

Algumas amebas podem causar doenças ao ser humano. A *Entamoeba histolytica* geralmente convive bem com nossa espécie, não causando disfunções orgânicas, mas, em determinadas condições, ela se torna patogênica e causa a amebíase, que pode provocar diarreia, anemia e até a morte.

(www.invivo.fiocruz.br. Adaptado.)

- a) Caso a ameba *Entamoeba histolytica* fosse inserida em um recipiente com água marinha, ela não sobreviveria. Por que isso ocorre?
- b) Cite a fase do ciclo de vida da *Entamoeba histolytica* na qual ocorre o contágio do ser humano. Explique por que pessoas com quadros mais graves de amebíase podem desenvolver anemia.

### Resolução

- a) Quando colocada em água marinha, meio hipertônico, a *Entamoeba histolytica* irá perder água por osmose e desidratará até a morte.
- b) O contágio da amebíase ocorre quando o ser humano ingere alimentos contaminados com os cistos da *Entamoeba histolytica*. A anemia em quadros mais graves de amebíase surge em razão das hemorragias intestinais provocadas pela presença do parasita.

A síndrome de Kartagener é um distúrbio genético que impede a síntese da proteína dineína, necessária à função dos microtúbulos. Sem a dineína, algumas estruturas celulares não se movimentam, como aquelas presentes nas vias respiratórias, nas paredes da tuba uterina e nos espermatozoides, causando prejuízos à eliminação de muco pelos brônquios e à fertilidade masculina e feminina.

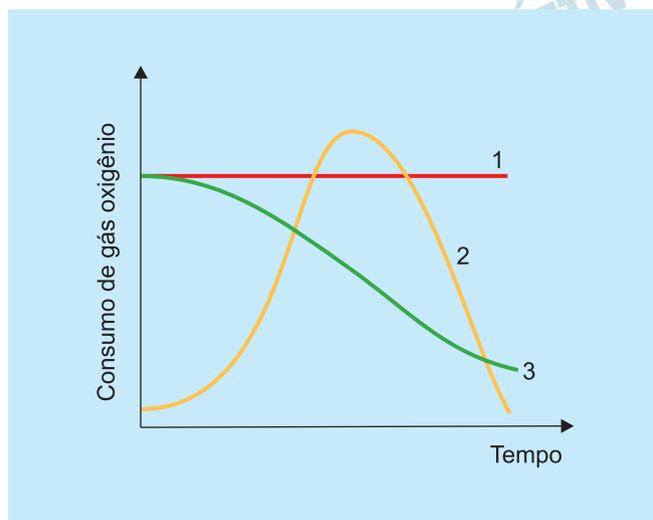
- a) Cite as duas estruturas celulares, uma presente nas vias respiratórias e outra nos espermatozoides, que têm o movimento prejudicado pela falta da dineína.
- b) Por que uma mulher portadora da síndrome de Kartagener tem maior chance de desenvolver uma gravidez na tuba uterina? Explique como a medicina reprodutiva pode fazer com que um homem com essa síndrome seja pai.

#### **Resolução**

- a) **A falta da dineína prejudica a estrutura dos cílios nas vias respiratórias e também na estrutura dos flagelos nos espermatozoides.**
- b) **Uma mulher portadora da síndrome terá maior chance de desenvolver gravidez na tuba uterina (gravidez ectópica) porque os cílios que compõem o tecido epitelial da tuba uterina terão seu movimento prejudicado. Sem a movimentação correta dos cílios que conduzem o blastocisto ao útero, a implantação poderá ocorrer na própria tuba uterina. O processo de fertilização *in vitro* pode fazer um homem com essa síndrome ser pai, uma vez que seus espermatozoides irão apresentar dificuldade de movimento.**

Ao longo da diferenciação de uma hemácia a partir do eritroblasto, a célula sintetiza hemoglobinas, perde seu núcleo e organelas e migra para a corrente sanguínea. No citoplasma de uma hemácia humana adulta existem cerca de 250 milhões de moléculas de hemoglobina.

- Cite a organela responsável pela produção de hemoglobina no eritroblasto. Em que local do corpo humano adulto são produzidos os eritroblastos?
- Suponha um experimento em que uma hemácia adulta foi colocada em um tubo de ensaio e mantida fechada em contato com certo volume de gás oxigênio. O volume de gás oxigênio foi monitorado, visando verificar o consumo desse gás na síntese de ATP. Considere o gráfico, que ilustra três possíveis variações no consumo de gás oxigênio durante o experimento.



Qual curva do gráfico representa o consumo de gás oxigênio utilizado no processo metabólico realizado pela hemácia adulta para sintetizar ATP? Justifique sua resposta.

#### Resolução

- Como uma proteína, a hemoglobina será produzida pelos ribossomos. Os eritroblastos são produzidos na medula óssea vermelha, onde se localiza o tecido hematopoético mieloide.
- A curva que representa o consumo de gás oxigênio é a curva 1. No processo de maturação de uma hemácia adulta, ocorre perda de organelas, incluindo mitocôndrias, sendo o processo de síntese de ATP exclusivamente anaeróbico (fermentação), ou seja, sem o consumo de oxigênio.

O incêndio no Pantanal está devastando a fazenda São Francisco do Perigara, santuário que concentra 15% da população livre da espécie de arara-azul *Anodorhynchus hyacinthinus*, ameaçada de extinção. A propriedade já perdeu 70% dos cerca de 25 mil hectares, quase tudo vegetação nativa. O motivo da concentração de araras na fazenda era a associação entre esses animais, o acuri (*Attalea phalerata*, tipo de palmeira que produz frutos com polpa) e os bois. Antes das queimadas era comum ver as araras perto dos bois para se alimentar. O gado vai para a mata, come a polpa do acuri e deixa o fruto disperso no chão, que é comido pelas araras-azuis.

O incêndio está provocando um impacto enorme sobre a flora e a fauna do Pantanal e poderá comprometer a fertilidade do solo, com prejuízo à produção agrícola local e à produção das plantas forrageiras que alimentam o gado.

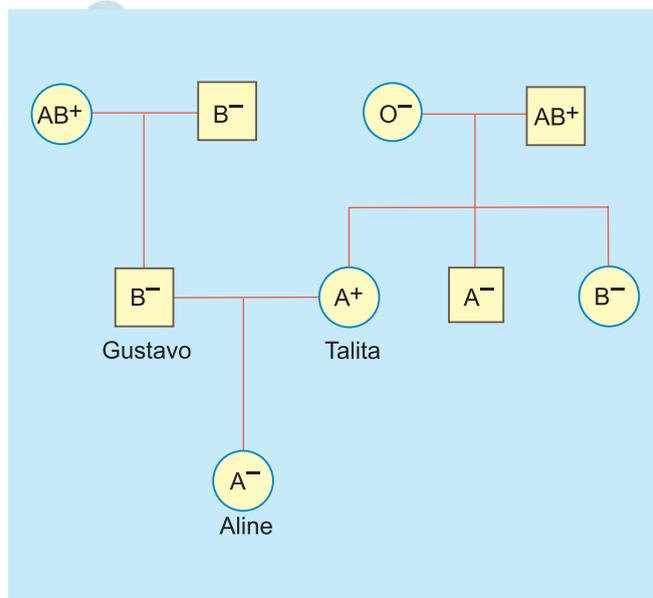
(Folha de S.Paulo, 17.08.2020. Adaptado.)

- a) Cite a relação ecológica que ocorre entre o gado e as araras-azuis. Na teia alimentar da qual essas espécies fazem parte, qual é o nível trófico ocupado pelas araras-azuis?
- b) O fogo interrompe drasticamente quase todas as etapas do ciclo do nitrogênio e, conseqüentemente, reduz a produção agrícola. Explique como o fogo interrompe as etapas do ciclo do nitrogênio e qual a relação disso com a baixa produção agrícola.

#### **Resolução**

- a) **O comensalismo é a relação ecológica existente entre o gado e as araras-azuis. Como as araras-azuis se alimentam dos frutos do acuri, elas ocupam o segundo nível trófico na teia alimentar, sendo consumidoras primárias (C1).**
- b) **O fogo causa a morte de bactérias contidas no solo, responsáveis, em especial, pela fixação do nitrogênio, amonização e nitrificação, processos essenciais ao ciclo do nitrogênio. Logo, a fixação do nitrogênio atmosférico e a sua conversão em nitritos e nitratos fica comprometida, empobrecendo o solo e interferindo negativamente na produção agrícola.**

Analise o heredograma no qual estão indicados os tipos sanguíneos do casal Gustavo e Talita e de sua filha Aline, de acordo com os sistemas ABO e Rh.



- A presença ou não dos tipos de aglutinogênios nas hemácias, que são determinados geneticamente, permite identificar os grupos sanguíneos para o sistema ABO e Rh. Indique o genótipo da irmã de Talita quanto ao sistema ABO. Qual característica fenotípica impede Talita de gerar um filho com eritroblastose fetal?
- Suponha que Aline necessite de uma transfusão de sangue e que seu pai, sua mãe e a avó materna tenham se prontificado a doar sangue a ela. Se a transfusão fosse realizada, o sangue recebido de qual dessas três pessoas doadoras teria suas hemácias aglutinadas de imediato? Justifique sua resposta.

#### Resolução

- A irmã de Talita apresenta o genótipo  $I^B i$ . Sendo Talita de fenótipo  $Rh^+$ , é impossível que gere uma criança com eritroblastose fetal, pois a condição necessária para tal doença é a mãe ser  $Rh^-$ .
- No caso de uma transfusão de sangue, ocorreria aglutinação imediata com o sangue do pai de Aline, Gustavo. Isso porque Aline é de sangue A e, portanto, apresenta aglutinina anti-B no soro sanguíneo, o qual reagirá imediatamente contra o aglutinogênio B de Gustavo.  
Obs.: Assume-se que Aline não tenha entrado em contato com sangue  $Rh^+$ ; assim, não desenvolveu anticorpo anti-Rh.

O potássio é um nutriente mineral essencial no metabolismo dos seres vivos e elemento químico básico na composição de fertilizantes do tipo NPK — mistura de compostos à base de nitrogênio, fósforo e potássio. A silvita ( $KCl$ ), um dos minérios de potássio, é importante fonte de matéria-prima para a produção de fertilizantes, porque possui a maior porcentagem de potássio em uma forma química de fácil extração. Convencionalmente, a porcentagem em massa de potássio em fertilizantes é expressa como “ $K_2O$  equivalente”, mesmo que o composto presente seja o  $KCl$ , exigindo que sejam feitos cálculos que relacionem as massas de potássio no  $K_2O$  e no  $KCl$ .

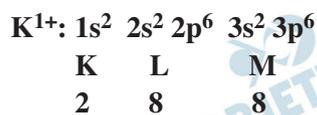
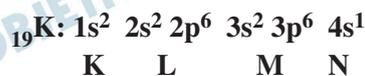
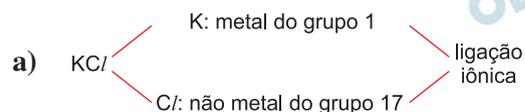
A tabela fornece teores equivalentes de  $K$ ,  $KCl$  e  $K_2O$  na silvita.

Elemento/composto	K	$KCl$	$K_2O$
Teor equivalente (% em massa)	52	100	63

(<http://mineralis.cetem.gov.br>. Adaptado.)

- a) Qual tipo de ligação química está presente na silvita? Escreva a distribuição eletrônica em camadas do elemento potássio na forma em que se apresenta na silvita.
- b) Demonstre que 100% de  $KCl$  correspondem, aproximadamente, às porcentagens em massa de  $K$  e de  $K_2O$  informadas na tabela.

### Resolução



b) Massas molares em g/mol:

K: 39

KCl: 74,5

K<sub>2</sub>O: 94

$$\begin{array}{r} \text{KCl} \qquad \qquad \text{K} \\ 74,5 \text{ g} \text{ ————— } 39 \text{ g} \\ 100\% \text{ ————— } x \end{array}$$

$$\therefore x = 52,3\%$$

Aproximadamente 52%

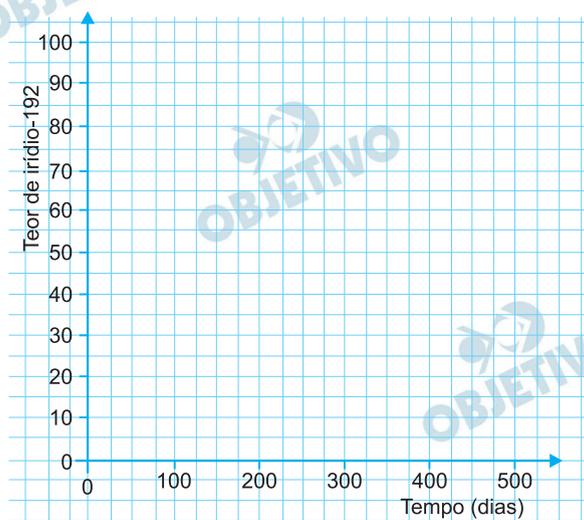
$$\begin{array}{r} \text{K}_2\text{O} \qquad \qquad 2\text{K} \\ 94 \text{ g} \text{ ————— } 2 \cdot 39 \text{ g} \\ y \text{ ————— } 52,3\% \end{array}$$

$$\therefore y = 63\%$$

O irídio é um metal muito denso, que possui diversas aplicações, como em contatos elétricos, em agulhas de injeção e em próteses odontológicas.

Esse elemento apresenta dois isótopos naturais, Ir-191 e Ir-193, cujas abundâncias na natureza são, respectivamente, 37,3% e 62,7%. O irídio também apresenta diversos radioisótopos artificiais, sendo um deles o Ir-192, emissor de partículas  $\beta^-$  e radiação gama, que é empregado no tratamento de pacientes com câncer. A meia-vida desse radioisótopo é de 74 dias, aproximadamente.

- Calcule o número de nêutrons do isótopo natural mais abundante do irídio. Assim como os demais metais, o irídio é bom condutor de eletricidade devido a uma característica da estrutura metálica. Qual é essa característica?
- Escreva a equação que representa o decaimento do irídio-192. Construa, utilizando os eixos gráficos disponíveis no campo de Resolução e Resposta, a curva que representa o decaimento radioativo do Ir-192.



### Resolução

- Cálculo do número de nêutrons do Ir-193:**



(A Tabela Periódica foi fornecida)

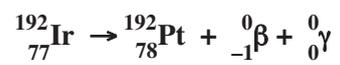
$$A = 193$$

$$A = p + n \quad \therefore 193 = 77 + n \quad \therefore n = 116$$

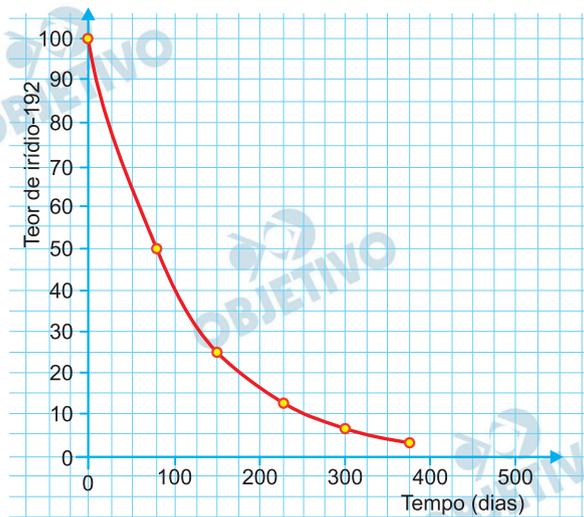
O Irídio, assim como os demais metais, apresenta elétrons livres em sua estrutura o que o torna um bom condutor de eletricidade.

b) A equação que representa o decaimento do Ir-192

é:



Curva de decaimento do Ir-192



Analise as seguintes informações nutricionais contidas no rótulo de um refrigerante.

Valores nutricionais em 350 mL (1 lata)	
Valor energético	613 kJ
Açúcares	36 g
Sódio	27 mg

- a) Represente a forma química em que o elemento sódio está presente no refrigerante. Calcule a concentração de sódio na bebida em mol/L.
- b) Sabendo que o calor específico da água é  $4,18 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot ^\circ\text{C}^{-1}$ , estime a massa de água que pode ser aquecida de  $20^\circ\text{C}$  a  $50^\circ\text{C}$  com a energia térmica correspondente ao valor energético de 350 mL desse refrigerante. Considerando que o único açúcar presente no refrigerante seja o açúcar comum (sacarose,  $\text{C}_{12}\text{H}_{22}\text{O}_{11}$ ) e que o valor energético desse refrigerante seja devido apenas a esse carboidrato, estime, a partir dos dados da tabela, qual é a entalpia de combustão completa desse açúcar em kJ/mol.

#### Resolução

- a) O elemento sódio está presente no refrigerante na forma de cátion sódio:  $\text{Na}^+$

$$m = 27 \text{ mg} = 27 \cdot 10^{-3} \text{ g}; V = 350 \cdot 10^{-3} \text{ L}$$

$$M = 23 \text{ g/mol}$$

$$\mathcal{M} = \frac{m}{M \cdot V} \therefore \mathcal{M} = \frac{27 \cdot 10^{-3} \text{ g}}{23 \text{ g/mol} \cdot 350 \cdot 10^{-3} \text{ L}}$$

$$\mathcal{M} = 0,0034 \text{ mol/L}$$

- b) Cálculo da massa de água que pode ser aquecida de  $20^\circ\text{C}$  a  $50^\circ\text{C}$  usando o valor energético do refrigerante:

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta\theta$$

$$613 \text{ kJ} = m \cdot 4,18 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot ^\circ\text{C}^{-1} \cdot 30^\circ\text{C}$$

$$m = 4,9 \text{ kg}$$



Massa molar da sacarose = 342 g/mol

$$36 \text{ g} \text{ ————— } 613 \text{ kJ}$$

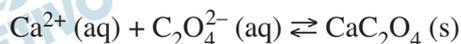
$$342 \text{ g} \text{ ————— } x$$

$$x = 5823,5 \text{ kJ/mol}$$

$$\Delta H_C = - 5823,5 \text{ kJ/mol}$$

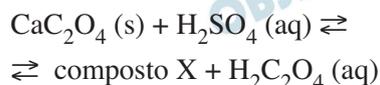
Um dos métodos para análise quantitativa de íons cálcio em uma solução aquosa envolve as seguintes etapas:

1. Precipitação de íons cálcio por reação com íons oxalato em excesso, de acordo com a equação:

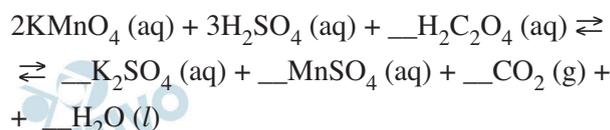


2. Filtração do precipitado formado seguida de lavagem.

3. Reação do precipitado formado com ácido sulfúrico, produzindo ácido oxálico:



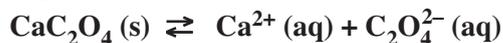
4. Titulação do ácido oxálico com  $\text{KMnO}_4$  em meio ácido, de acordo com a equação parcialmente balanceada:



- a) Escreva a expressão do  $K_{\text{ps}}$  (constante do produto de solubilidade) para o oxalato de cálcio. Escreva o nome do produto da etapa 3 identificado como composto X.
- b) Reescreva a equação da etapa 4 completando o balanceamento. Sabendo que o volume molar de gás nas CATP é igual a 25 L/mol, calcule o volume de  $\text{CO}_2$ , medido nessas condições, que é obtido pela reação completa de 0,01 mol de permanganato de potássio.

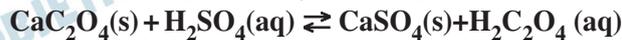
### Resolução

- a) **Equilíbrio de dissolução do oxalato de cálcio:**



$$K_{\text{ps}} = [\text{Ca}^{2+}] \cdot [\text{C}_2\text{O}_4^{2-}]$$

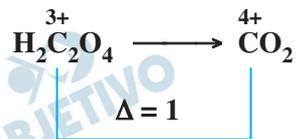
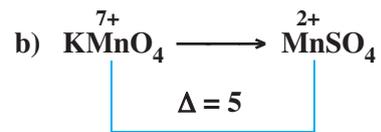
**Reação da etapa 3 (reação de dupla-troca)**



composto X



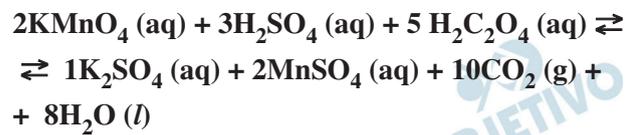
sulfato de cálcio



$\text{KMnO}_4: e^- = 5 \cdot 1 = 5 \quad \rightarrow \quad 2 \text{KMnO}_4$

$\text{H}_2\text{C}_2\text{O}_4: e^- = 1 \cdot 2 = 2 \quad \rightarrow \quad 5 \text{H}_2\text{C}_2\text{O}_4$

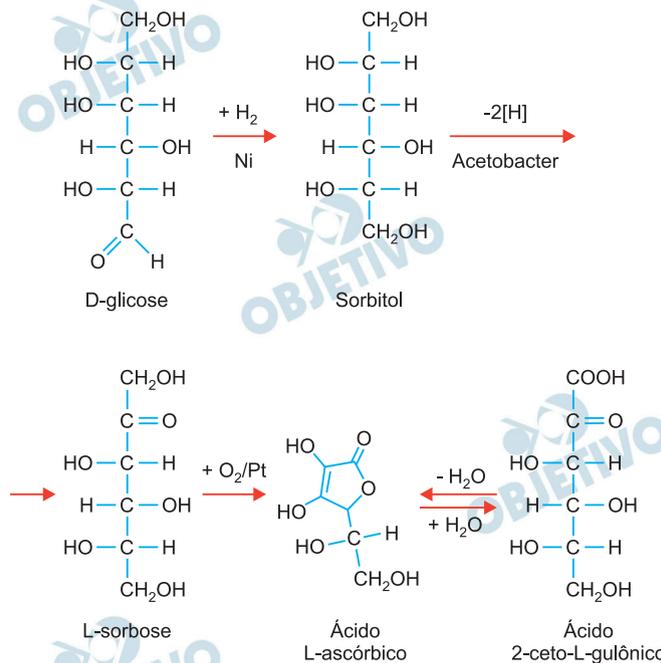
Completando o balanceamento, temos:



$2 \text{KMnO}_4 (\text{aq})$	$10 \text{CO}_2 (\text{g})$
$2 \text{ mol}$	$10 \text{ mol}$
$\Downarrow$	$\Downarrow$
$2 \text{ mol} \text{-----}$	$10 \cdot 25 \text{ L}$
$0,01 \text{ mol} \text{-----}$	$V$

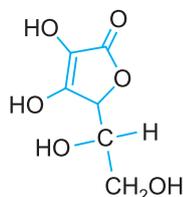
$V = 1,25 \text{ L de CO}_2$

A sequência de reações representada no esquema resume etapas de um dos processos de obtenção de ácido L-ascórbico (vitamina C) a partir da glicose.



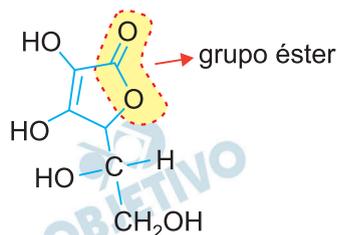
(Fernanda A. D. Ito e Iara L. R. Gonçalves. *Método para a produção de ácido 2-ceto-L-gulônico*. Adaptado.)

- Dê o nome da substância que possui um grupo funcional éster. Quais substâncias, entre as representadas no esquema, são isômeras entre si?
- Dê o nome do composto que sofre redução na sequência de reações. Indique, na fórmula do ácido L-ascórbico presente no campo de Resolução e Resposta, os dois átomos de carbono assimétrico.

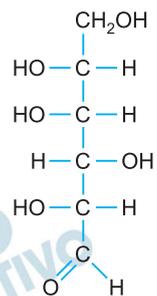


### Resolução

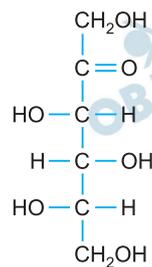
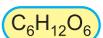
- A substância ácido L-ascórbico possui grupo funcional éster:



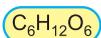
As substâncias D-glicose (poli-álcool-aldeído) e L-sorbose (poli-álcool-cetona) são isômeros de função. Possuem a mesma fórmula molecular e funções orgânicas diferentes.



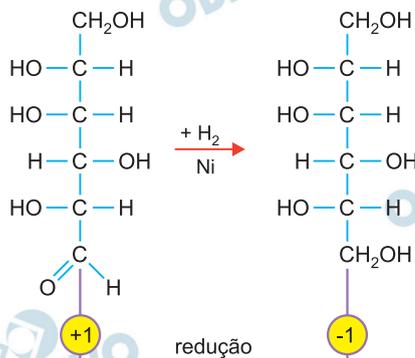
D-glicose



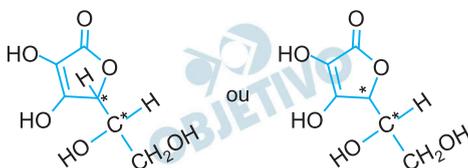
L-sorbose



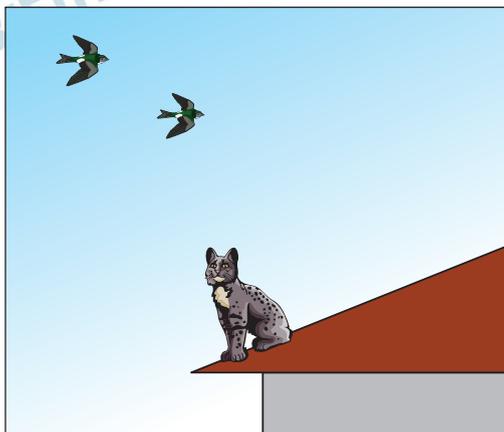
b) O composto D-glicose sofre redução (hidrogenação) formando o sorbitol.



Os dois átomos de carbono assimétrico presentes no ácido L-ascórbico são:



Um gato encontra-se parado na beirada de um telhado, observando alguns pássaros.



A beirada do telhado está a 5 m do chão, a massa do gato é 3 kg, a aceleração da gravidade vale  $10 \text{ m/s}^2$  e a resistência do ar é desprezível. Determine:

- a) a energia potencial gravitacional que o gato possui quando se encontra em repouso na beirada do telhado e o módulo da velocidade com a qual ele chegaria ao chão se acidentalmente sofresse uma queda livre, após pisar em uma telha solta.
- b) o tempo de permanência do gato no ar, supondo que, na tentativa frustrada de apanhar um pássaro em voo, o gato salte verticalmente para cima com velocidade inicial de  $4 \text{ m/s}$ , subindo e voltando para o ponto inicial de seu salto, na beirada do telhado.

### Resolução

- 1) Cálculo da energia potencial gravitacional em relação ao solo:

$$E_p = mgH$$

$$E_p = 3 \cdot 10 \cdot 5 \text{ (J)} \Rightarrow E_p = 150\text{J}$$

- 2) Cálculo do módulo da velocidade de chegada ao solo.

Conservação da energia mecânica:

$$E_c = E_p \Rightarrow \frac{m V^2}{2} = mgH$$

$$V = \sqrt{2gH} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 5} \text{ (m/s)}$$

$$V = 10\text{m/s}$$

- b) Cálculo do tempo de voo:

$$V = V_0 + \gamma t \uparrow \oplus$$

$$-4 = 4 - 10T \Rightarrow 10T = 8 \Rightarrow T = 0,8\text{s}$$

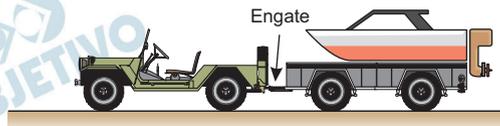
Respostas: a) 150J e 10m/s

b) 0,8s

# 12

Um reboque com uma lancha, de massa total 500 kg, é engatado a um jipe, de massa 2 000 kg, sobre um terreno plano e horizontal, como representado na figura 1.

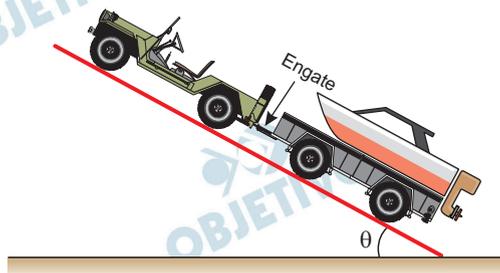
Figura 1



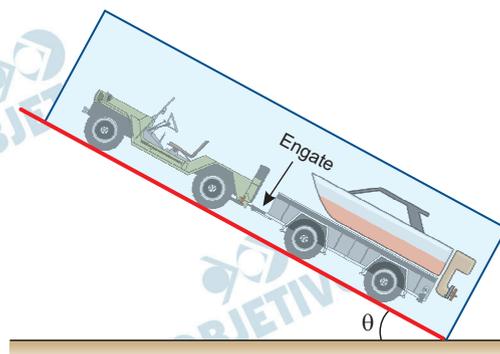
Em seguida, o motorista aciona o motor do jipe, que passa a aplicar uma força constante sobre o conjunto jipe-reboque-lancha, acelerando-o sobre o terreno plano.

- Sabendo que a força aplicada pelo motor do jipe ao conjunto jipe-reboque-lancha tem intensidade 5 000 N, e desprezando eventuais atritos em engrenagens e eixos, determine a intensidade da força de tração no ponto de engate do reboque ao jipe, considerando o momento em que o jipe inicia seu movimento.
- Preparando-se para levar a lancha à água, o motorista estaciona o conjunto jipe-reboque-lancha em posição de marcha à ré sobre uma rampa plana e inclinada de um ângulo  $\theta$  em relação à horizontal, conforme figura 2.

Figura 2



Desenhe, na figura presente no campo de Resolução e Resposta, os vetores que representam as forças que atuam sobre o conjunto jipe-reboque-lancha estacionado na rampa, nomeando cada uma dessas forças e considerando o conjunto como um corpo único. Em seguida, determine a intensidade da força de atrito que mantém o conjunto em repouso. Utilize  $g = 10 \text{ m/s}^2$ ,  $\text{sen } \theta = 0,6$  ou  $\text{cos } \theta = 0,8$ .



## Resolução

- 1) 2.<sup>a</sup> Lei de Newton para o conjunto (jipe-reboque-lancha):

$$F = (m_L + m_R + m_J) a \quad (1)$$

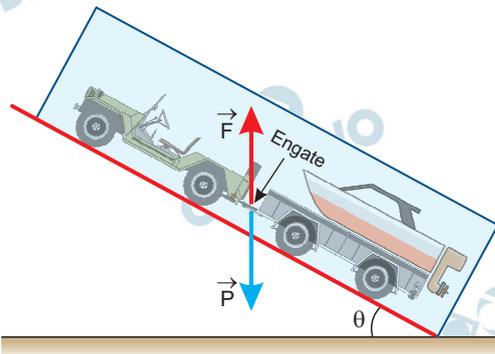
2) 2.<sup>a</sup> Lei de Newton para o conjunto (lancha + reboque):

$$f_{\text{engate}} = (m_L + m_R) a \quad (2)$$

$$\frac{(2)}{(1)} : \frac{f_{\text{engate}}}{F} = \frac{m_L + m_R}{m_L + m_R + m_J}$$

$$\frac{f_{\text{engate}}}{5000} = \frac{500}{2500} \Rightarrow f_{\text{engate}} = 1000\text{N}$$

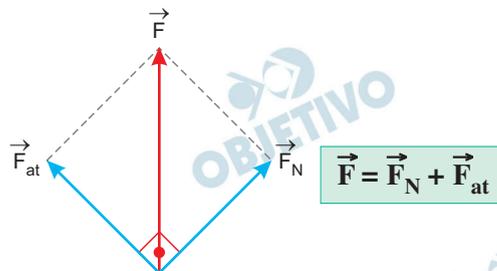
b)



$\vec{P}$  = peso do conjunto aplicado pela Terra

$\vec{F}$  = força total que o plano de apoio aplica no conjunto

A força  $\vec{F}$  costuma ser decomposta numa componente normal  $\vec{F}_N$  e uma componente de atrito  $\vec{F}_{\text{at}}$ :



A força de atrito vai equilibrar a componente tangencial do peso:

$$F_{\text{at}} = P_t = M_{\text{total}} g \sin \theta$$

$$F_{\text{at}} = 2500 \cdot 10 \cdot 0,6 \text{ (N)}$$

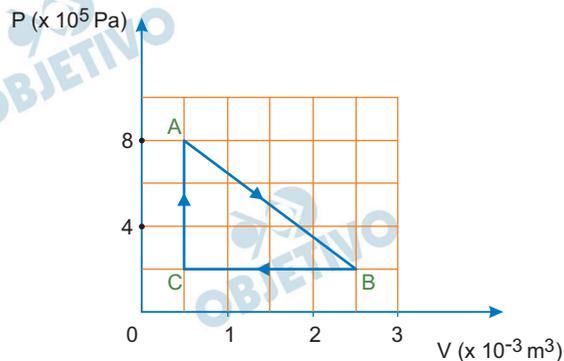
$$F_{\text{at}} = 15\,000\text{N}$$

Respostas: a)  $f_{\text{engate}} = 1000\text{N}$

b) 1) ver figura

2)  $F_{\text{at}} = 15\,000\text{N}$

Analise o diagrama que representa o ciclo de transformações sofridas por um gás ideal em uma máquina térmica.



Sabe-se que no ponto C a temperatura do gás é de 800 K.

- Qual é a temperatura do gás no ponto A, em graus Celsius?
- Qual será a variação da energia interna do gás ao longo do ciclo completo  $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow A$ ? Calcule o valor absoluto do trabalho realizado na compressão do gás.

#### Resolução

$$\text{a) } \frac{P_A V_A}{T_A} = \frac{P_C V_C}{T_C} \quad (\text{Lei geral dos gases perfeitos})$$

$$\frac{(8 \cdot 10^5) (0,5 \cdot 10^{-3})}{T_A} = \frac{(2 \cdot 10^5) (0,5 \cdot 10^{-3})}{800}$$

$$\frac{4}{T_A} = \frac{1}{800}$$

$$T_A = 3200\text{K}$$

$$\theta_A = T_A - 273$$

$$\theta_A = 3200 - 273 \text{ (}^\circ\text{C)}$$

$$\theta_A = 2927^\circ\text{C}$$

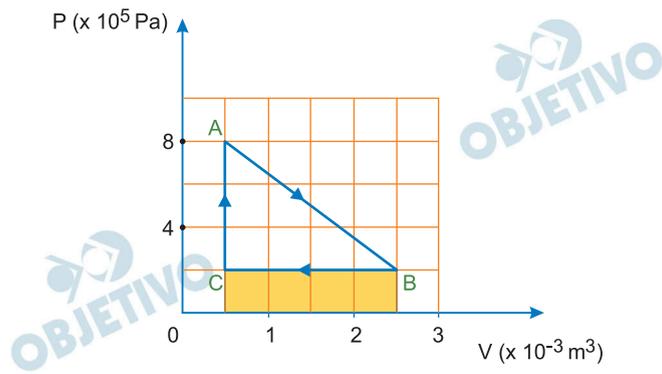
- Num ciclo termodinâmico, a variação da energia interna é nula:

$$\Delta U_{ABCA} = 0$$

Se a compressão for entendida como aumento da pressão do aquecimento isovolumétrico CA, o trabalho é nulo:

$$\tau_{CA} = 0$$

Se a compressão for entendida como diminuição do volume, ou seja, contração, então, no resfriamento isobárico BC, o trabalho é numericamente igual à área sob o gráfico da transformação com unidade em joules e sinal negativo:



$$\tau_{BC} \stackrel{N}{=} -\text{Área}$$

$$\tau_{BC} = -(2 \cdot 10^5) (2 \cdot 10^{-3}) \text{ (J)}$$

$$\tau_{BC} = -4 \cdot 10^2 \text{ J}$$

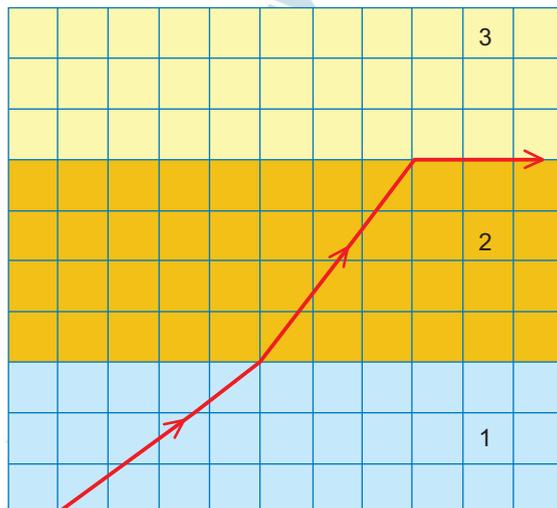
$$|\tau_{BC}| = 4 \cdot 10^2 \text{ J}$$

Respostas: a) 2927°C

b) zero

zero ou  $4 \cdot 10^2 \text{ J}$

Três blocos em formato de paralelepípedo retângulo, numerados de 1 a 3, são empilhados conforme mostra a figura. Os blocos são feitos de substâncias transparentes, de índices de refração absolutos  $n_1$ ,  $n_2$  e  $n_3$ , respectivamente. A figura mostra uma visão lateral desse empilhamento, uma malha quadriculada para referência e a trajetória de um raio de luz monocromática que segue paralela ao plano das faces exibidas.



- a) Sabendo que o índice de refração absoluto do meio 1 vale 1,5 e que a velocidade de propagação da luz no vácuo é  $c = 3 \times 10^8$  m/s, determine a velocidade da luz no meio 1 e o índice de refração do meio 2.
- b) Observando o comportamento do raio de luz que, a partir do meio 2, dirige-se ao meio 3, responda se o meio 3 é mais refringente ou menos refringente que o meio 2 e, em seguida, determine o valor do índice de refração relativo do meio 3 em relação ao meio 2,  $\frac{n_3}{n_2}$ .

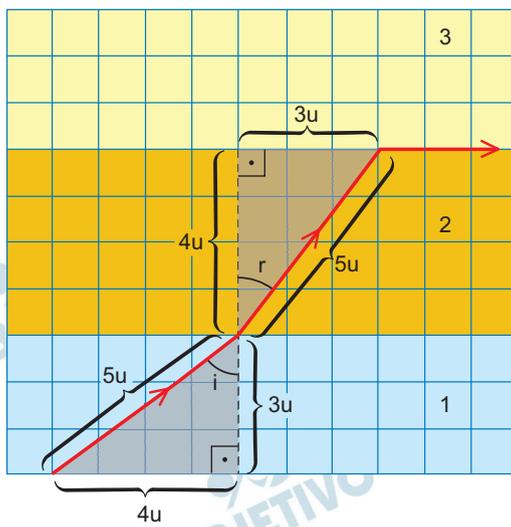
### Resolução

- a) A intensidade  $V_1$  da velocidade da luz no meio 1 é calculada fazendo-se:

$$n_1 = \frac{c}{V_1} \Rightarrow V_1 = \frac{c}{n_1}$$

$$V_1 = \frac{3 \cdot 10^8}{1,5} \text{ (m/s)} \Rightarrow V_1 = 2 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

Os triângulos retângulos destacados adiante são pitagóricos e suas hipotenusas medem, ambas, 5u.

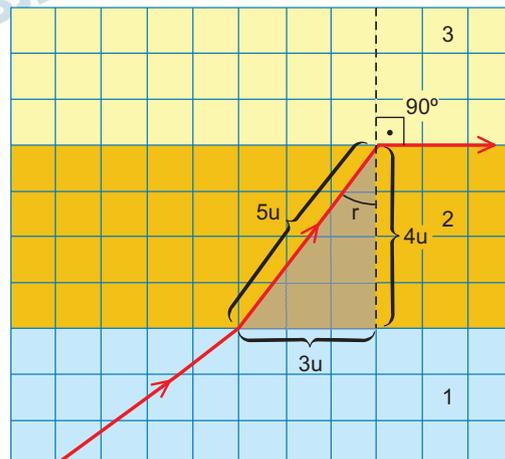


Aplicando-se a Lei de Snell à refração da luz do meio 1 para o meio 2, determina-se o índice de refração absoluto do meio 2,  $n_2$ :

$$n_2 \sen r = n_1 \sen i \Rightarrow n_2 \frac{3}{5} = 1,5 \frac{4}{5}$$

$$n_2 = \frac{6}{3} \Rightarrow \boxed{n_2 = 2}$$

- b) Na refração da luz do meio 2 para o meio 3, o raio luminoso afasta-se da reta normal à interface dióptrica. Isso significa que  $n_3 < n_2$ , isto é, o meio 3 é menos refringente que o meio 2.



De fato, pela Lei de Snell:

$$n_3 \cdot \sen 90^\circ = n_2 \sen r \Rightarrow n_3 \cdot 1 = n_2 \cdot \frac{3}{5}$$

$$n_3 \cdot 1 = n_2 \cdot 0,6 \Rightarrow \boxed{n_3 < n_2}$$

Da mesma expressão obtemos também que:

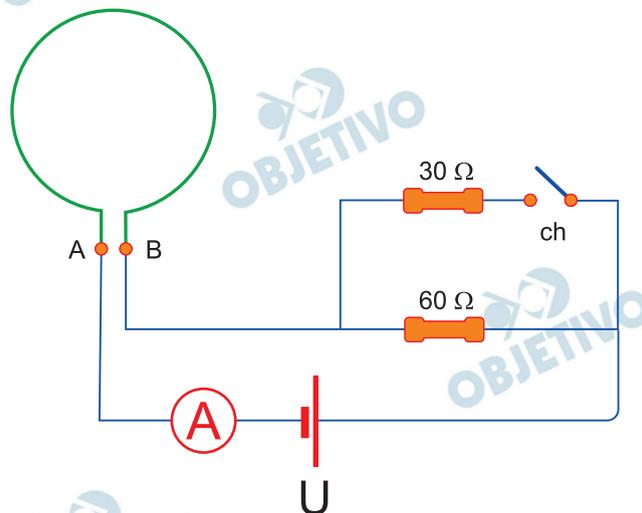
$$\boxed{\frac{n_3}{n_2} = \frac{3}{5}}$$

Respostas: a)  $2 \cdot 10^8 \text{m/s}$ ;  $n_2 = 2$

b) O meio 3 é o menos refringente que o

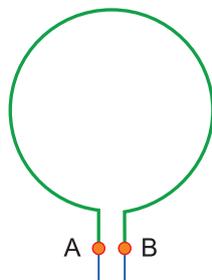
meio 2 ( $n_3 < n_2$ );  $\frac{n_3}{n_2} = \frac{3}{5}$

Os terminais A e B de uma espira circular estão conectados a um circuito elétrico capaz de fornecer dois valores distintos de corrente elétrica. Os resistores do circuito são ôhmicos, e o gerador, os fios de ligação, o amperímetro e a chave são ideais. A figura mostra a montagem desse circuito, com a chave aberta.



Quando a chave é mantida aberta, o amperímetro indica a passagem de uma corrente elétrica de 6 A.

- Determine a diferença de potencial  $U$  do gerador e, em seguida, a intensidade da corrente elétrica que passa pelo amperímetro quando a chave está fechada.
- A espira tem diâmetro de  $4 \times 10^{-2}$  m e a permeabilidade magnética do meio que a envolve vale  $1,2 \times 10^{-6}$  T · m/A. Para a circunstância em que a chave está aberta, indique, na figura presente no campo de Resolução e Resposta, a direção e o sentido do vetor campo magnético no centro da espira AB e calcule a intensidade desse campo magnético no centro dessa espira.



### Resolução

- a) Com a chave aberta, temos:

$$i_A = 6\text{ A}$$

$$R_{\text{eqA}} = 60\Omega$$

Assim,

$$U = R_{\text{eqA}} \cdot i_A$$

$$U = 60 \cdot 6 \text{ (V)}$$

$$U = 360V$$

Com a chave fechada, temos:

$$U = 360V$$

$$R_{eqF} = \frac{60 \cdot 30}{60 + 30} (\Omega)$$

$$R_{eqF} = 20 \Omega$$

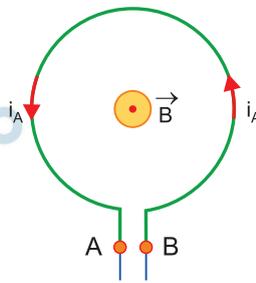
Assim,

$$U = R_{eqF} \cdot i_F$$

$$360 = 20 \cdot i_F$$

$$i_F = 18A$$

- b) A corrente elétrica irá percorrer a espira com o sentido anti-horário indicado na figura. Utilizando-se a regra da mão direita pode-se determinar o sentido do campo magnético que tem direção perpendicular ao plano da espira, assim:



A intensidade do campo magnético pode ser determinada por:

$$B = \frac{\mu i_A}{2R}$$

$$B = \frac{\mu i_A}{D}$$

$$B = \frac{1,2 \cdot 10^{-6} \cdot 6}{4 \cdot 10^{-2}} (T)$$

$$B = 1,8 \cdot 10^{-4}T$$

Respostas: a)  $U = 360V$

$$i_F = 18A$$

b)  $B = 1,8 \cdot 10^{-4}T$

$$\odot \vec{B}$$

Aprovado pela Anvisa, capacete reduz internações em UTI por covid-19 em 60%

Criado no início de abril como alternativa de tratamento de pacientes com covid-19, um capacete especial pode diminuir as mortes em decorrência da doença no Brasil. De acordo com os testes clínicos, o Elmo, criado no Ceará, reduz em 60% a necessidade de internação na UTI de pacientes com covid-19. O projeto já foi aprovado pela Agência Nacional de Vigilância Sanitária (Anvisa), o que permite a comercialização e produção do Elmo em escala industrial.

(Daniel Rocha. <https://noticias.uol.com.br>, 07.11.2020. Adaptado.)

Estimativa de custos operacionais dos leitos de UTI adulto em consequência da covid-19

Uma pergunta que tem preocupado os gestores da rede hospitalar brasileira é quanto custará o tratamento da covid-19, em especial dos leitos de UTI adulto. Um estudo com 106 hospitais estimou os seguintes valores:

Perfil do hospital	Quantidade de hospitais	Custo médio de diária em uma UTI adulto
Filantrópico	35	R\$ 1.500,00
Organização social de saúde	57	R\$ 1.934,00
Público de administração direta	6	R\$ 3.442,00
Privado	8	R\$ 2.840,00

([www.drgbrasil.com.br](http://www.drgbrasil.com.br), 13.05.2020. Adaptado.)

- Calcule a média ponderada do custo da diária em uma UTI adulto dos hospitais públicos de administração direta e dos hospitais privados, de acordo com dados da tabela.
- Um hospital filantrópico que atende apenas pacientes adultos pretende utilizar o Elmo no tratamento da covid-19 e, com isso, projeta reduzir seu número médio de internações devido à covid-19 em UTI adulta para 28 pacientes. Segundo dados desse hospital,

pacientes internados com covid-19 que não vão para a UTI adulta se recuperam e têm alta hospitalar em 7 dias, em média, ao custo médio diário de R\$ 900,00, enquanto que pacientes com covid-19 destinados à UTI adulta se recuperam e têm alta hospitalar, em média, em 18 dias. Determine qual é o número médio de internações devido à covid-19 nesse hospital e quanto o hospital economizará, em reais, com a adoção do Elmo para esse grupo de pacientes.

### Resolução

- a) A média ponderada do custo da diária em uma UTI adulto dos hospitais públicos de administração direta e dos hospitais privados, em reais, é

$$\frac{6 \cdot 3\,442 + 8 \cdot 2\,840}{6 + 8} = \frac{43\,372}{14} = 3\,098$$

- b) O número de internações em UTI aduto, que é 28, representa 40% do total de internações que representaremos por x. Logo:

$$40\% \cdot x = 28 \Leftrightarrow x = \frac{28}{0,4} = 70$$

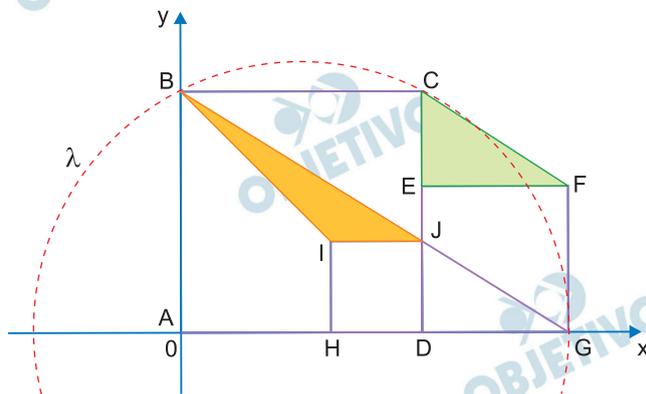
A economia, em reais, com a adoção de Elmo é

$$\begin{aligned} 60\% \cdot 70 \cdot [18 \cdot 1\,500 - 7 \cdot 900] &= \\ = 0,6 \cdot 70 \cdot [27\,000 - 6\,300] &= \\ = 42 \cdot 20\,700 &= 869\,400 \end{aligned}$$

Respostas: a) R\$ 3 098,00

b) 70 e R\$ 869 400,00

Em um plano cartesiano de origem  $A = (0, 0)$  foram desenhados os quadrados  $ABCD$ ,  $DEFG$  e  $HIJD$ . Sabe-se que  $B = (0, 5)$ ,  $G = (8, 0)$ ,  $H$  pertence ao eixo das abscissas,  $J$  está na intersecção de  $BG$  com  $CD$  e  $\lambda$  é uma circunferência que passa por  $B$ ,  $C$  e  $G$ , como mostra a figura.



- Determine as áreas dos triângulos  $CEF$  e  $JIB$ , em unidades de área do plano cartesiano.
- Determine as coordenadas do centro de  $\lambda$  e seu raio.

### Resolução

- Sendo  $A(0; 0)$ ,  $B(0; 5)$  e  $ABCD$  um quadrado, temos  $D(5; 0)$  e  $C(5; 5)$ .
  - Como  $DEFG$  também é um quadrado e  $G(8; 0)$ , temos  $E(5; 3)$  e  $F(8; 3)$ .

III) Os pontos  $B(0; 5)$ ,  $G(8; 0)$  e  $J(5; j)$  estão alinhados e, portanto:

$$\begin{vmatrix} 5 & j & 1 \\ 0 & 5 & 1 \\ 8 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow j = \frac{15}{8}$$

Logo, as coordenadas do ponto  $I$  são:

$$\left(5 - \frac{15}{8}; \frac{15}{8}\right) = \left(\frac{25}{8}; \frac{15}{8}\right), \text{ pois}$$

$HIJD$  é um quadrado.

- A área do triângulo  $CEF$ , de base  $EF = 3$  e altura  $CE = 2$ , é igual a  $\frac{3 \cdot 2}{2} = 3$  unidades de área.

A área do triângulo  $JIB$ , de base  $IJ = \frac{15}{8}$  e altura  $5 - \frac{15}{8} = \frac{25}{8}$ , é igual a

$$\frac{\frac{15}{8} \cdot \frac{25}{8}}{2} = \frac{375}{128} \text{ unidades de \u00e1rea.}$$

b) O centro de  $\lambda$  pertence \u00e0 mediatriz de  $\overline{BC}$ , de

equa\u00e7\u00e3o  $x = \frac{5}{2}$ , e a circunfer\u00eancia passa

pelos pontos B (0; 5) e G (8; 0).

Sendo  $P\left(\frac{5}{2}; p\right)$  o centro de  $\lambda$ , temos:

$$\left(8 - \frac{5}{2}\right)^2 + (0 - p)^2 = \left(\frac{5}{2} - 0\right)^2 + (p - 5)^2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{121}{4} = \frac{25}{4} - 10p + 25 \Leftrightarrow 10p = 1 \Leftrightarrow p = \frac{1}{10}$$

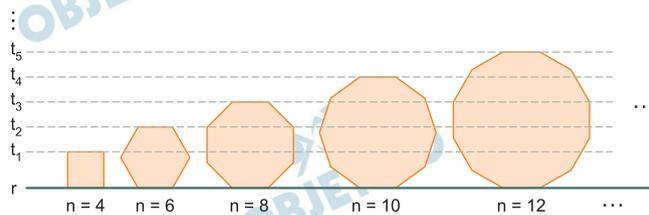
O raio R de  $\lambda$  \u00e9 a dist\u00e2ncia de P a B e, portanto:

$$R = \sqrt{\left(\frac{5}{2} - 0\right)^2 + \left(\frac{1}{10} - 5\right)^2} = \frac{\sqrt{3026}}{10}$$

Respostas: a) 3 unidades de \u00e1rea e  $\frac{375}{128}$  unidades de \u00e1rea

b)  $\left(\frac{5}{2}; \frac{1}{10}\right)$  e  $\frac{\sqrt{3026}}{10}$

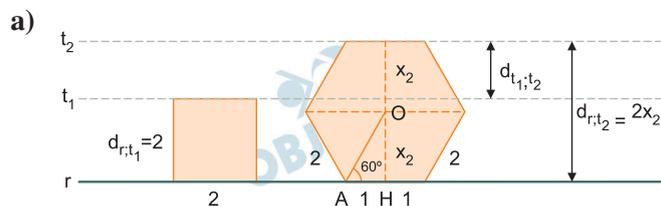
A figura indica uma sequência de polígonos regulares com número  $n$  par de lados, cada um medindo 2 cm. Cada polígono tem um lado sobre a reta  $r$  e o lado oposto sobre uma reta paralela a  $r$ . Estas retas paralelas a  $r$  estão indicadas por  $t_1, t_2, t_3, \dots$



- a) Calcule a distância entre as retas  $t_1$  e  $t_2$ .
- b) Mantendo-se o padrão da sequência, calcule a distância entre as retas  $t_{23}$  e  $t_{24}$  em função de letras convenientemente selecionadas da tabela.

$\alpha$	$3,5^\circ$	$3,55^\circ$	$3,6^\circ$	$3,65^\circ$	$3,7^\circ$	$3,75^\circ$	$3,8^\circ$	$3,85^\circ$
$\text{sen } \alpha$	a	b	c	d	e	f	g	h
$\text{cos } \alpha$	i	j	l	m	n	o	p	q
$\text{tg } \alpha$	r	s	t	u	v	x	y	z

### Resolução



- I) No triângulo AOH temos:

$$\text{tg } 60^\circ = \frac{x_2}{1} \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{x_2}{1} \Rightarrow x_2 = \sqrt{3} \text{ cm}$$

II)  $d_{r;t_2} = 2x_2 = 2\sqrt{3} \text{ cm}$

Logo,  $d_{t_1;t_2} = 2\sqrt{3} - 2 = 2 \cdot (\sqrt{3} - 1) \text{ cm}$

- b) I) Os números de lados dos polígonos que determinam as retas  $t_{23}$  e  $t_{24}$  são, respectivamente, o 23º e 24º termos da progressão aritmética (4; 6; 8; 10; ...), onde  $a_1 = 4$  e  $r = 2$ .

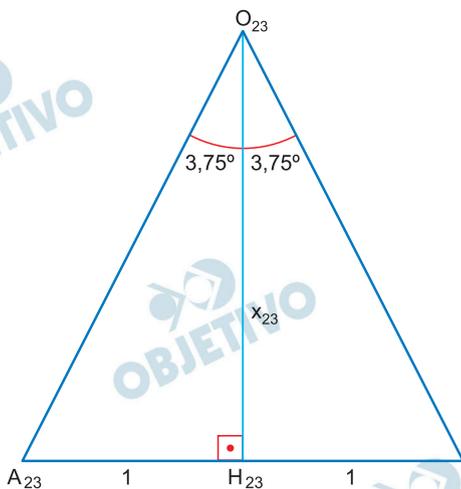
Assim,

$$a_{23} = a_1 + (23 - 1) \cdot r = 4 + 22 \cdot 2 = 48 \text{ e}$$

$$a_{24} = a_1 + (24 - 1) \cdot r = 4 + 23 \cdot 2 = 50$$

Logo, os polígonos têm 48 e 50 lados, respectivamente.

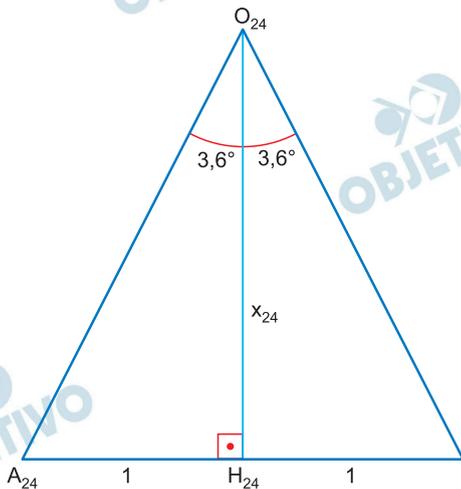
- II) Para  $n = 48$ , ligando o centro do polígono a cada vértice, obteremos 48 triângulos isósceles de base 2 e ângulo oposto à base igual a  $7,5^\circ$ .



$$\operatorname{tg} 3,75^\circ = \frac{1}{x_{23}} \Rightarrow x = \frac{1}{x_{23}} \Rightarrow x_{23} = \frac{1}{x}$$

$$\text{Assim, } d_{t_{23}; r} = 2; x_{23} = 2 \frac{1}{x} = \frac{2}{x}$$

- III) Para  $n = 50$ , ligando o centro do polígono a cada vértice, obteremos 50 triângulos isósceles de base 2 e ângulo oposto à base igual a  $7,2^\circ$ .



$$\operatorname{tg} 3,6^\circ = \frac{1}{x_{24}} \Rightarrow t = \frac{1}{x_{24}} \Rightarrow x_{24} = \frac{1}{t}$$

$$\text{Assim, } d_{t_{24}; r} = 2 \cdot x_{24} = 2 \cdot \frac{1}{t} = \frac{2}{t}$$

$$\text{Logo: } d_{t_{24}; t_{23}} = \frac{2}{t} - \frac{2}{x} = \frac{2x - 2t}{x \cdot t} =$$

$$= 2 \cdot \frac{x-t}{x \cdot t}$$

Respostas: a)  $2 \cdot (\sqrt{3} - 1)$  cm

b)  $2 \cdot \frac{x-t}{x \cdot t}$  cm

Um gato tem cerca de 100 vezes a massa de um rato, porém, sua taxa metabólica é, aproximadamente, 31 vezes a de um rato. Observações experimentais permitiram que, em 1932, Max Kleiber formulasse empiricamente uma lei relacionando a taxa metabólica basal  $B$  de um animal, em quilocalorias por dia (kcal por dia), e sua massa  $M$ , em quilogramas (kg). Tal lei é dada pela fórmula

$$B = k \cdot M^{\frac{3}{4}}, \text{ sendo } k \text{ uma constante real.}$$

- a) Determine o valor de  $k$ , sabendo que a lei de Kleiber se aplica a um animal de massa igual a 16 kg e taxa metabólica basal de 600 kcal por dia.
- b) Considere que a lei de Kleiber se aplique para um animal pequeno  $P$  e para um animal grande  $G$ , com a mesma constante real  $k$ . Sabendo que a massa de  $G$ , em kg, é  $10^6$  vezes a massa de  $P$ , calcule a razão entre as taxas metabólicas basais de  $G$  e de  $P$ , ou seja,

$$\frac{B_G}{B_P}, \text{ utilizando os dados da tabela no cálculo final.}$$

x	0,5	0,5625	0,75	4,5	5	10	10,25	10,75	31,623
$\sqrt{x}$	0,7071	0,75	0,8660	2,1213	2,2361	3,1623	3,2016	3,2787	5,6234

### Resolução

- a) De acordo com os dados do item a, temos:

$$600 = k \cdot (16)^{\frac{3}{4}} \Leftrightarrow 600 = k (2^4)^{\frac{3}{4}} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 600 = k \cdot 8 \Leftrightarrow k = \frac{600}{8} \Leftrightarrow k = 75$$

- b) A partir das informações do item b, se  $m$  for a massa de  $P$  e  $m \cdot 10^6$  a massa de  $G$ , temos:

$$\frac{B_G}{B_P} = \frac{k \cdot (m \cdot 10^6)^{\frac{3}{4}}}{k \cdot m^{\frac{3}{4}}} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{B_G}{B_P} = (10^6)^{\frac{3}{4}} \Leftrightarrow \frac{B_G}{B_P} = 10^{\frac{9}{2}} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{B_G}{B_P} = \sqrt{10^9} \Leftrightarrow \frac{B_G}{B_P} = 10^4 \sqrt{10} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{B_G}{B_P} = 3,1623 \cdot 10^4$$

Assim, a razão  $\frac{B_G}{B_P}$  é igual a 31 623.

Uma caixa possui  $n$  cartas, numeradas de 1 até  $n$ . Desta caixa são sorteadas, ao acaso,  $m$  cartas.

- a) Para  $n = 10$  e  $m = 6$ , qual é a probabilidade de que entre as cartas sorteadas tenha saído uma com o número 1?
- b) Estabeleça uma fórmula que calcule a probabilidade de que, entre as  $m$  cartas sorteadas do total de  $n$  cartas, tenham saído  $k$  cartas pré-estabelecidas, com  $k$  variando de 1 até  $m$ . Apresente sua fórmula com notação de fatorial, simplificada ao máximo, e com o domínio de validade de  $n$ ,  $m$  e  $k$ .

### Resolução

- a) I) Número de casos possíveis:

$$C_{10,6} = \frac{10!}{4! \cdot 6!} = 210$$

- II) Os casos favoráveis são aqueles em que a carta com o número 1 se encontra entre as seis cartas sorteadas. Neste caso, considera-se que serão sorteadas outras cinco cartas das nove restantes (excluindo a carta com o número 1).

Número de casos favoráveis:

$$C_{9,5} = \frac{9!}{4! \cdot 5!} = 126$$

- III) Probabilidade:

$$P = \frac{126}{210} = \frac{3}{5}$$

- b) I) Número de casos possíveis:

$$C_{n,m} = \frac{n!}{(n-m)! \cdot m!}$$

- II) O número de casos favoráveis, considerando  $k$  cartas pré-estabelecidas ( $1 \leq k \leq m$ ), é dado por:

$$C_{n-k, m-k} = \frac{(n-k)!}{(n-k-m+k)! \cdot (m-k)!}$$

- III) Probabilidade:

$$P = \frac{\frac{(n-k)!}{(n-k-m+k)! \cdot (m-k)!}}{\frac{n!}{(n-m)! \cdot m!}} =$$

$$P = \frac{(n-k)!}{(n-m)! \cdot (m-k)!} \cdot \frac{(n-m)! \cdot m!}{n!}$$

$$P = \frac{(n-k)! \cdot m!}{(m-k)! \cdot n!}$$

Com

$\{n, m, k\} \subset \mathbb{Z}, n \geq 1; 1 \leq m \leq n; 1 \leq k \leq m.$