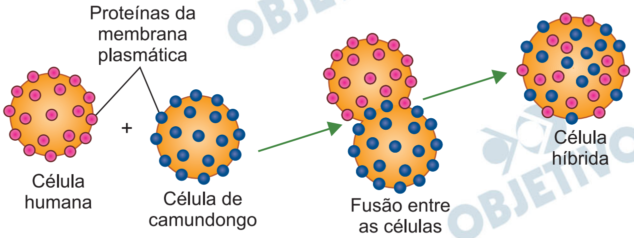
1

Em um experimento, pesquisadores marcaram radioativamente as proteínas da membrana plasmática de uma célula humana e de uma célula de camundongo com dois radioisótopos diferentes e, em seguida, fundiram as duas células, originando uma célula híbrida. Utilizando um microscópio, observou-se que as proteínas marcadas radioativamente distribuíram-se de forma aleatória na bicamada da membrana plasmática da célula híbrida.



(www.innoverensvt.com. Adaptado.)

a) Qual a composição química da bicamada da membrana plasmática em que as proteínas estão localizadas? Cite a principal característica das substâncias químicas presentes na membrana plasmática que permite a retenção de água no interior da célula.

b) Na célula híbrida originada no experimento, que propriedade da membrana plasmática permitiu a distribuição aleatória das proteínas marcadas radioativamente? Cite a função das proteínas colinérgicas encontradas na membrana plasmática de um dendrito neuronal do sistema nervoso parassimpático humano.

Resolução

a) **A bicamada da membrana plasmática contém, além de proteínas, fosfolipídios. O fosfolipídio possui uma porção hidrofílica (grupo fosfato) e outra hidrofóbica (caudas lipídicas). Logo, há um arranjo na bicamada da membrana, fazendo com que a porção hidrofílica de fosfato fique voltada ao meio intracelular e extracelular, assegurando a retenção de água no citosol.**

b) **Como a membrana plasmática obedece ao modelo do mosaico fluido, a fluidez de seus elementos estruturais permitiu a distribuição aleatória das proteínas no experimento. As proteínas colinérgicas presentes na membrana do dendrito atuam como receptores de neurotransmissores (acetilcolina) liberados na fenda sináptica.**

Analise a imagem de raízes do tipo pneumatóforos encontradas em plantas do gênero *Avicennia sp*.

(www.floraofqatar.com)

a) Cite a característica do solo que selecionou a sobrevivência de plantas com esse tipo de raiz. Qual a vantagem desse tipo de raiz para as plantas do gênero *Avicennia sp*?

b) As raízes do tipo pneumatóforos das plantas do gênero *Avicennia sp* não conseguem fixar o gás nitrogênio do ar como as raízes das leguminosas o fazem. Por que as raízes do tipo pneumatóforos não fixam o gás nitrogênio?

Como deve estar a concentração de sais no vacúolo das células radiculares para que a planta *Avicennia sp* possa absorver água do ambiente em que vive?

Resolução

a) **O solo tem como característica o encharcamento, além da alta compactação e de ser lamacento; a elevada decomposição de matéria orgânica leva à deficiência de oxigênio. O pneumatóforo contém poros que permitem a direta captação de gás oxigênio da atmosfera.**

b) **Os pneumatóforos não contêm bactérias fixadoras de gás nitrogênio como as leguminosas. A penetração de água na raiz ocorre por osmose e para tal o vacúolo das células radiculares da *Avicennia sp* deve possuir uma maior concentração de sais minerais do que o solo.**

3

Um estudo liderado por pesquisadores dos Institutos Nacionais de Saúde dos Estados Unidos aponta para a criação de um gel anticoncepcional masculino. O produto é chamado de NES/T e, caso chegue ao mercado, deve ser aplicado na pele das costas e dos ombros do homem. Esse gel contém o composto progestina, derivado do hormônio progesterona, e testosterona. O papel da progestina é suprimir a produção de espermatozoides e o da testosterona é repor o hormônio produzido pelo corpo do homem, evitando a baixa de libido e a perda muscular causada pelo composto feminino.

(Natalia Cuminale. "Agora é a vez dele".
Veja, 19.12.2018. Adaptado.)

a) Após a aplicação do gel anticoncepcional na pele do homem, qual sistema do corpo humano transportará a progestina e a testosterona até o órgão-alvo desses hormônios? Que lipídio esteroide é o precursor da testosterona?

b) Em um experimento médico, 10 homens saudáveis utilizaram corretamente o gel anticoncepcional por 6 semanas. Após esse período, seus hormônios FSH (folículo estimulante) e LH (luteinizante) foram analisados para verificar a eficácia do produto, e os resultados desse experimento geraram um gráfico quantitativo, no qual X representa um valor de referência antes da aplicação do gel. Dos gráficos a seguir, qual representa o efeito anticoncepcional esperado? Justifique sua resposta com base na ação dos hormônios indicados nos gráficos.

GRÁFICO 1

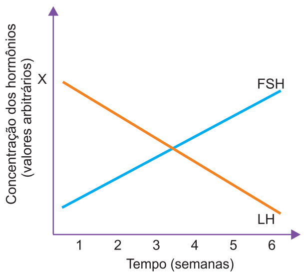


GRÁFICO 2

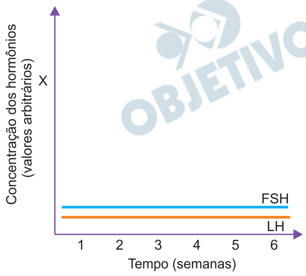
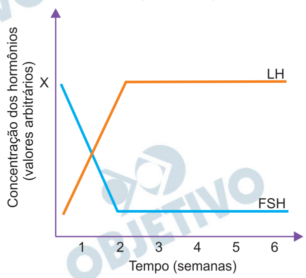


GRÁFICO 3



Resolução

a) O sistema sanguíneo é o responsável pela condução dos hormônios ao órgão-alvo. O colesterol é o lipídio esteroide precursor da testosterona.

b) O gráfico 2 representa o efeito do anticoncepcional, pois este reduz a concentração do FSH (responsável pela produção dos espermatozoides) e do LH (hormônio que induz a síntese de testosterona).

Leonardo da Vinci não se casou nem teve filhos. Ele teve 22 meios-irmãos. Os historiadores italianos Alessandro Vezzosi e Agnese Sabato encontraram 14 pessoas vivas que têm parentesco com da Vinci. O objetivo dos historiadores era encontrar parentes do sexo masculino que possuíam o mesmo cromossomo sexual. Esse cromossomo foi passado pelo pai aos filhos e permaneceu praticamente inalterado por 25 gerações. Em 2016, cientistas já haviam identificado 35 parentes vivos de Leonardo da Vinci, mas a maior parte deles estava vinculada à linhagem materna. Os pesquisadores pretendem reconstruir o genoma do artista e explorar as relações entre o genoma da família e algumas características de da Vinci, como o fato de ele ser canhoto.

(https://super.abril.com.br. Adaptado.)

a) Cite o cromossomo sexual que os pesquisadores pretendem identificar nos parentes do sexo masculino de Leonardo da Vinci. Qual a quantidade de cromossomos nucleares que compõem o genoma de Leonardo da Vinci?

b) Que material genético extranuclear deve ser utilizado para a análise de parentesco por meio da linhagem materna? Considere que a habilidade de escrever com a mão esquerda seja determinada por um par de alelos autossômicos recessivos e que os pais de Leonardo da Vinci eram destros. Caso os pais de Leonardo da Vinci viessem a ter mais dois descendentes, qual a probabilidade de eles gerarem uma menina canhota e outra menina destra?

Resolução

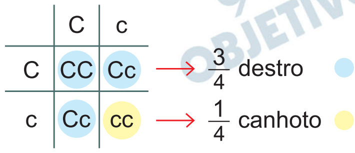
a) Os pesquisadores pretendem identificar o cromossomo sexual Y nos parentes do sexo masculino de Leonardo da Vinci. Espera-se encontrar 46 cromossomos no núcleo da célula de da Vinci.

b) O DNA mitocondrial deve ser utilizado para a análise de parentesco por meio da linhagem materna.

A probabilidade de os pais de da Vinci vierem a ter os descendentes citados é:

Genótipo	Fenótipo
CC	destro
Cc	destro
cc	canhoto

pai destro x mãe destra
(Cc) (Cc)



$\frac{1}{2}$ (♀) e $\frac{1}{2}$ (♂)

Considerando:

⇒ p (1.ª criança ♀ e canhota; 2.ª criança ♀ e destra)

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{64}$$

⇒ p (1.ª criança ♀ e destra; 2.ª criança ♀ e canhota)

$$\frac{1}{2} \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{3}{64}$$

Logo, a probabilidadade vale:

$$\frac{3}{64} + \frac{3}{64} = \frac{6}{64} = \frac{3}{32}$$

5

O zebrafish (*Danio rerio*), espécie de peixe ornamental de água doce originária da Ásia, é conhecido no Brasil como paulistinha. Uma versão transgênica desse peixe é dotada de genes de anêmonas e de medusas que o tornam fluorescente nas cores verde, vermelha, laranja e azul. Embora a importação do peixe paulistinha transgênico esteja proibida no Brasil desde 2008, ele pode ser encontrado em aquários particulares e, segundo um estudo recente, até em riachos nacionais. Pesquisadores encontraram mais de uma centena de exemplares desses peixes transgênicos em afluentes mineiros da bacia do rio Paraíba do Sul, cuja presença é preocupante pois pode afetar os peixes nativos. Na região mineira, os peixes paulistinhas transgênicos alimentam-se de insetos aquáticos e zooplâncton e não possuem predadores naturais.

(Meghie Rodrigues. *Pesquisa Fapesp*, abril 2022. Adaptado.)

a) Que efeito ecológico a alimentação dos peixes paulistinhas transgênicos causará sobre as populações de peixes nativos dos afluentes do rio Paraíba do Sul? Qual será o nível trófico ocupado por um peixe paulistinha transgênico que se alimente de insetos que ingeriram zooplânctons herbívoros?

b) Suponha que, para desenvolver um peixe paulistinha transgênico, os cientistas inseriram um DNA codificante em um zigoto que tenha se desenvolvido sem mutações. Por que o DNA codificante é o material prioritário para se produzir a fluorescência em um organismo transgênico? Qual a porcentagem de células somáticas nucleadas no corpo de um peixe paulistinha transgênico em que seria encontrado o DNA exógeno que gera a fluorescência?

Resolução

a) **Haverá uma competição interespecífica entre os paulistinhas transgênicos e os peixes nativos, levando a uma redução na oferta de alimento no ambiente. A cadeia alimentar desse local está representada a seguir:**

fitoplâncton	→	**zooplâncton**	→	**insetos**	→	**paulistinha transgênico**
(produtor)		**(consumidor 1.º)**		**(consumidor 2.º)**		**(consumidor 3.º)**

Logo, o paulistinha transgênico ocupa o 4.º nível trófico, no papel de consumidor terciário.

b) O DNA codificante tem como função transcrever a produção da enzima responsável pelo fenômeno da fluorescência.
Considerando a ausência de mutações e problemas de não disjunção cromossômica durante as mitoses ocorridas a partir do zigoto, espera-se que 100% das células somáticas desse peixe contenham o DNA exógeno que gera a fluorescência.

6

Planeta Marte

A atmosfera de Marte é formada por: CO_2 – 95,32%; N_2 – 2,7%; Ar – 1,6%; O_2 – 0,13%; CO – 0,08%. Durante o inverno marciano, os polos entram em um período de escuridão contínua, o que resfria a superfície de tal forma que 25% do CO_2 atmosférico transformam-se em dióxido de carbono sólido (gelo seco), formando uma capa de gelo nos polos. Quando os polos são expostos novamente à luz solar, durante o verão marciano, o CO_2 congelado sublima, voltando à atmosfera. Esse processo leva a uma grande variação da pressão e da composição atmosférica ao redor dos polos marcianos.

(Sergio Pilling *et al*. www1.univap.br. Adaptado.)

a) Escreva a estrutura de Lewis (fórmula por pontos) do principal componente da atmosfera de Marte e informe sua geometria molecular.

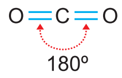
b) Representando cada molécula de CO_2 pelo símbolo •, e utilizando 9 moléculas de CO_2, faça dois desenhos que representem a organização dessas moléculas de CO_2 nos polos de Marte em duas situações distintas: uma durante o verão (estado gasoso) e outra durante o inverno (estado sólido).

Resolução

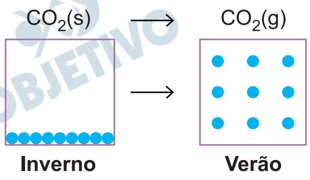
O texto exibe que o dióxido de carbono (CO_2) é o gás mais abundante na atmosfera de Marte com 95,32% em volume.

A seguir está representada a fórmula eletrônica de G. Lewis:

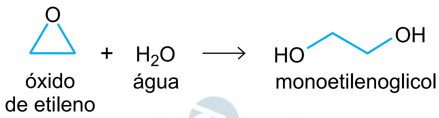
sendo a geometria molecular linear.



b) Nos pólos o dióxido de carbono sofre a mudança de estado físico denominada de sublimação:
$CO_2(s) \rightarrow CO_2(g)$



O monoetilenoglicol (massa molar = 62 g/mol), também conhecido como MEG ou simplesmente etilenoglicol, é amplamente utilizado como anticongelante automotivo e é obtido pela reação entre óxido de etileno (massa molar = 44 g/mol) e água, conforme a equação:

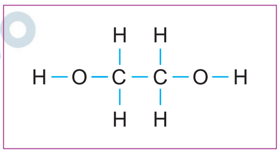


a) Escreva a fórmula estrutural plana do monoetilenoglicol e identifique a sua função orgânica.

b) Calcule a massa de óxido de etileno, em kg, necessária para produzir 620kg de monoetilenoglicol, considerando que a água está em excesso e que o rendimento da reação é de 90%.

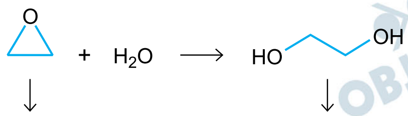
Resolução

a) A fórmula estrutural plana do monoetilenoglicol é:



A função orgânica presente na sua estrutura é *álcool*.

b) Cálculo da massa de óxido de etileno necessária para produzir 620kg de monoetilenoglicol com rendimento de 90%:



44g .... 62g . 0,9

x .... 620 kg

$\boxed{x \cong 449 \text{ kg}}$

De acordo com a resolução 430/2011 do Conselho Nacional do Meio Ambiente (CONAMA), o valor máximo (VM) da concentração de íons bário em efluentes é de 5,0 mg/L. Um meio de remover íons Ba^{2+} desses efluentes é precipitá-los sob a forma de sulfato de bário ($BaSO_4$), cujo produto de solubilidade (K_{ps}) a 25ºC é igual a 1×10^{-10}.

a) Expresse o VM da concentração de íons bário em g/L e em mol/L.

b) Escreva a expressão da constante do produto de solubilidade do sulfato de bário e calcule a concentração, em mol/L, de íons de bário em uma solução aquosa saturada de sulfato de bário.

Resolução

a) Cálculo do VM da concentração de íons Ba^{2+} em g/L:

1g ——— 1000mg

x ——— 5,0mg de Ba^{2+}

$x = 5{,}0 \cdot 10^{-3}$ **g de** Ba^{2+}

$\therefore C = 5{,}0 \cdot 10^{-3}$ **g/L**

Cálculo da concentração de íons Ba^{2+} em mol/L:

1 mol de Ba^{2+} ——— 137g

y ——— $5{,}0 \cdot 10^{-3}$g

$y = 3{,}6 \cdot 10^{-5}$ **mol de** Ba^{2+}

$[Ba^{2+}] = 3{,}6 \cdot 10^{-5}$ **mol/L**

b) $BaSO_4(s) \rightleftarrows Ba^{2+}(aq) + SO_4^{2-}(aq)$

$K_{PS} = [Ba^{2+}] \cdot [SO_4^{2-}]$

Cálculo da concentração de íons Ba^{2+} numa solução aquosa saturada de $BaSO_4$:

	$BaSO_4(s) \rightleftarrows$	$Ba^{2+}(aq) +$	$SO_4^{2-}(aq)$
equilíbrio		**x mol/L**	**x mol/L**

$K_{PS} = [Ba^{2+}] \cdot [SO_4^{2-}]$

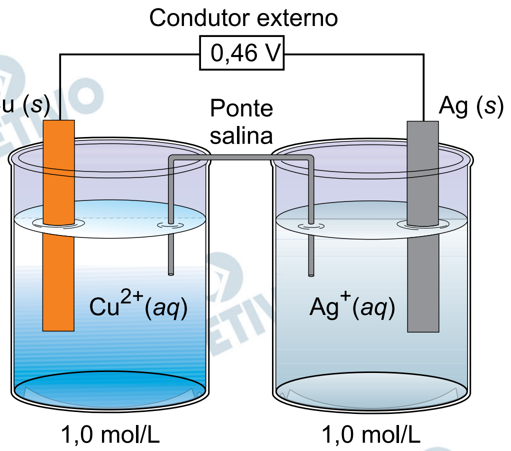
$1 \cdot 10^{-10} = x \cdot x$

$x^2 = 1 \cdot 10^{-10}$

$x = \sqrt{1 \cdot 10^{-10}} = 1 \cdot 10^{-5}$

$[Ba^{2+}] = 1 \cdot 10^{-5}$ **mol/L**

Considere a célula eletroquímica ilustrada a seguir.



Os potenciais de redução das semirreações que podem ocorrer nessa célula, nas condições-padrão, são fornecidos na tabela.

Semirreação	E^0 padrão (redução)
$H^+(aq) + e^- \rightarrow \frac{1}{2} H_2(g)$	0,00V
$Cu^{2+}(aq) + 2e^- \rightarrow Cu(s)$	0,34V
$Ag^+(aq) + e^- \rightarrow Ag(s)$	0,80V

a) Escreva a semirreação que ocorre no polo negativo dessa célula eletroquímica e determine o sentido do fluxo de elétrons pelo condutor externo.

b) Suponha que, por alguma razão, a comunidade científica resolvesse estabelecer um novo padrão para a tabela de potenciais-padrão de eletrodo (redução), escolhendo-se como referência a semirreação $Ag^+ (aq) + e^- \rightarrow Ag (s)$ e atribuindo-se a ela o valor de 0,00 V. Nessa nova tabela, qual seria o potencial-padrão associado à semirreação $Cu^{2+} (aq) + 2e^- \rightarrow Cu (s)$?

A tensão elétrica da célula eletroquímica ilustrada seria modificada? Justifique sua resposta por meio de cálculo.

Resolução

a) **O polo negativo corresponde ao eletrodo em que o cátion presente na solução tem o menor potencial de redução (Cu^{2+}, E^0_{red} = 0,34V):**

$Cu^{2+}(aq) + 2e^- \rightarrow Cu(s)$

O sentido do fluxo de elétrons pelo condutor externo vai do eletrodo de Cu (anodo) para o eletrodo de Ag (catodo).

b) **A tensão elétrica não se modifica (continua 0,46V).**

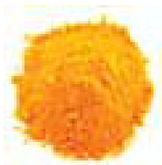
Nessa nova referência (E^0_{red} Ag^+ = 0) o potencial de redução do cátion Cu^{2+} será:

$$\Delta E^0 = E^0_{catodo_{(Ag)}} - E^0_{anodo_{(Cu)}}$$

$$0{,}46V = 0V - E^0(Cu^{2+})$$

$$E^0(Cu^{2+}) = -0{,}46V$$

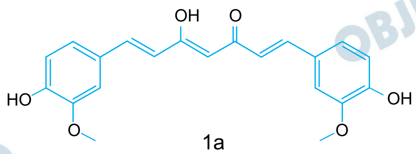
A cúrcuma (açafrão-da-terra) é um condimento de cor amarela, que possui propriedades antioxidante, antifúngica e outras.



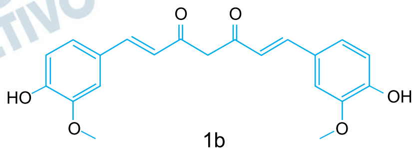
Açafrão-da-terra

(www.zonacerealista.com.br)

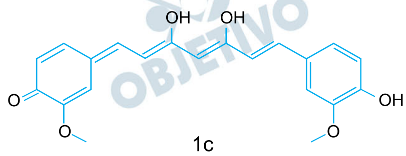
Essas propriedades da cúrcuma, inclusive sua cor, estão relacionadas ao seu principal componente, a curcumina, que existe na forma de três estruturas isômeras em equilíbrio (1a, 1b e 1c), com predomínio da estrutura 1a.



1a



1b



1c

(Drielly E.T.B. de Oliveira *et al.* "Curcumina como indicador natural de pH: uma abordagem teórico-experimental para o ensino de Química". *Química Nova*, vol. 44, 2021.)

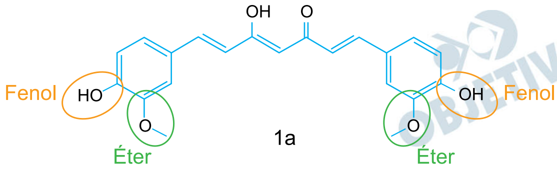
A curcumina também funciona como um indicador ácido-base, apresentando cor amarela predominante em meio ácido e em meio neutro, e cor vermelha predominante em meio básico.

a) Identifique as duas funções orgânicas oxigenadas ligadas a anéis benzênicos, presentes nas três estruturas da curcumina (1a, 1b e 1c).

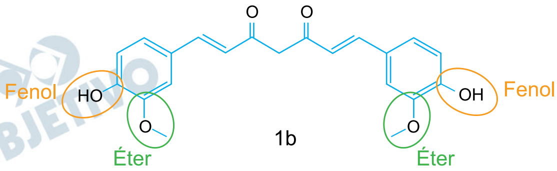
b) Considere soluções aquosas das substâncias: CaO; NaC*l*; NH_4C*l*; Na_2CO_3. A curcumina deverá apresentar cor amarela em duas dessas soluções. Identifique essas soluções.

Resolução

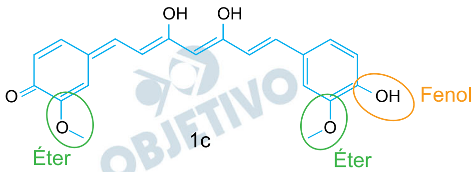
a) As funções orgânicas oxigenadas ligadas a anéis benzênicos são <u>fenol</u> e <u>éter</u>.



1a



1b



1c

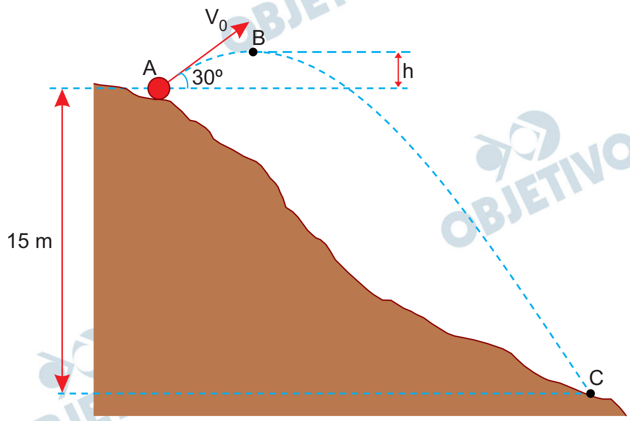
b) De acordo com o enunciado, a curcumina apresentará cor amarela em meio ácido e em meio neutro. Em solução aquosa, as quatro substâncias apresentadas possuem o seguinte comportamento:

- **CaO: <u>meio básico</u>, pois trata-se de um óxido básico.**
- **NaC*l*: <u>meio neutro</u>, pois trata-se de um sal formado por ácido e base fortes (HC*l* e NaOH, respectivamente).**
- **NH_4C*l*: <u>meio ácido</u>, pois trata-se de um sal formado por um ácido forte (HC*l*) e uma base fraca (NH_4OH).**
- **Na_2CO_3: <u>meio básico</u>, pois trata-se de um sal formado por um ácido fraco (H_2CO_3) e uma base forte (NaOH).**

Conclusão: a curcumina apresentará cor amarela nas soluções de NaC*l* e NH_4C*l*.

11

Uma bola de 0,4 kg é chutada com velocidade inicial V_0 = 20 m/s do ponto A, na encosta de um morro, e, depois de descrever um arco de parábola no ar, toca novamente a encosta desse morro no ponto C, que está verticalmente 15 m abaixo do ponto A. No percurso do ponto A ao ponto C, a bola atinge o ponto B, ponto mais alto de sua trajetória, conforme mostra a figura.



Sabendo que, no momento do chute, a velocidade inicial da bola está inclinada de 30° com a horizontal, desprezando a resistência do ar e adotando g = 10 m/s^2, calcule:

a) a energia cinética da bola, em joules, imediatamente após o chute e imediatamente antes de tocar o solo, no ponto C.

b) a distância vertical h, em metros, entre o ponto A e o ponto B. Em seguida, calcule o tempo, em segundos, para que a bola vá do ponto A ao ponto C.

Resolução

a) **1) Imediatamente após o chute**

$$E_{cin_0} = \frac{m\,V_0^2}{2}$$

$$E_{cin_0} = \frac{0{,}4 \,.\, (20)^2}{2} \text{ (J)}$$

$$\boxed{E_{cin_0} = 80 \text{ J}}$$

2) Ao atingir o ponto C

Conservação da energia mecânica:

$E_f = E_i$ **(referência em C):**

$E_{cin_C} = m\,g\,H + E_{cin_0}$

$$E_{cin_C} = 0,4 \;.\; 10 \;.\; 15 + 80 \text{ (J)}$$

$$\boxed{E_{cin_C} = 140 \text{ J}}$$

b) 1) Analisando o movimento vertical entre A e B

$$V_{0y} = V_0 \text{ sen } 30° = 20 \;.\; \frac{1}{2} \text{ (m/s)} = 10 \text{ m/s}$$

$$V_y^2 = V_{0y}^2 + 2\,\gamma_y\,\Delta s_y$$

$$0 = 100 + 2\,(-10)\,h$$

$$20\,h = 100$$

$$\boxed{h = 5,0 \text{ m}}$$

2) Movimento vertical entre A e C

$$\Delta s_y = V_{0y}\,t + \frac{\gamma_y}{2}\,t^2 \uparrow \oplus$$

$$-15 = 10\,t - 5,0\,t^2$$

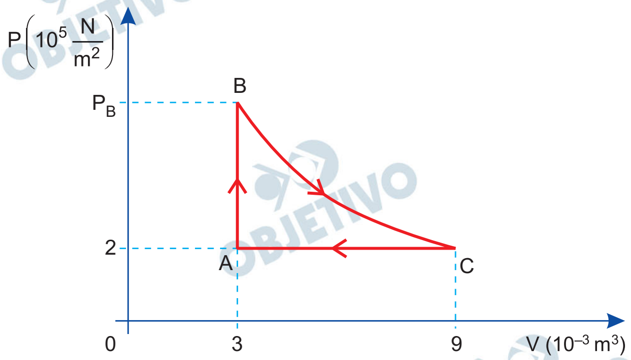
$$5,0\,t^2 - 10\,t - 15 = 0$$

$$1,0\,t^2 - 2,0\,t - 3,0 = 0 \begin{cases} t_1 = -1,0 \text{ s (rejeitada)} \\ t_2 = 3,0 \text{ s} \end{cases}$$

$$\boxed{T = 3,0 \text{ s}}$$

Respostas: a) 80 J e 140 J
b) h = 5,0 m e 3,0 s

Um gás monoatômico ideal está confinado em um recipiente e sofre a transformação cíclica ABCA indicada no diagrama P × V, em que BC é uma transformação isotérmica.



Sabendo que a temperatura do gás no estado A é 300 K e adotando, para a constante universal dos gases ideais, o valor 8 J/(mol · K), calcule:

a) o trabalho, em joules, realizado pelas forças que o gás exerce sobre as paredes do recipiente na transformação AB e na transformação CA.

b) o número de mols de gás existente dentro do recipiente e a pressão, em N/m^2, exercida pelo gás no estado B.

Resolução

a) **A transformação AB é um aquecimento isométrico e, portanto, o trabalho das forças que o gás exerce sobre as paredes do recipiente é nulo:**

$$\boxed{\tau_{AB} = 0}$$

A transformação CA é uma compressão, de $V_C = 9{,}0 \cdot 10^{-3}$ m^3 para $V_A = 3{,}0 \cdot 10^{-3}$ m^3, sob pressão constante $P = 2{,}0 \cdot 10^5$ N/m^2 e corresponde, numericamente, à área do retângulo sob a transformação, calculada por:

$$\boxed{\tau_{CA} = P\,(V_A - V_C)}$$

$$\tau_{CA} = 2{,}0 \cdot 10^5\,(3{,}0 \cdot 10^{-3} - 9{,}0 \cdot 10^{-3})\ (J)$$

$$\tau_{CA} = 2{,}0 \cdot 10^5\,(-6{,}0 \cdot 10^{-3})\ (J) = -12 \cdot 10^2\ J$$

$$\boxed{\tau_{CA} = -1{,}2 \cdot 10^3\ J}$$

O trabalho tem sinal negativo, pois é um trabalho recebido pelo gás, por causa da diminuição do volume.

b) No ponto A, $P_A = 2,0 \cdot 10^5$ N/m², $V_A = 3,0 \cdot 10^{-3}$ m³, $T_A = 300$ K.

O número de mols de gás perfeito (R = 8 J/mol K) dentro do recipiente é calculado pela Equação de Clapeyron:

$$P_A V_A = n\,RT_A \Rightarrow n = \frac{P_A V_A}{R \cdot T_A}$$

$$n = \frac{2,0 \cdot 10^5 \cdot 3,0 \cdot 10^{-3}}{8 \cdot 3,0 \cdot 10^2} \text{ (mol)}$$

$$n = \frac{6,0 \cdot 10^2}{24 \cdot 10^2} \text{ (mol)}$$

$$\boxed{n = \frac{1}{4} \text{ mol}}$$

A aplicação da lei geral dos gases, nos pontos B e C, permite o cálculo da pressão em B:

$$\frac{P_B V_B}{T_B} = \frac{P_C V_C}{T_C}$$

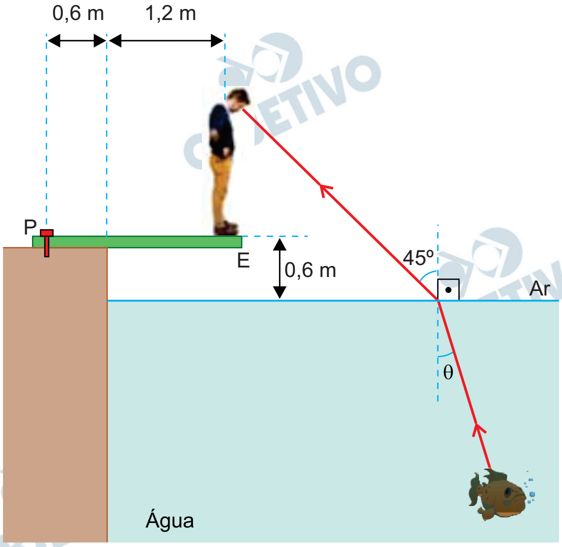
$$\frac{P_B \cdot 3,0 \cdot 10^{-3}}{300} = \frac{2,0 \cdot 10^5 \cdot 9,0 \cdot 10^{-3}}{300}$$

$$\boxed{P_B = 6,0 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2}$$

Respostas: a) $\tau_{AB} = 0$; $\tau_{CA} = -1,2 \cdot 10^3$ J

b) $n = \frac{1}{4}$ mol; $P_B = 6,0 \cdot 10^5$ N/m²

Uma pessoa de 70 kg está em repouso na extremidade de uma tábua rígida de massa desprezível, mantida em equilíbrio na direção horizontal e presa na borda de um tanque contendo água. Dessa posição, a pessoa consegue ver a imagem de um peixe parado dentro do tanque. Na figura, está representado um raio de luz proveniente do peixe, que atinge o olho dessa pessoa.



a) Sabendo que a tábua é presa à borda do tanque por um único pino P, indicado na figura, e adotando $g = 10\ m/s^2$, calcule, em newtons, a intensidade da força aplicada pela pessoa sobre a tábua e a intensidade da força aplicada pelo pino sobre a tábua.

b) Considerando o índice de refração relativo da água em relação ao ar igual a $\sqrt{2}$, obtenha o ângulo θ, indicado na figura. Em seguida, sabendo que os olhos dessa pessoa estão a 1,5 m de altura da tábua, calcule a distância, em metros, entre os olhos da pessoa e a imagem da extremidade E da tábua, formada pela superfície da água do tanque, considerando essa superfície como um espelho plano.

Resolução

a) 1) Analisando-se o equilíbrio do homem, temos:

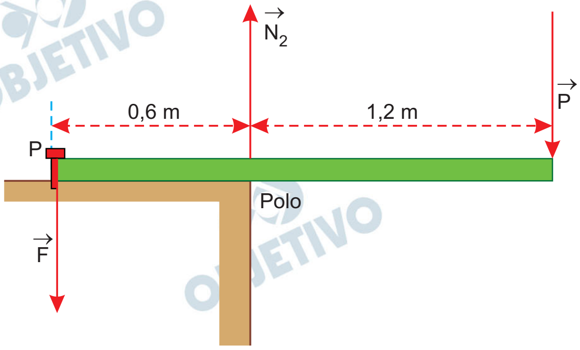
A força de contanto que a pessoa aplica na tábua tem a mesma intensidade do seu peso:

$$|\vec{N}_1| = m \cdot g$$

$$|\vec{N}_1| = 70 \cdot 10\ (N)$$

$$\boxed{|\vec{N}_1| = 7{,}0 \cdot 10^2\ (N)}$$

2) O enunciado não deixa claro onde está aplicada a força normal $\vec{N}_2$ aplicada pela borda sobre a tábua, o que não permite a solução da questão. Se admitirmos essa força aplicada na quina da borda do tanque, temos:



Adotando-se o polo do sistema na quina da borda do tanque e impondo o equilíbrio dos torques no sistema, temos:

$M_F = M_P$

$|\vec{F}|\, b_F = |\vec{P}|\, b_P$

$$|\vec{F}| = \frac{|\vec{P}|\, b_P}{b_F}$$

$$|\vec{F}| = \frac{m\, g\, b_P}{b_F}$$

$$|\vec{F}| = \frac{70 \,.\, 10 \,.\, 1{,}2}{0{,}6} \text{ (N)}$$

$$\boxed{|\vec{F}| = 1{,}4 \,.\, 10^3 \text{ N}}$$

b) 1) Da Lei de Snell-Descartes, temos:

$$\boxed{n_1 \text{ sen } i = n_2 \text{ sen } r}$$

$$n_{água} \,.\, \text{sen } \theta = n_{ar} \,.\, \text{sen}(45°)$$

$$\frac{n_{água}}{n_{ar}} \,.\, \text{sen } \theta = \text{sen}(45°)$$

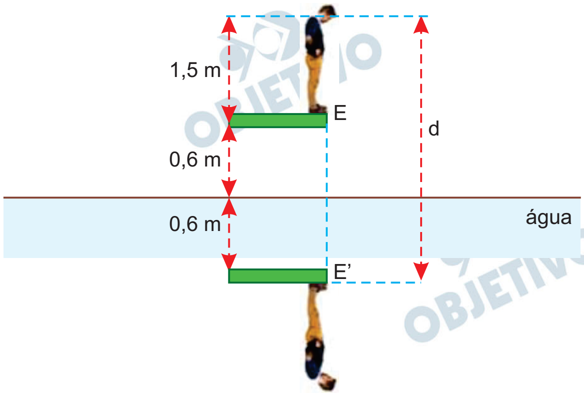
Como $\dfrac{n_{água}}{n_{ar}} = \sqrt{2}$, temos

$$\sqrt{2} \cdot \text{sen}\ \theta = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{sen}\ \theta = \frac{1}{2}$$

$$\boxed{\theta = 30°}$$

2) Da figura, temos:



$$d = 1,5\ m + 0,6\ m + 0,6\ m$$

$$\boxed{d = 2,7\ m}$$

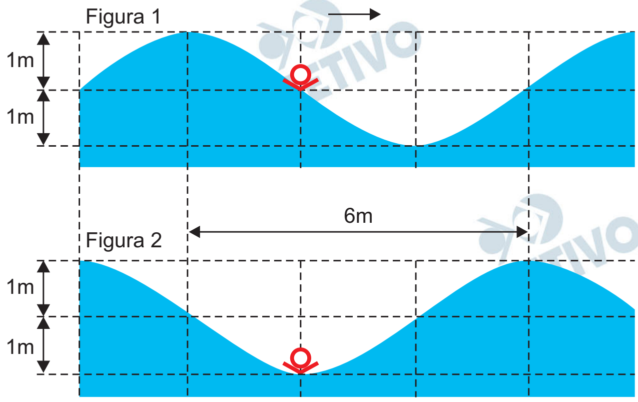
Respostas: a) $N_1 = 7,0 \cdot 10^2\ N$

$F = 1,4 \cdot 10^3\ N$

b) $\theta = 30°$

$d = 2,7\ m$

Em um dia de mar agitado, um banhista flutua na água e é atingido por uma onda senoidal de amplitude constante. Essa onda propaga-se para a direita com velocidade constante, fazendo com que o banhista oscile em movimento harmônico simples na direção vertical. As figuras 1 e 2 mostram o banhista e a configuração da água do mar nos instantes t = 0 e t = 3 s, respectivamente, antes de o banhista efetuar uma oscilação completa.



a) Calcule a velocidade de propagação da onda, em m/s, e a frequência de oscilação do banhista, em Hz.

b) Calcule o módulo da velocidade escalar média, em m/s, do banhista entre t = 0 e t = 3 s. Adotando $\pi = 3$, calcule o módulo da máxima velocidade instantânea, em m/s, do banhista, em seu movimento oscilatório.

Resolução

a) **Pelo desenho da figura 2, temos:**

$$\frac{3}{4}\lambda = 6 \Rightarrow \boxed{\lambda = 8\text{m}}$$

Das figuras 1 e 2, temos que a onda executou $\frac{3}{4}$T entre os instantes t = 0 e t = 3s, (Δt = 3s), assim

$$\frac{3}{4}T = 3 \Rightarrow \boxed{T = 4\text{s}}$$

- **Cálculo do módulo da velocidade de propagação da onda:**

$$V = \frac{\lambda}{T} \Rightarrow V = \frac{8}{4}\ (\text{m/s}) \Rightarrow \boxed{V = 2\ \text{m/s}}$$

- **Cálculo da frequência do banhista:**

$$f = \frac{1}{T} \Rightarrow \boxed{f = \frac{1}{4}\ \text{Hz}}$$

b) Entre os instantes t = 0 e t = 3s (Δt = 3s) o banhista percorreu um deslocamento vertical de 1m, assim:

$\boxed{\Delta s = 1\ m}$

- Cálculo do módulo da velocidade escalar média do banhista

$$|V_m| = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

$$\boxed{|V_m| = \frac{1}{3}\ m/s}$$

- Das figuras 1 e 2, temos que a amplitude da onda é igual a 1m $\Rightarrow$ $\boxed{A = 1\ m}$

- Cálculo da máxima velocidade instantânea do banhista.

$$|V_{máx}| = A\ \omega \qquad (\omega = \frac{2\pi}{T})$$

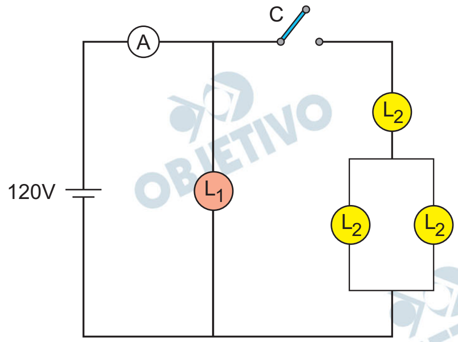
$$|V_{máx}| = \frac{1\ .\ 2\ .\ 3}{4}\ (m/s)$$

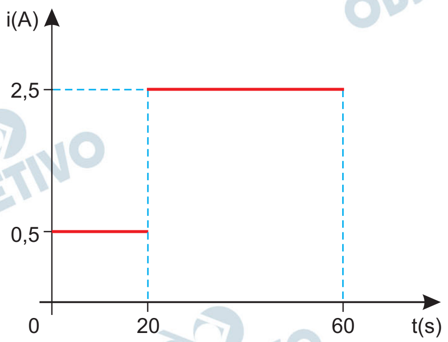
$$\boxed{|V_{máx}| = 1,5\ m/s}$$

Respostas: a) V = 2 m/s e $f = \frac{1}{4}$ Hz

b) $|V_m| = \frac{1}{3}$ m/s e $|V_{máx}| = 1,5$ m/s

O circuito da figura é composto por um gerador, um amperímetro e uma chave interruptora C, inicialmente aberta, todos ideais. Também compõem o circuito quatro lâmpadas: uma lâmpada L_1, de resistência elétrica R_1, e três lâmpadas idênticas L_2, de resistência elétrica R_2 cada uma.





O gráfico representa a intensidade da corrente elétrica indicada pelo amperímetro entre os instantes t = 0 e t = 60 s.

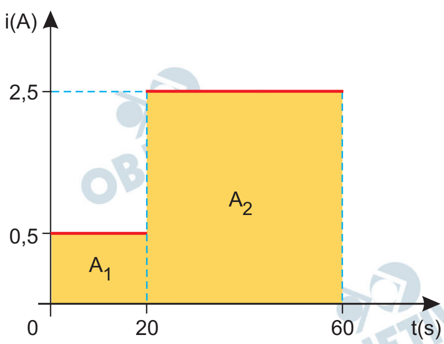
Desprezando a resistência de todos os fios de ligação e sabendo que a chave C é fechada no instante t = 20 s,

a) calcule, em coulombs, a carga elétrica fornecida pelo gerador ao circuito entre t = 0 e t = 60 s. Calcule o valor da resistência R_1, em ohms.

b) calcule a potência dissipada pelo circuito, em watts, entre t = 20 s e t = 60 s. Calcule o valor da resistência R_2, em ohms.

Resolução

a) A carga elétrica pode ser calculada pela área do gráfico.



1 – **Carga elétrica entre 0 e 20s:**

$Q_1 = \text{área } A_1$

$Q_1 = 20 \cdot 0{,}5 \text{ (C)}$

$Q_1 = 10{,}0C$

2 – **Carga elétrica entre 20s e 60s:**

$Q_2 = \text{área } A_2$

$Q_2 = 40 \cdot 2{,}5 \text{ (C)}$

$Q_2 = 100{,}0C$

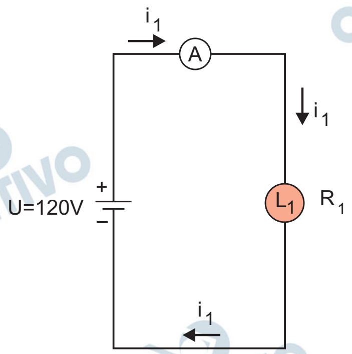
3 – **Carga elétrica total entre 0 e 60s:**

$Q_{tot} = Q_1 + Q_2 \Rightarrow Q_{tot} = 10{,}0C + 100{,}0C$

$\boxed{Q_{tot} = 110{,}0C}$

4 – **Cálculo da resistência R_1:**

Inicialmente a chave C está aberta e temos:



$U = R_1 \cdot i_1$

$120 = R_1 \cdot 0{,}5$

$\boxed{R_1 = 240{,}0\Omega}$

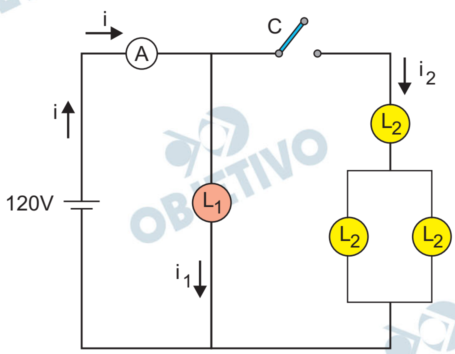
b) **Determinação da potência dissipada no circuito entre 20s e 60s:**

Do gráfico, tiramos a corrente total: i = 2,5A

$P = i \cdot U$

$P = 2{,}5 \cdot 120 \text{ (W)}$

$\boxed{P = 300{,}0W}$



Do gráfico, temos:

Intensidade $i_1 = 0{,}5A$

Intensidade total $i = 2{,}5A$

$i = i_1 + i_2$

$2{,}5 = 0{,}5 + i_2 \Rightarrow i_2 = 2{,}0A$

Determinação da resistência R_2:

As três lâmpadas L_2 formam uma associação mista:

$$R_{eq} = R_2 + \frac{R_2}{2} \Rightarrow R_{eq} = \frac{3R_2}{2}$$

$$U = R_{eq} \cdot i_2$$

$$120 = \frac{3R_2}{2} \cdot 2{,}0$$

$$\boxed{R_2 = 40{,}0\Omega}$$

Respostas: a) $Q_{tot} = 110{,}0C$

$R_1 = 240{,}0\Omega$

b) $P = 300{,}0W$

$R_2 = 40{,}0\Omega$

16

O coração de um beija-flor é considerado relativamente gigante se comparado com o tamanho do corpo de qualquer outra espécie animal. A massa do coração de um beija-flor equivale de 1,9% a 2,5% da sua massa corporal, que varia de 2,4 g a 5 g.

a) Uma veterinária coloca um beija-flor, enrolado em uma toalha, em uma balança de precisão, que acusa 129,6 g. Em seguida, ela retira o beija-flor e deixa apenas a toalha na balança, que acusa 125,9 g. Estime o maior valor possível da massa do coração desse beija-flor, em miligramas.

b) Enquanto o ritmo normal do coração humano é de 70 batimentos por minuto, o de um beija-flor é de 1 015 vezes por minuto. O coração de um beija-flor que tenha vivido 4 anos bateu tantas vezes quanto o número de vezes que já bateu o coração de João, que faz aniversário hoje. Considerando-se que todos os anos tenham o mesmo número de dias, estime a idade de João hoje.

Resolução

a) $$\underbrace{129{,}6\text{g}}_{\substack{\text{massa}\\\text{beija-flor}\\\text{e toalha}}} - \underbrace{125{,}9\text{g}}_{\substack{\text{massa}\\\text{toalha}}} = \underbrace{3{,}7\text{g}}_{\substack{\text{massa}\\\text{beija-flor}}}$$

Como a massa do coração varia de 1,9% a 2,5% da massa corporal, a maior massa que o coração de um beija-flor de 3,7g pode ter é

$$2{,}5\% \text{ de } 3{,}7 = \frac{2{,}5}{100} \cdot 3{,}7 = 0{,}0925\text{g} = 92{,}5\text{mg}$$

b) **A frequência cardíaca é o número de batimentos por um intervalo de tempo, podendo ser representada por** $f = \dfrac{n}{\Delta t}$.

$$f = \frac{n}{\Delta t} \Leftrightarrow n = \Delta t \cdot f$$

$$n_{\text{beija-flor}} = 4 \text{ anos} \cdot 1015 \frac{\text{batimentos}}{\text{min}}$$

$$n_{\text{João}} = x \cdot 70 \frac{\text{batimentos}}{\text{min}}$$

$$n_{\text{beija-flor}} = n_{\text{João}} \Leftrightarrow$$

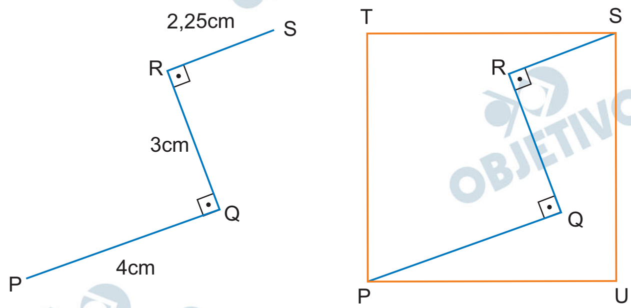
$$\Leftrightarrow 4 \text{ anos} \, . \, 1015 \frac{\text{batimentos}}{\text{min}} = x \, . \, 70 \frac{\text{batimentos}}{\text{min}} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{4\text{anos} \, . \, 1015}{70} = \frac{4060}{70} \text{ anos} \Leftrightarrow x = 58 \text{ anos}$$

Respostas: a) 92,5mg
b) 58 anos

Um fio retilíneo de arame de comprimento de 9,25 cm será dobrado, em ângulos retos, em dois pontos, Q e R. Tais dobras produzem três segmentos de retas de medidas:

PQ = 4 cm, QR = 3 cm e RS = 2,25cm = $\dfrac{9}{4}$ cm. Já com as dobras, o fio de arame deverá encaixar-se perfeitamente no quadrado TSUP, de diagonal $\overline{PS}$ como mostram as figuras.



a) Calcule a medida do segmento $\overline{PR}$, em centímetros, e a medida do segmento $\overline{QS}$, em milímetros.

b) Calcule a área do quadrado TSUP, em cm^2.

Resolução

a) 1) No triângulo retângulo PQR

$$PR^2 = PQ^2 + QR^2$$

$$\Rightarrow PR^2 = 4^2 + 3^2 \Rightarrow PR = 5cm$$

2) No triângulo retângulo QRS

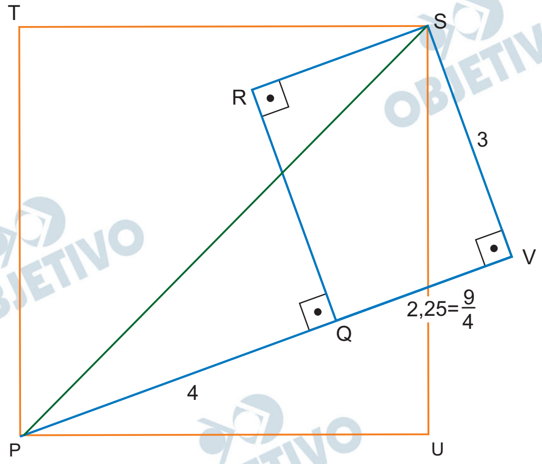
$$QS^2 = QR^2 + RS^2$$

$$\Rightarrow QS^2 = 3^2 + \left(\frac{9}{4}\right)^2$$

$$\Rightarrow QS^2 = 9 + \frac{81}{16} = \frac{225}{16}$$

$$\Rightarrow QS = \frac{15}{4} = 3{,}75 = 37{,}5mm$$

b)



1) No triângulo retângulo PSV

$$PS^2 = PV^2 + VS^2$$

$$\Rightarrow PS^2 = \left(4 + \frac{9}{4}\right)^2 + 3^2 = \left(\frac{25}{4}\right)^2 + 3^2 = \frac{769}{16}$$

2) A área do quadrado TSUP

$$\text{área} = \frac{PS^2}{2} = \frac{769}{32}\ \text{cm}^2$$

Respostas: a) PR = 5cm

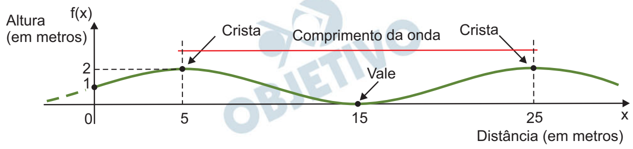
QS = 37,5mm

b) área $\frac{769}{32}$ **cm**^{2}

18

Cientistas usam os mesmos termos do gráfico da função seno para descrever as ondas marítimas. O período de uma onda marítima é o intervalo de tempo entre uma crista e a seguinte e a distância entre elas é o comprimento da onda.

A figura descreve, no plano cartesiano, uma onda marítima, em que o eixo vertical representa a altura das cristas da onda, e o eixo horizontal representa a distância percorrida pela onda.



a) Sendo f: $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$, tal que $f(x) = m + \text{sen}\,(n\,.\,x)$, a função referente ao gráfico apresentado, determine m e n.

b) Uma onda marítima foi modelada por meio da função $g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, tal que $g(x) = 3 + \text{sen}\left(\dfrac{\pi x}{2}\right)$. Determine a altura de suas cristas e o comprimento da onda.

Resolução

a) A partir do gráfico de $f(x) = m + \text{sen}(n\,.\,x)$, vem:

I) Para $x = 0 \Rightarrow f(0) = 1 \Rightarrow m + \text{sen}\,(n\,.\,0) = 1 \Rightarrow$ $\Rightarrow m = 1$

II) Sendo o período da função igual a $25 - 5 = 20$, temos que $\dfrac{2\pi}{|n|} = 20 \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow n = \dfrac{\pi}{10}$, pois $n = -\dfrac{\pi}{10}$ não convém

b) Para $g(x) = 3 + \text{sen}\left(\dfrac{\pi x}{2}\right)$, temos:

I) Como $-1 \leq \text{sen}\left(\dfrac{\pi x}{2}\right) \leq 1, \forall x \in \mathbb{R}$, a altura da crista, em metros, é o valor máximo de g(x) que é igual a $3 + 1 = 4$.

II) O período de g(x) é igual a $\dfrac{2\pi}{\frac{\pi}{2}} = 4$.

Logo, o comprimento da onda é igual a 4.

Respostas: a) $m = 1$ e $n = \dfrac{\pi}{10}$

b) Altura da crista = 4m

Comprimento de onda = 4m

19

Renato foi ao jornaleiro comprar pacotes de figurinhas. Se cada pacote custasse 35 centavos a menos, Renato poderia ter comprado 4 pacotes a mais com os R$136,80 que gastou, e lhe sobrariam 30 centavos de troco.

a) Denote por x a quantidade de pacotes de figurinhas comprados por Renato e por y o preço de cada pacote de figurinha. Exiba um sistema de equações com as incógnitas x e y.

b) Sendo x a quantidade de pacotes de figurinhas compradas, exiba a equação polinomial do 2º grau, na forma $ax^2 + bx - c = 0$, com coeficientes a, b e c inteiros positivos e máximo divisor comum entre a, b e c igual a 1, que tem x como uma de suas raízes.

Resolução

a) Sendo x a quantidade de pacotes e y o preço, em reais, de cada pacote, um sistema de equações possível é:

$$\begin{array}{l} \text{(I)} \\ \text{(II)} \end{array} \begin{cases} x \cdot y = 136{,}80 \\ (x + 4) \cdot (y - 0{,}35) = 136{,}50 \end{cases}$$

b) Desenvolvendo a equação (II), temos:

$$xy - 0{,}35x + 4y - 1{,}40 = 136{,}50$$

$$4y = 136{,}50 + 1{,}40 - 136{,}80 + 0{,}35x$$

$$y = \frac{1{,}10 + 0{,}35x}{4}$$

Substituindo-a em (I), temos:

$$x \cdot \left(\frac{1{,}10 + 0{,}35x}{4}\right) = 136{,}80$$

$$0{,}35x^2 + 1{,}10x = 547{,}20$$

$$0{,}35x^2 + 1{,}10x - 547{,}20 = 0$$

$$7x^2 + 22x - 10944 = 0, \text{ pois } a; b; c \in \mathbb{N}^*$$

Respostas: a) $\begin{cases} x \cdot y = 136{,}80 \\ (x + 4) \cdot (y - 0{,}35) = 136{,}50 \end{cases}$

b) $7x^2 + 22x - 10944 = 0$

Alberto, Bruno, Caio e David formaram uma banda com quatro instrumentos: guitarra, baixo, teclado e bateria. No primeiro ano de atividades da banda, Alberto e Bruno sabiam tocar todos os instrumentos, mas Caio e David sabiam tocar, cada um deles, apenas o teclado e a bateria. No segundo ano da banda, os quatro sabiam tocar todos os instrumentos.

a) Quantas combinações diferentes a banda podia fazer no seu primeiro ano de atividade com seus quatro integrantes e os quatro instrumentos diferentes?

b) Qual foi o crescimento percentual do número de combinações que a banda podia fazer no seu segundo ano de atividade em comparação com o número de combinações que podia fazer no primeiro ano?

Resolução

a) A partir das restrições do texto, podemos montar a seguinte tabela:

Guitarra	Baixo	Teclado	Bateria
Alberto	Bruno	Caio	David
Alberto	Bruno	David	Caio
Bruno	Alberto	Caio	David
Bruno	Alberto	David	Caio

Assim, existem 4 combinações diferentes da banda.

b) No segundo ano da atividade, considerando as bandas com os 4 integrantes tocando os 4 instrumentos diferentes, existem 4! = 4 . 3 . 2 . 1 = 24 possibilidades de combinar os membros da banda gerando um aumento de 500% em relação ao ano anterior, pois:

$4(1 + i) = 24$

$1 + i = 6$

$i = 5$

$i = 500\%$

classificação periódica

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
1 **H** hidrogênio 1,01																	2 **He** hélio 4,00
3 **Li** lítio 6,94	4 **Be** berílio 9,01											5 **B** boro 10,8	6 **C** carbono 12,0	7 **N** nitrogênio 14,0	8 **O** oxigênio 16,0	9 **F** flúor 19,0	10 **Ne** neônio 20,2
11 **Na** sódio 23,0	12 **Mg** magnésio 24,3											13 **Al** alumínio 27,0	14 **Si** silício 28,1	15 **P** fósforo 31,0	16 **S** enxofre 32,1	17 **Cl** cloro 35,5	18 **Ar** argônio 40,0
19 **K** potássio 39,1	20 **Ca** cálcio 40,1	21 **Sc** escândio 45,0	22 **Ti** titânio 47,9	23 **V** vanádio 50,9	24 **Cr** crômio 52,0	25 **Mn** manganês 54,9	26 **Fe** ferro 55,8	27 **Co** cobalto 58,9	28 **Ni** níquel 58,7	29 **Cu** cobre 63,5	30 **Zn** zinco 65,4	31 **Ga** gálio 69,7	32 **Ge** germânio 72,6	33 **As** arsênio 74,9	34 **Se** selênio 79,0	35 **Br** bromo 79,9	36 **Kr** criptônio 83,8
37 **Rb** rubídio 85,5	38 **Sr** estrôncio 87,6	39 **Y** ítrio 88,9	40 **Zr** zircônio 91,2	41 **Nb** nióbio 92,9	42 **Mo** molibdênio 96,0	43 **Tc** tecnécio	44 **Ru** rutênio 101	45 **Rh** ródio 103	46 **Pd** paládio 106	47 **Ag** prata 108	48 **Cd** cádmio 112	49 **In** índio 115	50 **Sn** estanho 119	51 **Sb** antimônio 122	52 **Te** telúrio 128	53 **I** iodo 127	54 **Xe** xenônio 131
55 **Cs** césio 133	56 **Ba** bário 137	57-71 lantanoides	72 **Hf** háfnio 178	73 **Ta** tântalo 181	74 **W** tungstênio 184	75 **Re** rênio 186	76 **Os** ósmio 190	77 **Ir** irídio 192	78 **Pt** platina 195	79 **Au** ouro 197	80 **Hg** mercúrio 201	81 **Tl** tálio 204	82 **Pb** chumbo 207	83 **Bi** bismuto 209	84 **Po** polônio	85 **At** astato	86 **Rn** radônio
87 **Fr** frâncio	88 **Ra** rádio	89-103 actinoides	104 **Rf** rutherfórdio	105 **Db** dúbnio	106 **Sg** seabórgio	107 **Bh** bóhrio	108 **Hs** hássio	109 **Mt** meitnério	110 **Ds** darmstádio	111 **Rg** roentgênio	112 **Cn** copernício	113 **Nh** nihônio	114 **Fl** fleróvio	115 **Mc** moscóvio	116 **Lv** livermório	117 **Ts** tenessino	118 **Og** oganessônio

57 **La** lantânio 139	58 **Ce** cério 140	59 **Pr** praseodímio 141	60 **Nd** neodímio 144	61 **Pm** promécio	62 **Sm** samário 150	63 **Eu** európio 152	64 **Gd** gadolínio 157	65 **Tb** térbio 159	66 **Dy** disprósio 163	67 **Ho** hólmio 165	68 **Er** érbio 167	69 **Tm** túlio 169	70 **Yb** itérbio 173	71 **Lu** lutécio 175
89 **Ac** actínio	90 **Th** tório 232	91 **Pa** protactínio 231	92 **U** urânio 238	93 **Np** neptúnio	94 **Pu** plutônio	95 **Am** amerício	96 **Cm** cúrio	97 **Bk** berquélio	98 **Cf** califórnio	99 **Es** einstênio	100 **Fm** férmio	101 **Md** mendelévio	102 **No** nobélio	103 **Lr** laurêncio

número atômico **Símbolo** nome massa atômica

Notas: Os valores de massas atômicas estão apresentados com três algarismos significativos. Não foram atribuídos valores às massas atômicas de elementos artificiais ou que tenham abundância pouco significativa na natureza. Informações adaptadas da tabela IUPAC 2016.

$s = s_0 + v \cdot t$

$s = s_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2$

$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t}$

$v = v_0 + a \cdot t$

$v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta s$

$v = \omega \cdot R$

$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$

$f = \frac{1}{T}$

$a_c = \omega^2 \cdot R = \frac{v^2}{R}$

$F_R = m \cdot a$

$f_{at} = \mu \cdot N$

$f_{el} = k \cdot x$

$\tau = F \cdot d \cdot \cos\theta$

$\tau_{F_R} = \Delta E_c$

$\tau_{peso} = -\Delta E_p$

$P = \frac{\tau}{\Delta t}$ $\quad P = F \cdot v$

$E_c = \frac{m \cdot v^2}{2}$

$E_P = m \cdot g \cdot h$

$E_{Pel} = \frac{k \cdot x^2}{2}$

$E_m = E_c + E_p + E_{pel}$

$I = F \cdot \Delta t$

$I_{F_R} = \Delta Q$

$Q = m \cdot v$

$M = F \cdot d'$

$p = \frac{F}{A}$

$p = d_l \cdot g \cdot h$

$E_{mp} = d_l \cdot g \cdot V$

$d_l = \frac{m}{V}$

$F_g = G \frac{m_1 \cdot m_2}{d'^2}$

$\frac{T^2}{R^3} = \text{constante}$

$n = \frac{c}{v}$

$n_i \cdot \text{sen } i = n_r \cdot \text{sen } r$

$\text{sen } L = \frac{n_{menor}}{n_{maior}}$

$C = \frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$

$A = \frac{Y'}{Y} = \frac{-p'}{p}$

$v = \lambda \cdot f$

No MHS $\begin{cases} x = A \cdot \cos(\varphi_0 + \omega \cdot t) \\ v = -\omega \cdot A \cdot \text{sen}(\varphi_0 + \omega \cdot t) \\ a = -\omega^2 \cdot A \cdot \cos(\varphi_0 + \omega \cdot t) \end{cases}$

s: posição
t: tempo
v_m: velocidade média
v: velocidade
a: aceleração
ω: velocidade angular
R: raio
f: frequência
T: período
$\Delta\varphi$: deslocamento angular
a_c: aceleração centrípeta
F_R: força resultante
m: massa
f_{at}: força de atrito
μ: coeficiente de atrito
N: força normal
f_{el}: força elástica
k: constante elástica
x: elongação
τ: trabalho
d: deslocamento
F: força
P: potência
E_c: energia cinética
E_P: energia potencial gravitacional
g: aceleração da gravidade
h: altura
E_{pel}: energia potencial elástica
E_m: energia mecânica
I: impulso
Q: quantidade de movimento
M: momento
d': distância
p: pressão
A: área
d_l: densidade
E_{mp}: empuxo
V: volume
F_g: força gravitacional
G: constante gravitacional
n: índice de refração
c: velocidade da luz no vácuo
v: velocidade
i: ângulo de incidência
r: ângulo de refração
L: ângulo limite
C: vergência
f: distância focal
p: abscissa do objeto
p': abscissa da imagem
A: aumento linear transversal
Y: tamanho do objeto
Y': tamanho da imagem
λ: comprimento de onda
f: frequência

x: posição
A: amplitude
φ_0: fase inicial
ω: pulsação

$\frac{\theta_C}{5} = \frac{\theta_F - 32}{9}$ — θ: temperatura

$\theta_C = T - 273$ — T: temperatura absoluta

$Q = m \cdot c \cdot \Delta\theta$ — Q: quantidade de calor

$Q = m \cdot L$ — m: massa

$\Delta V = V_0 \cdot \gamma \cdot \Delta\theta$ — c: calor específico

$P_{ot} = \frac{Q}{\Delta t}$ — L: calor latente específico

$\frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{p_2 \cdot V_2}{T_2}$ — γ: coeficiente de dilatação volumétrica

$p \cdot V = n \cdot R \cdot T$ — p: pressão

$\tau = p \cdot \Delta V$ — V: volume

$\Delta U = Q - \tau$ — n: número de mols

$\eta = 1 - \frac{Q_{fria}}{Q_{quente}}$ — R: constante dos gases perfeitos

τ: trabalho

U: energia interna

η: rendimento

$E_{el} = k \cdot \frac{q}{d^2}$ — E_{el}: campo elétrico

$F_{el} = E_{el} \cdot q$ — k: constante eletrostática

$V = k \cdot \frac{q}{d}$ — q: carga elétrica

$E_{Pe} = V \cdot q$ — d: distância

$\tau = q \cdot (V_A - V_B)$ — F_{el}: força elétrica

$i = \frac{\Delta q}{\Delta t}$ — V: potencial elétrico

$R = \rho \cdot \frac{L}{S}$ — E_{pe}: energia potencial elétrica

$U = R \cdot i$ — τ: trabalho

$R_s = R_1 + R_2 + ... + R_n$ — i: corrente elétrica

$\frac{1}{R_p} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}$ — t: tempo

$P = U \cdot i$ — R, r_i: resistência elétrica

$U = E - r \cdot i$ — ρ: resistividade elétrica

$B = \frac{\mu \cdot i}{2 \cdot \pi \cdot r}$; $B = \frac{N \cdot \mu \cdot i}{2 \cdot R}$ — L: comprimento

$B = \frac{\mu \cdot i}{2 \cdot R}$; $B = \frac{N \cdot \mu \cdot i}{L}$ — R_s: resistência equivalente em série

$F_{mag} = q \cdot v \cdot B \cdot \text{sen}\,\theta$ — R_p: resistência equivalente em paralelo

$F_{mag} = B \cdot i \cdot L \cdot \text{sen}\,\theta$ — S: área da secção reta

$\phi = B \cdot A \cdot \cos\alpha$ — U: diferença de potencial

$E_i = -\frac{\Delta\phi}{\Delta t}$ — P: potência elétrica

E: força eletromotriz

E_i: força eletromotriz induzida

B: campo magnético

F_{mag}: força magnética

N: número de espiras

μ: permeabilidade magnética

r: raio

v: velocidade

ϕ: fluxo magnético

α	sen α	cos α
30º	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
45º	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$
60º	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$

Equação algébrica do 2º grau

$ax^2 + bx + c = 0,\ a \neq 0$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Geometria plana

$a^2 + b^2 = c^2$ (teorema de Pitágoras)

$d = \ell\sqrt{2}$ (diagonal de quadrado)

Análise Combinatória

$P_n = n!$

$$A_{n,p} = \frac{n!}{(n-p)!}$$

$$C_{n,p} = \frac{n!}{p!(n-p)!}$$

$$\begin{cases} 0! = 1! = 1 \\ n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \ldots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1! \end{cases}$$