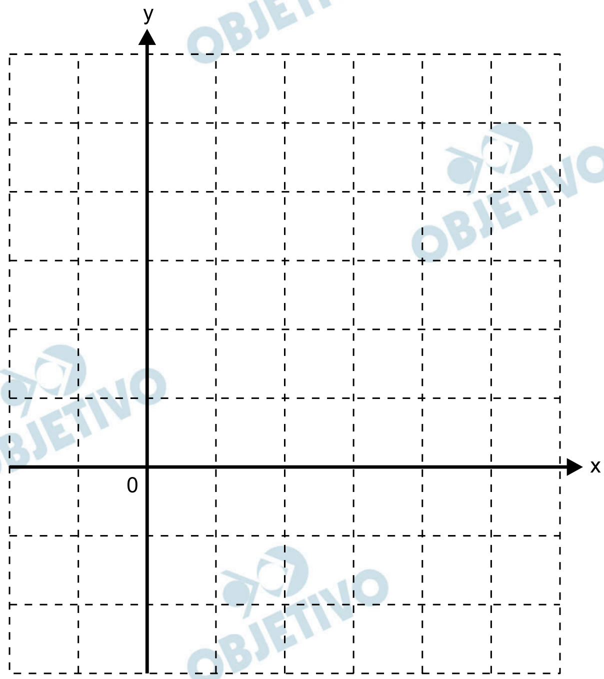
b) $216\sqrt{2}\text{ cm}^3$

Considere o sistema de inequações

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 2x \geq 0 \\ (x-1)^2 + \left(y - \dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 \leq \dfrac{1}{4} \end{cases}$$

a) Represente graficamente, no sistema cartesiano de eixos ortogonais inserido no campo de resolução e resposta, a solução desse sistema de inequações.

b) Calcule a área da superfície que representa a solução gráfica do sistema de inequações.



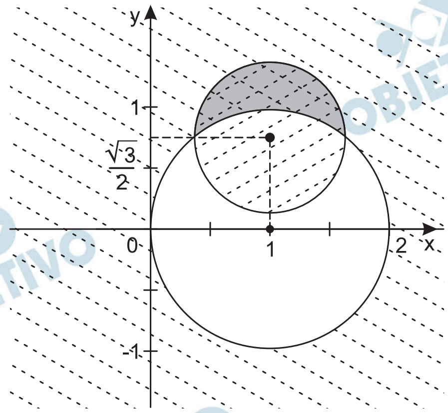
Resolução

a) **1)** $x^2 + y^2 - 2x \geq 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 + y^2 \geq 1.$

Esta inequação representa a região externa ao círculo de centro (1; 0) e raio 1.

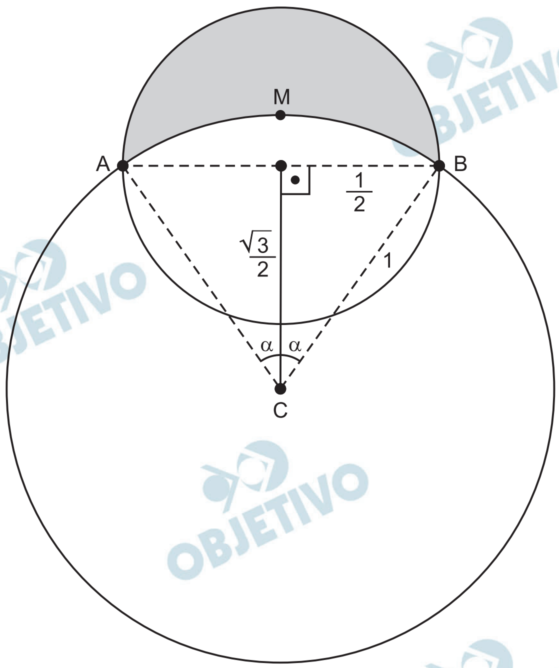
2) $(x-1)^2 + \left(y - \dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 \leq \dfrac{1}{4}$**. Esta equação representa a região do círculo de centro** $\left(1; \dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$ **e raio** $\dfrac{1}{2}$**.**

3) As duas inequações e a respectiva solução do sistema estão abaixo representadas no plano cartesiano.



A solução do sistema é a "meia Lua" em destaque.

b)



1) Como $\cos \alpha = \dfrac{\dfrac{\sqrt{3}}{2}}{1} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$**, tem-se** $\alpha = 30°$

$$A_{\text{setor circular CAMB}} = \frac{2\alpha}{360°} \cdot \pi \cdot 1^2 =$$

$$= \frac{2 \cdot 30°}{360°} \cdot \pi = \frac{\pi}{6}$$

$$A_{\Delta ABC} = \frac{1^2\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{4}$$

$$A_{\text{segmento circular AMB}} = \frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{4}$$

$$A_{\text{solução}} = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 -$$

$- A_{\text{segmento circular AMB}} =$

$$= \frac{\pi}{8} - \left(\frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{4} \right) =$$

$$= \frac{3\pi - 4\pi + 6\sqrt{3}}{24} = \frac{6\sqrt{3} - \pi}{24}$$

Respostas: a) Gráfico

b) $\frac{6\sqrt{3} - \pi}{24}$ **unidades de área**