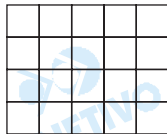


MATEMÁTICA

1

Considere o tabuleiro da figura.



a) Considere uma peça com 4 casas:



De quantas maneiras diferentes pode-se colocá-la no tabuleiro, sem girá-la e mantendo-se sempre a mesma face voltada para cima, de forma a cobrir 4 casas por completo?

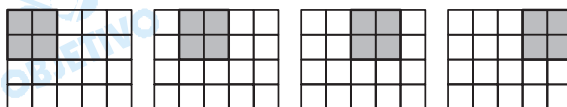
b) Considere, agora, a peça com 3 casas:




Imaginando todas as posições possíveis para a mesma, e mantendo-se sempre a mesma face voltada para cima, de quantas maneiras diferentes pode-se colocá-la no tabuleiro de modo que cubra 3 casas por completo?

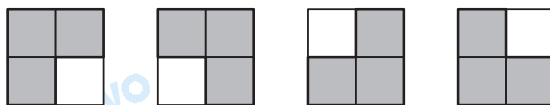
Resolução

a) Considerando duas linhas consecutivas do tabuleiro, a peça considerada pode ser colocada em 4 posições diferentes, como se vê na seqüência de figuras:



Como existem 3 formas de se escolher duas linhas consecutivas (1^{a} linha e 2^{a} linha; 2^{a} linha e 3^{a} linha; 3^{a} linha e 4^{a} linha), no total existem $4 \times 3 = 12$ maneiras diferentes de colocar a peça no tabuleiro.

b) Para cada quadrado 2×2 , existem 4 posições possíveis para a peça , como mostra a seqüência de figuras seguinte:



Como, pelo exposto no item a, existem 12 ma-

neiras diferentes de posicionar o quadrado 2×2 , existem $12 \times 4 = 48$ formas de posicionar a peça considerada.

- Respostas:** a) 12 maneiras
b) 48 maneiras

2

Um grande arranjo de flores deve ser formado com 800 rosas, 750 hortências e 600 cravos, sendo composto de ramos, todos os ramos com o mesmo número de rosas, o mesmo número de hortências e o mesmo número de cravos. Nestas condições,

- a) qual o maior número de ramos que pode ser formado?
b) quantas flores de cada qualidade tem cada ramo?

Resolução

- a) A quantidade n de ramos é divisor natural de 800, 750 e 600 e o maior possível. Desta forma $n = \text{mdc}(800, 750, 600) = 50$

- b) Cada ramo deverá conter $\frac{800}{50} = 16$ rosas,

$$\frac{750}{50} = 15 \text{ hortências e } \frac{600}{50} = 12 \text{ cravos}$$

- Respostas:** a) 50 ramos
b) 16 rosas, 15 hortências e 12 cravos

3

Seja a seguinte expressão algébrica:

$$\frac{x^3 - y^3}{x - y} - \frac{x^3 + y^3}{x + y}, \text{ na qual } x \text{ e } y \text{ são números reais}$$

com $x \neq y$ e $x \neq -y$.

- a) Encontre o valor de x para que a expressão resulte em 5 para $y = 3$.
b) Simplifique a expressão algébrica dada.

Resolução

Supondo $x \neq y$ e $x \neq -y$, temos:

$$\begin{aligned} 1) \quad & \frac{x^3 - y^3}{x - y} - \frac{x^3 + y^3}{x + y} = \\ & = \frac{(x - y)(x^2 + xy + y^2)}{x - y} - \frac{(x + y)(x^2 - xy + y^2)}{x + y} = \end{aligned}$$

$$= (x^2 + xy + y^2) - (x^2 - xy + y^2) = 2xy$$

$$2) \quad 2xy = 5 \text{ e } y = 3 \Rightarrow 2 \cdot x \cdot 3 = 5 \Leftrightarrow x = \frac{5}{6}$$

Respostas: a) $x = \frac{5}{6}$

b) $2xy$

Considere as circunferências z_1 e z_2 de equações

$$z_1: (y - 2)^2 + (x + 1)^2 = 5 \quad \text{e} \quad z_2: x^2 + y^2 - 2x + 2y = 0$$

- a) Verifique se o ponto $P = (2, 2)$ pertence ao interior da circunferência z_2 .
- b) Determine os pontos de interseção das circunferências z_1 e z_2 .

Resolução

- a) A equação $x^2 + y^2 - 2x + 2y = 0 \Leftrightarrow (x - 1)^2 + (y + 1)^2 = 2$ é de uma circunferência de centro $O_2(1; -1)$ e raio $R_2 = \sqrt{2}$

Como

$$d_{PO_2} = \sqrt{(2-1)^2 + (2-(-1))^2} = \sqrt{10} > \sqrt{2} = R_2, \text{ o ponto } P \text{ não pertence ao interior da circunferência } z_2.$$

- b) Os pontos de intersecção das circunferências z_1 e z_2 são as soluções do sistema.

$$\begin{cases} (y - 2)^2 + (x + 1)^2 = 5 \\ x^2 + y^2 - 2x + 2y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 + 2x - 4y = 0 \\ x^2 + y^2 - 2x + 2y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 + 2x - 4y = 0 \\ 2x - 3y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 + 2x - 4y = 0 \\ y = \frac{2x}{3} \end{cases}$$

$$\text{Assim, } x^2 + \left(\frac{2x}{3}\right)^2 + 2x - 4 \cdot \left(\frac{2x}{3}\right) = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 13x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } x = \frac{6}{13}. \text{ Como, para}$$

$$x = 0 \text{ tem-se } y = 0 \text{ e, para } x = \frac{6}{13} \text{ tem-se } y = \frac{4}{13},$$

os pontos de intersecção das circunferências são

$$I_1(0,0) \text{ e } I_2\left(\frac{6}{13}, \frac{4}{13}\right).$$

Respostas: a) P é externo ao círculo z_2

$$b) (0;0) \text{ e } \left(\frac{6}{13}; \frac{4}{13}\right)$$

5

Seja f uma função de 1º grau que passa pelos pontos $(-1, -1)$ e $(2, 0)$. Determine:

- a) a taxa de variação entre $x_1 = -1$ e $x_2 = 2$;
b) a equação da função f .

Resolução

a) Admitindo que "a taxa de variação entre $x_1 = -1$ e $x_2 = 2$ " seja o coeficiente angular m da reta determinada pelos pontos $(-1; -1)$ e $(2; 0)$, temos:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0 - (-1)}{2 - (-1)} = \frac{1}{3}$$

b) A equação da função f que passa pelo ponto $(2; 0)$ e

tem coeficiente angular $\frac{1}{3}$ é

$$y - 0 = \frac{1}{3} (x - 2) \Leftrightarrow y = \frac{1}{3} x - \frac{2}{3}$$

Respostas: a) $\frac{1}{3}$

$$b) f(x) = \frac{1}{3} x - \frac{2}{3}$$

Considere a seguinte equação:

$$4 \cos^2 x - 2(\sqrt{3} - 1) \cos x - \sqrt{3} = 0$$

a) Encontre os valores de x que satisfaçam essa equação.

b) Verifique se o valor $\frac{7\pi}{6}$ satisfaz a equação.

Resolução

$$a) \quad 4 \cos^2 x - 2(\sqrt{3} - 1) \cos x - \sqrt{3} = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 4 \cos^2 x - 2\sqrt{3} \cos x + 2 \cos x - \sqrt{3} = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2 \cos x (2 \cos x - \sqrt{3}) + 1 \cdot (2 \cos x - \sqrt{3}) = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (2 \cos x - \sqrt{3})(2 \cos x + 1) = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2 \cos x - \sqrt{3} = 0 \text{ ou } 2 \cos x + 1 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \cos x = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ ou } \cos x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{6} + n \cdot 2\pi \text{ ou } x = \pm \frac{2\pi}{3} + n \cdot 2\pi$$

b) $\cos \frac{7\pi}{6} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$, portanto, $\frac{7\pi}{6}$ **não satisfaz** a

equação dada, já que as únicas soluções são

$$\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ ou } \cos x = -\frac{1}{2}.$$

Dadas as matrizes:

$$A = \begin{pmatrix} \log_2 x & \log_2 2x \\ y & \frac{y}{2} \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \end{pmatrix} \text{ e } C = \begin{pmatrix} 28 \\ 10 \end{pmatrix}$$

a) Efetue o produto AB .

b) Determine os valores de x e y para que $AB = C$.

Resolução

$$a) A = \begin{pmatrix} \log_2 x & \log_2 2x \\ y & \frac{y}{2} \end{pmatrix} \text{ e } B = \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$A \cdot B = \begin{pmatrix} 4 \log_2 x + 4 \log_2 2x \\ 4y + 2y \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} \log_2(16 x^8) \\ 6y \end{pmatrix}$$

$$b) AB = C, AB = \begin{pmatrix} \log_2(16 x^8) \\ 6y \end{pmatrix} \text{ e } C = \begin{pmatrix} 28 \\ 10 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} \log_2(16 x^8) \\ 6y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 28 \\ 10 \end{pmatrix} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \log_2(16 x^8) = 28 \\ 6y = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 16x^8 = 2^{28} \\ y = \frac{5}{3} \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^8 = 2^{24} \\ y = \frac{5}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2^3 \\ y = \frac{5}{3} \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 8 \\ y = \frac{5}{3} \end{cases}$$

Respostas: a) $AB = \begin{pmatrix} \log_2(16 x^8) \\ 6y \end{pmatrix}$

b) $x = 8$ e $y = \frac{5}{3}$

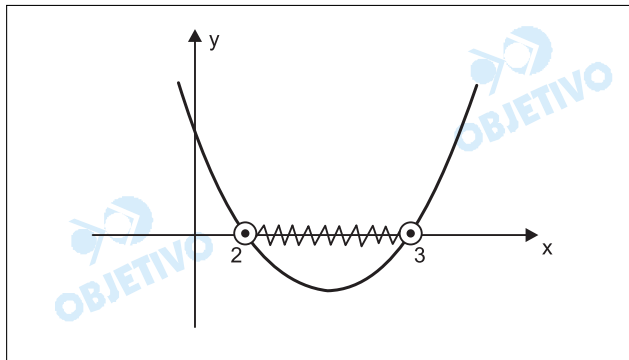
8

Em relação à desigualdade: $3x^2 - 5x + 7 < 3$,

- encontre os valores de x , no conjunto dos reais, que satisfaçam essa desigualdade;
- encontre a solução da desigualdade para valores de x no conjunto dos inteiros.

Resolução

$3x^2 - 5x + 7 < 3 \Leftrightarrow x^2 - 5x + 7 < 1 \Leftrightarrow x^2 - 5x + 6 < 0 \Leftrightarrow$
 $\Leftrightarrow 2 < x < 3$, pois o gráfico da função
 $f(x) = x^2 - 5x + 6$ é do tipo:



No intervalo $]2; 3[$ não existe nenhum número inteiro.

- Respostas:** a) $]2; 3[$
b) \emptyset

Um colégio possui duas salas, A e B, de determinada série. Na sala A, estudam 20 alunos e na B, 30 alunos. Dois amigos, Pedro e João, estudam na sala A. Um aluno é sorteado da sala A e transferido para a B. Posteriormente, um aluno é sorteado e transferido da sala B para a sala A.

- a) No primeiro sorteio, qual a probabilidade de qualquer um dos dois amigos ser transferido da sala A para a B?
- b) Qual a probabilidade, no final das transferências, de os amigos ficarem na mesma sala?

Resolução

- a) A sala A possui Pedro, João e mais 18 alunos. A probabilidade de, no primeiro sorteio, ser transferido qualquer um dos dois amigos é

$$\frac{2}{20} = \frac{1}{10}$$

- b) Transferido um aluno da sala A para B e posteriormente um aluno de B para A, os dois amigos terminarão na mesma sala se, nenhum dos dois for transferido no primeiro sorteio **ou** se o mesmo amigo for transferido nos dois sorteios. A probabilidade de que isto ocorra é

$$\frac{18}{20} + \frac{2}{20} \cdot \frac{1}{31} = \frac{9}{10} + \frac{1}{310} = \frac{280}{310} = \frac{28}{31}$$

Respostas: a) $\frac{1}{10}$ b) $\frac{28}{31}$

Em relação ao seguinte sistema de equações:

$$\begin{cases} 3x - 2y = 8 \\ 2x + my = 10 \end{cases}$$

- a) resolva o sistema para $m = 4$;
 b) encontre o conjunto de valores de m , em relação aos reais, para que o sistema seja possível e determinado.

Resolução

a) Para $m = 4$ temos:

$$\begin{cases} 3x - 2y = 8 \\ 2x + 4y = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 2y = 8 \\ x + 2y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 2y = 8 \\ 4x = 13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{13}{4} \\ 3x - 2y = 8 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{13}{4} \\ y = \frac{7}{8} \end{cases}$$

- b) O sistema $\begin{cases} 3x - 2y = 8 \\ 2x + my = 10 \end{cases}$, nas incógnitas x e y , é possível e determinado se, e somente se:

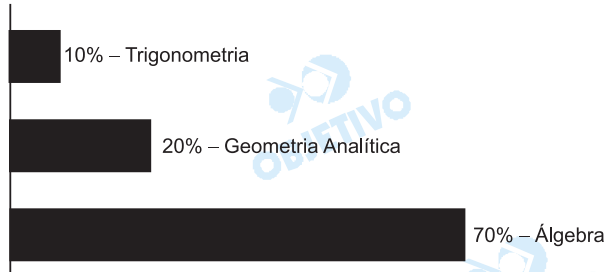
$$\begin{vmatrix} 3 & -2 \\ 2 & m \end{vmatrix} \neq 0 \Leftrightarrow 3m + 4 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq -\frac{4}{3}$$

Respostas: a) $\left\{ \left(\frac{13}{4}; \frac{7}{8} \right) \right\}$

b) $m \neq -\frac{4}{3}$

Comentário

As dez questões foram bem enunciadas e a prova foi bem equilibrada quanto à dificuldade e aos assuntos exigidos. Lamentamos, apenas, a falta de questões de Geometria.



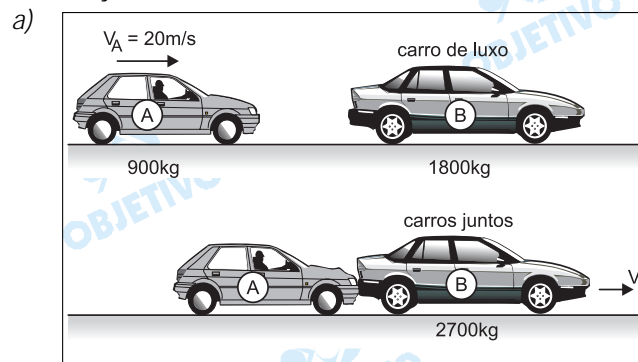
FÍSICA

11

Um carro de luxo, com massa de 1 800 kg, parado no farol, sofre uma batida na traseira, causada por um carro pequeno, de 900 kg. Os dois carros ficam enroscados um no outro, como resultado da colisão.

- a) Assumindo que houve conservação de momento linear e que o carro pequeno tinha uma velocidade de 20 m/s antes da colisão, calcule a velocidade dos dois carros juntos após a colisão.
- b) Calcule a energia cinética perdida na colisão.

Resolução



$$Q_{\text{após}} = Q_{\text{antes}}$$
$$(m_A + m_B) V_f = m_A V_A + m_B V_B$$
$$2700 V_f = 900 \cdot 20$$

$$V_f = \frac{20}{3} \text{ m/s} \cong 6,7\text{m/s}$$

- b) A energia cinética dissipada na colisão é dada por:

$$E_d = \frac{m_A V_A^2}{2} - \frac{(m_A + m_B) V_f^2}{2}$$
$$E_d = \frac{900}{2} (20)^2 - \frac{2700}{2} \left(\frac{20}{3}\right)^2 \text{ (J)}$$

$$E_d = 1,8 \cdot 10^5 - 0,6 \cdot 10^5 \text{ (J)}$$

$$E_d = 1,2 \cdot 10^5 \text{ J}$$

Respostas: a) $\frac{20}{3} \text{ m/s} \cong 6,7\text{m/s}$

b) $1,2 \cdot 10^5 \text{ J}$

12

Um veículo de corrida parte do repouso e, mantendo aceleração constante, percorre 400 m em linha reta num tempo de 5 s. Determine:

- a) a velocidade ao final dos 400 m;
b) o tempo que o carro levou para percorrer os primeiros 200 m.

Resolução

- a) Usando-se a equação da velocidade escalar média, vem:

$$\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{V_0 + V}{2} \quad (\text{MUV})$$

$$\frac{400}{5} = \frac{0 + V}{2} \Rightarrow V = 160 \text{ m/s}$$

- b) 1) Cálculo da aceleração escalar:

$$V = V_0 + \gamma t \quad (\text{MUV})$$

$$160 = 0 + \gamma \cdot 5 \Rightarrow \gamma = 32 \text{ m/s}^2$$

- 2) Cálculo do tempo:

$$\Delta s = V_0 t + \frac{\gamma}{2} t^2 \quad (\text{MUV})$$

$$200 = 0 + \frac{32}{2} T^2$$

$$T^2 = \frac{400}{32} = \frac{400}{16 \cdot 2}$$

$$T = \frac{20}{4\sqrt{2}} \text{ (s)} = \frac{5}{\sqrt{2}} \text{ s} \Rightarrow T = \frac{5\sqrt{2}}{2} \text{ s}$$

Respostas: a) 160 m/s

b) $\frac{5\sqrt{2}}{2} \text{ s} \approx 3,5 \text{ s}$

13

Em um levantador de carros, utilizado em postos de gasolina, o ar comprimido exerce uma força sobre um pequeno pistão cilíndrico circular de raio 5 cm. Essa pressão é transmitida a um segundo pistão de mesmo formato, mas de raio 15 cm, que levanta o carro. Dado $\pi = 3,14$, calcule:

- a) a pressão de ar capaz de produzir a força mínima suficiente para elevar um carro com peso de 13 300N;
- b) a intensidade mínima da força aplicada no primeiro pistão para elevar o carro citado no item a.

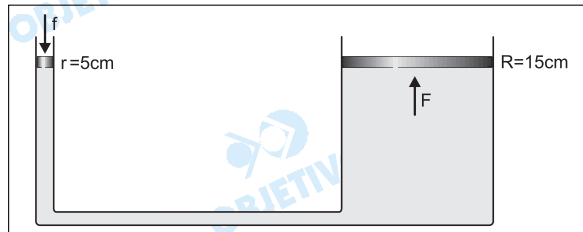
Resolução

- a) A pressão transmitida ao êmbolo maior é dada por:

$$p = \frac{F}{A} = \frac{P}{\pi R^2}$$

$$p = \frac{13300}{3,14 \cdot (0,15)^2} \text{ (Pa)}$$

$$p \cong 1,9 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$



- b) De acordo com a Lei de Pascal, temos:

$$\frac{f}{\pi r^2} = \frac{F}{\pi R^2}$$

$$f = F \left(\frac{r}{R} \right)^2$$

$$f = 13300 \left(\frac{5}{15} \right)^2 \text{ (N)}$$

$$f \cong 1478 \text{ N}$$

Respostas: a) $\cong 1,9 \cdot 10^5 \text{ Pa}$

b) $\cong 1478 \text{ N}$

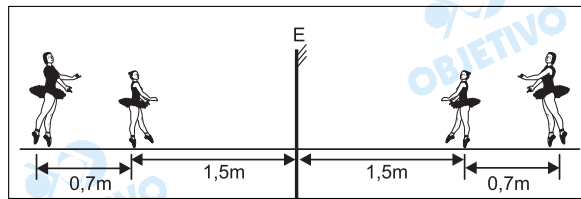
14

Em uma aula de dança, uma bailarina está de frente para um espelho plano, a uma distância de 1,5 m deste, e a professora, mais alta que a aluna, encontra-se atrás da aluna, a uma distância de 0,7 m desta.

- Determine a distância da professora à imagem da aluna.
- Construa uma figura, indicando o traçado dos raios de luz que, partindo da bailarina, refletem no espelho e incidem nos olhos da professora, e dê as características da imagem da bailarina.

Resolução

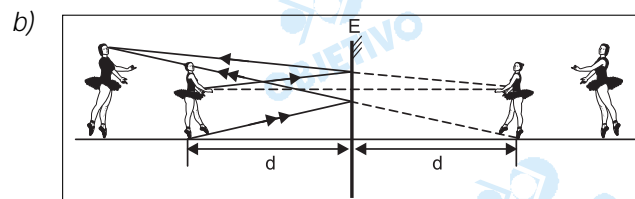
- Usando-se a propriedade fundamental dos espelhos planos (a simetria), temos:



A distância da professora à imagem da aluna vale:

$$d = (0,7 + 1,5 + 1,5)m$$

$$d = 3,7m$$



A imagem da bailarina é virtual, direita em relação ao objeto (a bailarina) e do mesmo tamanho da bailarina.

Respostas: a) 3,7m

b) figura, virtual, direita e do mesmo tamanho que o objeto.

15

Duas partículas de cargas Q_1 e Q_2 estão separadas por uma distância d e se atraem com força de intensidade $F = 0,2 \text{ N}$.

Dado: $k = 9 \times 10^9 \text{ N.m}^2/\text{C}^2$.

- a) Determine a intensidade da força entre as cargas, se a carga Q_2 tiver o seu valor dobrado e a distância entre as cargas for duplicada.
- b) Considerando $Q_1 = 4 \times 10^{-8} \text{ C}$ e $d = 40 \text{ cm}$, calcule o potencial devido à carga Q_1 no ponto médio entre Q_1 e Q_2 .

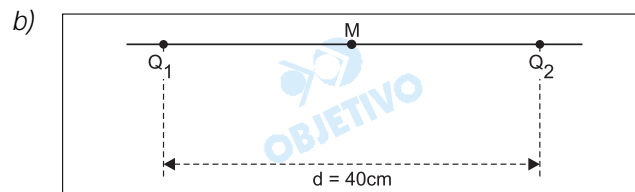
Resolução

a) De acordo com a Lei de Coulomb, temos:

$$F = k \frac{|Q_1| |Q_2|}{d^2}$$

$$F' = k \frac{|Q_1| 2|Q_2|}{(2d)^2} = \frac{1}{2} \frac{k |Q_1| |Q_2|}{d^2}$$

$$F' = \frac{F}{2} \Rightarrow \boxed{F' = 0,1 \text{ N}}$$



$$V_M = k \frac{Q_1}{d_M}$$

$$V_M = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{4 \cdot 10^{-8}}{0,2} \text{ (V)}$$

$$\boxed{V_M = 1,8 \cdot 10^3 \text{ V}}$$

Respostas: a) $0,1 \text{ N}$
b) $1,8 \text{ kV}$

Uma quantidade de vapor de água, inicialmente a 130°C , é necessária para aquecer 200 g de água de 20°C a 50°C , contida em um recipiente de vidro de 100g . Considerando o calor específico do vapor $c_v = 2,01 \times 10^3 \text{ J}/(\text{kg}\cdot^{\circ}\text{C})$, o calor latente de vaporização $L = 2,26 \times 10^6 \text{ J}/\text{kg}$, o calor específico da água $c_a = 4,19 \times 10^3 \text{ J}/(\text{kg}\cdot^{\circ}\text{C})$, o calor específico do vidro $c_{vi} = 837 \text{ J}/(\text{kg}\cdot^{\circ}\text{C})$, e considerando o sistema termicamente isolado e em equilíbrio térmico após o aquecimento da água, determine:

- a) a quantidade total de calor Q cedida durante os estágios necessários para aquecer a água, em função da massa do vapor m_x ;
- b) a massa m_x do vapor.

Resolução

- a) A energia térmica utilizada no aquecimento da água e do recipiente de vidro sai do vapor d'água durante o seu resfriamento de 130°C a 50°C (temperatura final de equilíbrio), liquefazendo-se na temperatura de 100°C .

Assim:

$$Q_T = (mc\Delta\theta)_{\text{vapor}} + (mL)_{\text{vapor}} + (mc\Delta\theta)_{\text{água}}$$

$$Q_T = m_x \cdot 2,01 \cdot 10^3 \cdot 30 + m_x \cdot 2,26 \cdot 10^6 + m_x \cdot 4,19 \cdot 10^3 \cdot 50$$

$$Q_T = 60,3 \cdot 10^3 m_x + 2260 \cdot 10^3 m_x + 209,5 \cdot 10^3 m_x$$

$$Q_T = 2529,8 \cdot 10^3 m_x \text{ (J)}$$

$$Q_T \cong 2,53 \cdot 10^6 m_x \text{ (J)}$$

- b) Equacionando-se o aquecimento da água e do recipiente de vidro, temos:

$$Q_T = (mc\Delta\theta)_{\text{água}} + (mc\Delta\theta)_{\text{vidro}}$$

$$2529,8 \cdot 10^3 m_x = 0,200 \cdot 4,19 \cdot 10^3 \cdot (50 - 20) + 0,100 \cdot 837 \cdot (50 - 20)$$

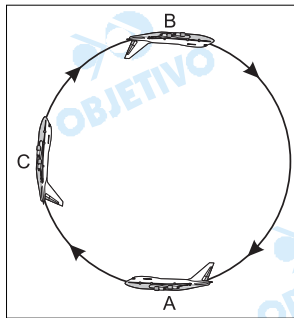
$$2529,8 \cdot 10^3 m_x = 25,14 \cdot 10^3 + 2,51 \cdot 10^3$$

$$2529,8 m_x = 27,65$$

$$m_x \cong 1,09 \cdot 10^{-2} \text{ kg}$$

Respostas: a) $Q_T = 2,53 \cdot 10^6 m_x \text{ (J)}$ (para m_x em kg)

b) $1,09 \cdot 10^{-2} \text{ kg}$

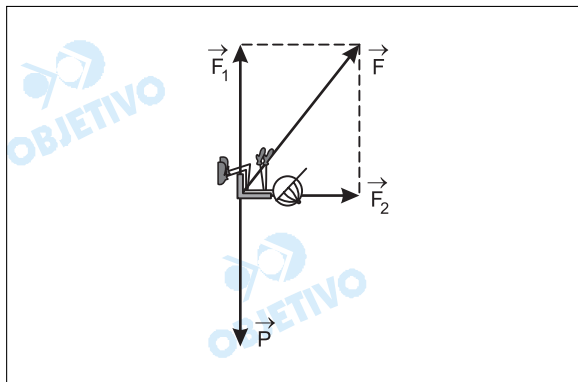


Um piloto de massa 60kg executa a manobra mostrada na figura. Na manobra apresentada, o jato se move em uma circunferência vertical de raio 3km, a uma velocidade com intensidade constante de 200m/s. Admitindo-se $g = 10 \text{ m/s}^2$, determine:

- o módulo, a direção e o sentido da força que o assento exerce sobre o piloto, quando o jato está em C;
- a razão entre as forças do assento sobre o piloto, quando o jato está na posição A e na posição B.

Resolução

a)



\vec{F} : força total que a cadeira exerce sobre o piloto.

\vec{P} : força de gravidade que o planeta Terra exerce sobre o piloto.

A força \vec{F} admite uma componente vertical \vec{F}_1 , aplicada pelo encosto da cadeira, e uma força horizontal \vec{F}_2 , aplicada pelo assento da cadeira.

A componente \vec{F}_1 vai equilibrar o peso e a componente \vec{F}_2 faz o papel de resultante centrípeta.

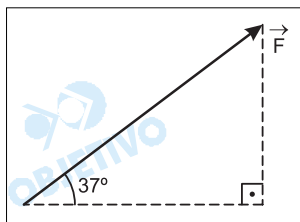
$$|\vec{F}_1| = |\vec{P}| = m g = 600\text{N}$$

$$|\vec{F}_2| = F_{cp} = \frac{m v^2}{R} = \frac{60 \cdot (200)^2}{3000} \text{ (N)} = 800\text{N}$$

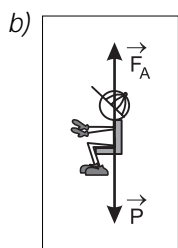
A força aplicada apenas pelo assento, \vec{F}_2 , será horizontal, orientada para a direita e com módulo 800N.

Contudo, a força total aplicada pela cadeira do piloto será dada por:

$$F^2 = F_1^2 + F_2^2 \Rightarrow \boxed{F = 1000\text{N}}$$



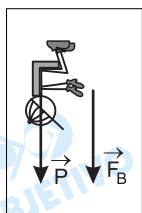
A força F é inclinada de 37° em relação à horizontal e tem o sentido indicado na figura.



Na posição A:

$$F_A - P = F_{cp}$$

$$F_A - 600 = 800 \Rightarrow F_A = 1400N$$



Na posição B:

$$F_B + P = F_{cp}$$

$$F_B + 600 = 800 \Rightarrow F_B = 200N$$

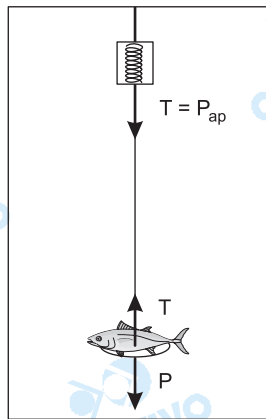
$$x = \frac{F_A}{F_B} = \frac{1400}{200} \Rightarrow x = 7$$

Uma pessoa pesa um peixe em uma balança presa no teto de um elevador. As forças externas atuando sobre o peixe são seu peso P e a força T exercida pela balança.

- a) Fazendo o balanço de forças, verifique em qual das situações o peso aparente do peixe é maior que seu peso real: quando o elevador está acelerando com aceleração para baixo ou para cima?
- b) Qual o peso aparente do peixe se o cabo que sustenta o elevador se romper?

Resolução

a)



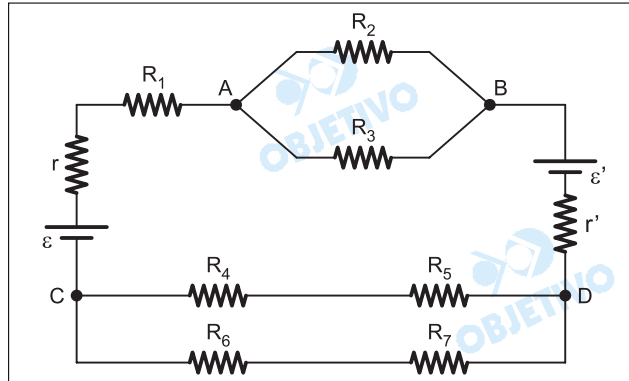
Se $T > P$ (peso aparente maior que o peso real), a força resultante no peixe é dirigida para cima e portanto a **aceleração do elevador é dirigida para cima**.

- b) Se o cabo de sustentação arrebentar-se, o elevador entra em queda livre e, nesse caso, a única força atuante no peixe será o seu peso real P , isto é, o **peso aparente do peixe será nulo**.

Respostas: a) aceleração do elevador dirigida para cima.

b) o peso aparente é nulo.

Um circuito elétrico de corrente contínua é representado na figura. Neste circuito, tem-se que $R_1 = 6 \Omega$, $R_2 = 6 \Omega$, $R_3 = 12 \Omega$, $R_4 = 3 \Omega$, $R_5 = 3 \Omega$, $R_6 = 6 \Omega$, $R_7 = 6 \Omega$, $\varepsilon = 6 \text{ V}$, $\varepsilon' = 2 \text{ V}$, $r = 2 \Omega$ e $r' = 1 \Omega$.



Determine:

- a intensidade da corrente elétrica que passa pelo resistor R_1 ;
- a diferença de potencial entre os pontos C e B.

Resolução

a) Associando-se os resistores, temos:

$$R_{6,7} = R_6 + R_7 = (6 + 6)\Omega \text{ (série)}$$

$$R_{6,7} = 12\Omega$$

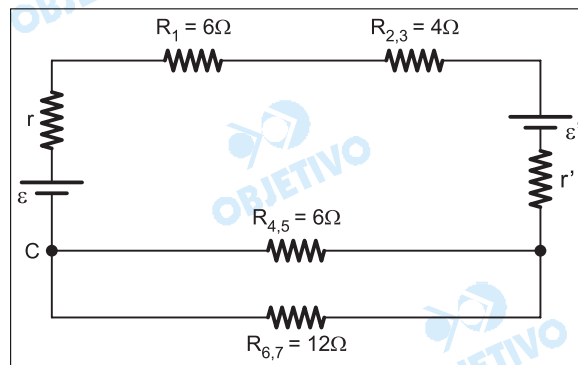
$$R_{4,5} = R_4 + R_5 = (3 + 3)\Omega \text{ (série)}$$

$$R_{4,5} = 6\Omega$$

$$R_{2,3} = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3} \text{ (paralelo)}$$

$$R_{2,3} = \frac{6 \cdot 12}{6 + 12} (\Omega) \Rightarrow R_{2,3} = 4\Omega$$

O circuito, com a primeira simplificação, fica:



Associando $R_{4,5}$ com $R_{6,7}$ (em paralelo), temos:

$$R = \frac{R_{4,5} \cdot R_{6,7}}{R_{4,5} + R_{6,7}} = \frac{6 \cdot 12}{6 + 12} (\Omega) \Leftrightarrow R = 4\Omega$$

Para R_1 e $R_{2,3}$ (em série), vem:

$$R_{1,2,3} = (6 + 4)\Omega$$

$$R_{1,2,3} = 10\Omega$$

A corrente elétrica que passa pelo resistor R_1 é a corrente total do circuito, que podemos calcular usando-se a Lei de Pouillet:

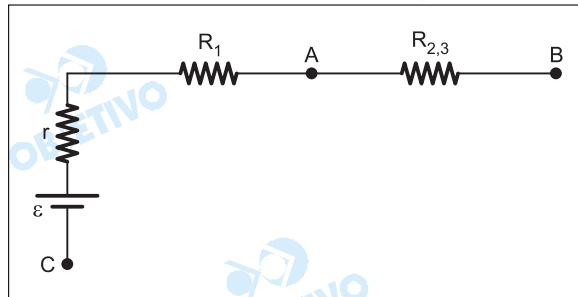
$$i = \frac{\mathcal{E} - \mathcal{E}'}{(r + r') + R_{\text{ext}}}$$

Observemos que \mathcal{E} é o gerador e \mathcal{E}' , o receptor.

$$i = \frac{6 - 2}{(2 + 1) + 10 + 4} \text{ (A)} \Leftrightarrow i = \frac{4}{17} \text{ (A)}$$

$$i \cong 0,24\text{A}$$

b) Entre os pontos C e B do circuito, temos:



$$U_{CB} = -\mathcal{E} + r \cdot i + R_1 \cdot i + R_{2,3} \cdot i = -\mathcal{E} + (r + R_1 + R_{2,3})i$$

$$U_{CB} = -6 + (2 + 6 + 4) \cdot \frac{4}{17} \text{ (V)}$$

$$U_{CB} = -6 + 2,8 \text{ (V)}$$

$$U_{CB} \cong -3,2\text{V}$$

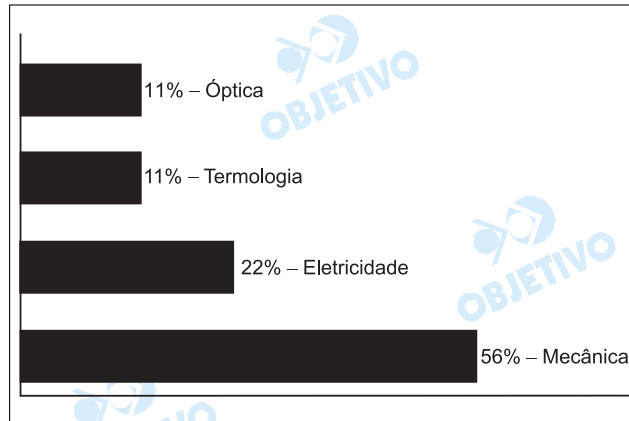
Respostas: a) $\frac{4}{17} \text{ A} \cong 0,24\text{A}$

b) $\cong -3,2\text{V}$

Comentário de Física

Uma prova muito trabalhosa, com cálculos numéricos envolvendo raízes não-exatas, exigindo do candidato um tempo demasiadamente longo para a sua resolução.

Uma prova de bom nível, com algumas questões inéditas que valorizaram o seu conteúdo.



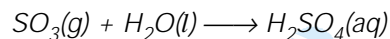
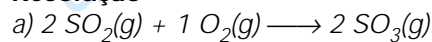
QUÍMICA

20

O lançamento descontrolado de dióxido de enxofre ($\text{SO}_2(\text{g})$) na atmosfera é uma das principais causas da acidez da água da chuva nos grandes centros urbanos. Esse gás, na presença de O_2 e água da chuva, produz $\text{H}_2\text{SO}_4(\text{aq})$. Um dos efeitos causados pelo $\text{H}_2\text{SO}_4(\text{aq})$ é a transformação do mármore, $\text{CaCO}_3(\text{s})$, em gesso, $\text{CaSO}_4(\text{s})$.

- a) Escreva as equações químicas das reações que ocorrem com o $\text{SO}_2(\text{g})$ na atmosfera formando $\text{H}_2\text{SO}_4(\text{aq})$.
- b) Considerando as massas molares do $\text{H}_2\text{SO}_4 = 98 \text{ g/mol}$ e do $\text{CaSO}_4 = 136 \text{ g/mol}$, calcule a quantidade máxima de CaSO_4 que pode ser formada a partir de 245kg de H_2SO_4 puro.

Resolução



$$\begin{array}{ccc} 1 \text{ mol de } \text{H}_2\text{SO}_4 & \text{-----} & 1 \text{ mol de } \text{CaSO}_4 \\ \downarrow & & \downarrow \\ 98\text{g} & \text{-----} & 136\text{g} \\ 245\text{kg} & \text{-----} & x \end{array}$$

$$x = 340\text{kg de } \text{CaSO}_4$$

21

Para neutralizar 100 mL de solução 1,60 mol/L de ácido sulfúrico (H_2SO_4), um laboratorista adicionou 400 mL de solução 1,00 mol/L de hidróxido de sódio (NaOH). Considerando o volume da solução final igual a 500 mL, determine:

- utilizando cálculos, se a solução final será ácida, básica ou neutra;
- a concentração em quantidade de matéria (mol/L) do sal formado na solução final.

Resolução

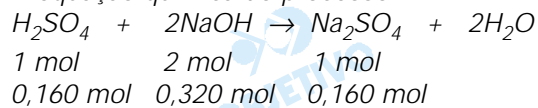
- a) *Cálculo da quantidade de matéria do H_2SO_4 na solução:*

$$\begin{array}{l} 1L \text{ ----- } 1,60 \text{ mol} \\ 0,1L \text{ ----- } x \\ x = 0,160 \text{ mol} \end{array}$$

Cálculo da quantidade de matéria do NaOH na solução:

$$\begin{array}{l} 1L \text{ ----- } 1,00 \text{ mol} \\ 0,4L \text{ ----- } y \\ y = 0,400 \text{ mol} \end{array}$$

A equação química do processo:



Excesso de NaOH:

$$0,400 \text{ mol} - 0,320 \text{ mol} = 0,08 \text{ mol}$$

A solução é básica.

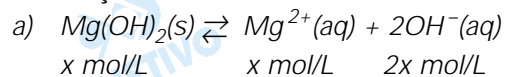
$$b) [Na_2SO_4] = \frac{0,160 \text{ mol}}{0,500L}$$

$$[Na_2SO_4] = 0,320 \text{ mol/L}$$

O leite de magnésia, utilizado para combater a acidez estomacal, é uma suspensão de hidróxido de magnésio ($\text{Mg}(\text{OH})_2$) em água. O hidróxido de magnésio é um composto pouco solúvel em água, que apresenta a constante do Produto de Solubilidade (K_{PS}), a 25°C , igual a $3,2 \times 10^{-11}$.

- a) Calcule a solubilidade do $\text{Mg}(\text{OH})_2$ em água pura, expressa em mol/L. Considere desprezível a concentração de íons OH^- proveniente da dissociação da água e $K_{\text{PS}} = [\text{Mg}^{2+}] \times [\text{OH}^-]^2$.
- b) Explique, utilizando cálculos, o que acontece com a solubilidade do $\text{Mg}(\text{OH})_2$ em solução que apresente $\text{pH} = 12$. Admita que a concentração de íons OH^- da dissociação do $\text{Mg}(\text{OH})_2$ seja desprezível nesse valor de pH.

Resolução



$$K_{\text{PS}} = [\text{Mg}^{2+}] \cdot [\text{OH}^-]^2 = x \cdot (2x)^2 = 4x^3$$

$$4x^3 = 3,2 \cdot 10^{-11}$$

$$4x^3 = 32 \cdot 10^{-12}$$

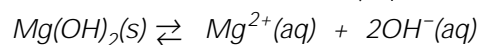
$$x^3 = 8 \cdot 10^{-12}$$

$$x = \sqrt[3]{8 \cdot 10^{-12}} = 2 \cdot 10^{-4}$$

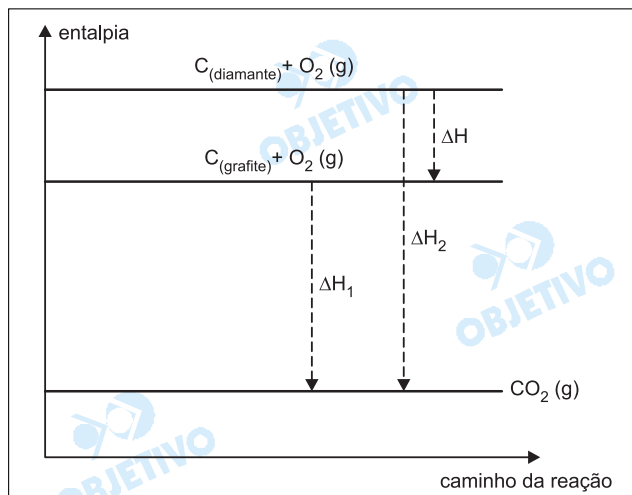
A solubilidade do $\text{Mg}(\text{OH})_2$ em água pura é $2 \cdot 10^{-4}$ mol/L

- b) Em uma solução de $\text{pH} = 12$, o meio é fortemente básico. De acordo com o Princípio de Le Chatelier, o aumento da concentração de OH^- desloca o equilíbrio "para a esquerda", isto é, a solubilidade diminui.

← ↑



Entre as formas alotrópicas de um mesmo elemento, há aquela mais estável e, portanto, menos energética, e também a menos estável, ou mais energética. O gráfico, de escala arbitrária, representa as entalpias (ΔH) do diamante e grafite sólidos, e do CO_2 e O_2 gasosos.



- a) Sabendo-se que os valores de ΔH_1 e ΔH_2 são iguais a -393 e -395 kJ, respectivamente, calcule a entalpia (ΔH) da reação: $\text{C}(\text{grafite}) \rightarrow \text{C}(\text{diamante})$. Indique se a reação é exotérmica ou endotérmica.
- b) Considerando-se a massa molar do C = 12 g/mol, calcule a quantidade de energia, em kJ, necessária para transformar 240g de C(grafite) em C(diamante).

Resolução

- a) Utilizando o gráfico fornecido, temos:

$$\Delta H_2 = \Delta H_1 + \Delta H$$

$$-395 \text{ kJ} = -393 \text{ kJ} + \Delta H$$

$$\Delta H = -2 \text{ kJ}$$



Portanto, a transformação do grafite em diamante é endotérmica.

- b) $\text{C}(\text{grafite}) \rightarrow \text{C}(\text{diamante}) \quad \Delta H = +2 \text{ kJ}$

$$12 \text{ g} \xrightarrow{\text{absorvem}} 2 \text{ kJ}$$

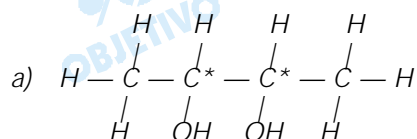
$$240 \text{ g} \xrightarrow{\quad\quad\quad} x$$

$$x = 40 \text{ kJ}$$

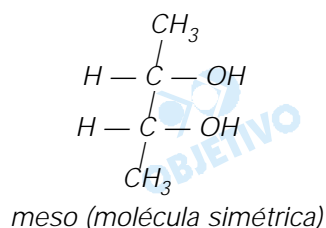
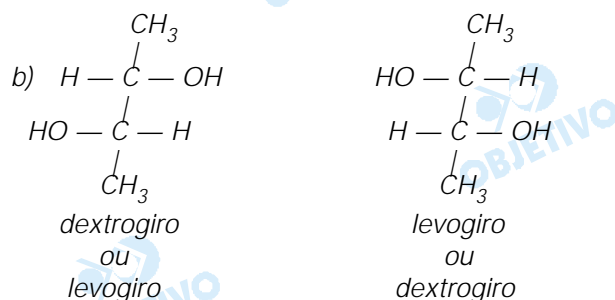
O composto orgânico 2,3-butanodiol apresenta dois carbonos assimétricos, cada um deles tendo substituintes exatamente iguais. Cada um desses carbonos assimétricos pode provocar o desvio da luz polarizada de um ângulo α para a direita (composto dextrógiro) ou para a esquerda (composto levógiro). Uma outra possibilidade é que um dos carbonos assimétricos desvie a luz polarizada de um ângulo α para a direita, enquanto o outro desvie do mesmo ângulo α para a esquerda. Nesse caso, o desvio final será nulo e o composto opticamente inativo (meso). Considerando as informações fornecidas no texto, escreva:

- a) a fórmula estrutural do 2,3-butanodiol e indique os dois carbonos assimétricos que apresentam substituintes iguais na estrutura desse composto;
 b) a fórmula estrutural dos três isômeros ópticos do 2,3-butanodiol (dextrógiro, levógiro e meso).

Resolução



C^* : carbono assimétrico

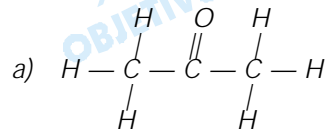


Cetonas são compostos orgânicos que possuem grupo carbonila ligado a outros dois grupos orgânicos. A cetona mais comum é a dimetil-cetona (nome usual) ou acetona (nome comercial), que é um líquido incolor, inflamável e de cheiro agradável. Antigamente, a dimetil-cetona era preparada industrialmente, por hidratação do propino na presença de ácido sulfúrico (H_2SO_4) e sulfato de mercúrio (II) ($HgSO_4$). A dimetil-cetona, atualmente, é produzida industrialmente a partir da oxidação do cumeno (isopropilbenzeno), processo industrial moderno, que produz também fenol, composto orgânico de grande importância industrial.

Com base nas informações do texto, escreva:

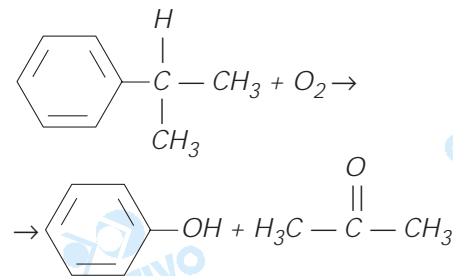
- o nome oficial da dimetil-cetona (IUPAC) e sua fórmula estrutural;
- a equação química da reação de obtenção da dimetilcetona, a partir da oxidação do cumeno (isopropilbenzeno) pelo oxigênio do ar.

Resolução



nome oficial: propanona

- b) A equação química do processo:



Comentário

Podemos classificar a prova de Química com um grau de dificuldade médio para difícil. As questões foram bem elaboradas e não apresentaram falta de rigor e clareza.

